

ವರ್ಗಮೂಲ ಕ್ರಮವಿಧಿಯು ಹೇಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ?

ಆಂಗ್ಲ ಮೂಲ: ಅಮಿತ್ ಚಂದ್

ಕನ್ನಡಾನುವಾದ: ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್, ಮೈಸೂರು

ಕೆಳಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಲಿಸುವ ಒಂದು ಕ್ರಮವಿಧಿಯೆಂದರೆ ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಿದ ಇತರ ಅನೇಕ ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳಂತೆ ಈ ಹಂತಗಳು “ಏಕೆ” ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದಕ್ಕಿಂತ ಈ ಹಂತಗಳನ್ನು ‘ಹೇಗೆ’ ಮಾಡುವುದು ಎನ್ನುವುದರ ಬಗ್ಗೆಯೇ ಗಮನ ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ವರ್ಗಮೂಲ ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆಗೆ ಒತ್ತುಕೊಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೆಂದರೆ, ಮೊದಲಿನದು ಪರಿಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿರುವ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೀಡುತ್ತದೆ, ಆದರೆ ಎರಡನೆಯದನ್ನು ಯಾವುದೇ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸಬಹುದು. ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಸಣ್ಣ ಅಪವರ್ತನಗಳಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅಪವರ್ತನೀಕರಣವು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರೆ, ದೊಡ್ಡ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಾಗ ಇದು ದೀರ್ಘ ಮತ್ತು ಬೇಸರದ ಕೆಲಸವಾಗುತ್ತದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ $\sqrt{576}$ ನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಾ ಆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೂಲಕ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಎತ್ತುತ್ತೇವೆ.

	24
2	<u>576</u>
	-4
44	<u>176</u>
	-176
	0

ಚಿತ್ರ 1

ಹಂತ 1: ಬಲಬದಿಯಿಂದ ಅಂಕಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಮಾಡಿ, ಇಲ್ಲಿ ನಮಗೆ 5 ಮತ್ತು 76 ದೊರಕುತ್ತದೆ.

ಹಂತ 2: ಎಡತುದಿಯ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ (ಇಲ್ಲಿ 5). ನಾವೀಗ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಿರಬೇಕು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು. ಅಲ್ಲದೆ ಅಂಥ ಅನೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದರೆ ಇದು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕು (ಇಲ್ಲಿ 2) ಎಡಗಡೆ ಮತ್ತು ಮೇಲೆ (ಫಲಿತಾಂಶದ ಭಾಗವಾಗಿ) 2 ನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಇದು ಭಾಗಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಹಂತ 3: ಕಳೆದಾಗ ಬಂದ ಫಲಿತಾಂಶದ (ಇಲ್ಲಿ 1) ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಎಡದಿಂದ ಎರಡನೇ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ (ಇಲ್ಲಿ 76). ಈಗ ಹೊಸ ಭಾಜ್ಯ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ (ಇಲ್ಲಿ 176).

ಹಂತ 4: ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿ (ಭಾಗಲಬ್ಧ 2) ಹಾಗೂ ಹೊಸ ಭಾಜ್ಯದ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 5: ಈಗ, $(4_ \times _) \leq 176$ ಆಗುವಂತೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಯತ್ನ ಹಾಗೂ ದೋಷಗಳ ಮೂಲಕ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಅಂಕಿ $_$ ಅನ್ನು ಹುಡುಕಿ. ಈ ಎರಡನೆಯ ಹೊಸ ಅಂಕಿ (4 ಇಲ್ಲಿ) ಅನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ 2 ರ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಈಗ ಭಾಗಲಬ್ಧವು 24 ಆಗಿದೆ.

ಹಂತ 6: ಈಗ $(4 \times \underline{\quad})$ ರ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಭಾಜ್ಯದಿಂದ ಕಳೆಯಿರಿ. ಕೆಳಗೆ ಇಳಿಸಲು ಯಾವುದೇ ಜೋಡಿಗಳು ಇಲ್ಲದಿರುವವರೆಗೂ ಹಂತ 3 ರಿಂದ 6 ಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

ಹಂತ 7: ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ವರ್ಗಮೂಲವಾಗಿರುತ್ತದೆ. (ಇಲ್ಲಿ 576 ರ ವರ್ಗಮೂಲವು 24 ಆಗುತ್ತದೆ). ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರದಿದ್ದರೆ ಜೋಡಿ ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ನಿಖರತೆಗೆ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಹುಡುಕಿ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಬಲಕ್ಕೆ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಇರಿಸಿ. ಮುಂದೆ ಭಾಗಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸೇರುವ ಅಂಕಗಳು ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಕ್ಕೆ ಇರುತ್ತವೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಎತ್ತಲಾಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು (ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸಿಲ್ಲದಿರುವುದು)

- ನಾವು ಏಕೆ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಬಲದಿಂದ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಏಕೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ?
- ಸಂಖ್ಯೆಯು ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ನಾವು ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು?
- ನಾವು ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯೂ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಏಕೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಭಾಜಕದ ಭಾಗವಾಗಿ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಏಕೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ?
- ನಾವು ಭಾಜಕಕ್ಕೆ ಹೊಸ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಏಕೆ ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಅದೇ ಅಂಕಿಯನ್ನು ನಾವು ಭಾಗಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಏಕೆ ಸೇರಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಹೊಸ ಭಾಜಕವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದ ಈ ಅಂಕಿಯೊಂದಿಗೆ ಏಕೆ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ?

ಕ್ರಮವಿಧಿಯಲ್ಲಿನ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ಭಾಗ

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಳಗಿನ ದೊಡ್ಡ ವರ್ಗವನ್ನು ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದರ ಮೇಲೆ ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಆಧಾರಿತವಾಗಿದೆ (ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ) ಮತ್ತು ನಂತರ ಅಂದಾಜು ಮಾಡಿದ ಈ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಾ (ಮತ್ತೆ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ) ಆ ಅಂದಾಜನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಿ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅತೀ ಹತ್ತಿರದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು.

ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮೂರು ಪ್ರಮುಖ ವಿಷಯಗಳಿವೆ.

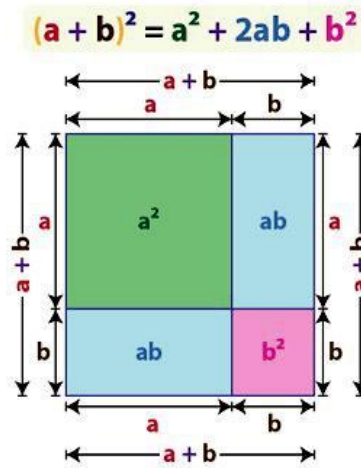
- i. ನಾವು ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಏಕೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು
 - ii. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ಸೂತ್ರದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು
 - iii. ಪುನರಾವರ್ತನೆ (iteration)ಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು
- i. ನಾವು ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಏಕೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು

- ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ 2-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂದರೆ 10ರ ವರ್ಗವು ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ 3-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಂದರೆ 100 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 1-ಅಂಕಿಯ ಅಥವಾ 2-ಅಂಕಿಯ ಯಾವುದೇ ವರ್ಗವು 1-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವೇ ಆಗಿರಬೇಕು.
- ಅಂತೆಯೇ, ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ 3-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂದರೆ 100ರ ವರ್ಗವು ಅತೀ ಚಿಕ್ಕದಾದ 5-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಂದರೆ 10000. ಆದ್ದರಿಂದ, 3- ಅಥವಾ 4- ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯು 2-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವೇ ಆಗಿರಬೇಕು.
- ಅಂತೆಯೇ, ಯಾವುದೇ 5- ಅಥವಾ 6- ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯು 3-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವೇ ಆಗಿರಬೇಕು.
- ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ 7- ಅಥವಾ 8- ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯು 4-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಹೀಗೆ...

ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಅತಿ ಚಿಕ್ಕದಾದ n ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ (ಅಂದರೆ 10^{n-1}) ವರ್ಗವು ಅತಿ ಚಿಕ್ಕದಾದ $(2n - 1)$ ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ (ಅಂದರೆ 10^{2n-2}) ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು $(2n - 1)$ ಅಥವಾ $2n$ ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗವು ಒಂದು n -ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವಾಗಿರಬೇಕು. ಅಂದರೆ $2n - 1$ ಅಥವಾ $2n$ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿ ಮಾಡಿದಾಗ ನಮಗೆ ದೊರಕುವ ಜೋಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟೇ ಅಂಕಿಗಳು ವರ್ಗಮೂಲದ್ದಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಈಗ, ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಎಡದಿಂದ ಮಾಡಿದರೆ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯು ಒಂಟಿಯಾಗಿಬಿಡುತ್ತದೆ (ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ಉದಾ. 729ಕ್ಕೆ 72 ಮತ್ತು 9) ಇಲ್ಲವೇ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯೊಡನೆ ಜೋಡಿಯಾಗುತ್ತದೆ (ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳಿರುವಲ್ಲಿ ಉದಾ. 1296 ನಲ್ಲಿ 12 ಮತ್ತು 96). ಇದು ಒಂದೇ ತೆರನಾಗಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಲದಿಂದ ಮಾಡಿದರೆ, ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನವು ಯಾವಾಗಲೂ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಜೊತೆ ಸೇರಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಒಂದೇ ತೆರನಾದ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ನಾವು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿ ಮಾಡುವಾಗ, n ಜೋಡಿಗಳಾಗಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ವಿಭಜಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ: $729 = 700 + 29$, $1296 = 1200 + 96$, $21316 = 20000 + 1300 + 16$, $182329 = 180000 + 2300 + 29$, ಇತ್ಯಾದಿ.

ii. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ಸೂತ್ರದ ಬಳಕೆ



ಚಿತ್ರ 2

ಯಾವುದೇ ವರ್ಗವು $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಇದನ್ನು

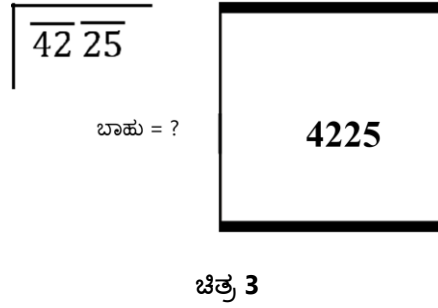
$a^2 + (2a + b) b \dots (A)$ ಎಂದೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು.

(ನಮಗೆ ಆಸಕ್ತಿ ಇರುವುದು ≥ 100 ಇರುವ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ)

ವರ್ಗ $(a+b)^2$ ಇಂದ ವರ್ಗಮೂಲ $(a+b)$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು ಒಂದು a ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ನಂತರ $a^2 + (2a + b) b$ ನಿಂದ a^2 ಕಳೆಯಬೇಕು. ಆಗ $(2a + b) b$ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಈಗ $(2a + b) b$ ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ b ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಷ್ಟೇ ಉಳಿದಿರುವುದು.

ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾವು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

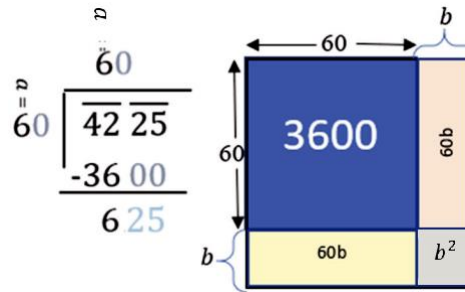
ನಾವು 4225 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.



4225 ರಿಂದ, ನಾವು 100×10^2 ರೂಪದ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ (ಏಕೆಂದರೆ $100 < 4225 < 10000$)

4225 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದು 100 ರ ಅಪವರ್ತವಾಗಿರುವ a^2 ರೂಪದ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ವರ್ಗವೆಂದರೆ 3600 ಆಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ, ಉಳಿದಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $4225 - 3600 = 625$



ಚಿತ್ರ 4

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾವು b ಅನ್ನು $(2 \times 60b + b^2) = (120 + b)b = 625$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 a = \\
 60 \\
 \hline
 60 \overline{) 42 \ 25} \\
 \underline{-36 \ 00} \\
 6 \ 25
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 a + b = \\
 60 + 5 \\
 \hline
 60 \overline{) 42 \ 25} \\
 \underline{-36 \ 00} \\
 6 \ 25 \\
 \underline{-(120 + 5)} \\
 -6 \ 25 \\
 \hline
 000
 \end{array}
 \end{array}$$

ಚಿತ್ರ 5

ಚಿತ್ರ 6

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿದ್ದರಂತೂ, b ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಕೆಲವು ಜಾಣ ಉಹಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಯತ್ನ ಮತ್ತು ದೋಷಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ.

ನಾವೀಗ $b = 5$ ಇರಬಹುದೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಆಗ $(120 + 5) \times 5 = 625$ (ಕೊನೆಯ ಅಂಕಗಳು ನಮಗೆ b ಅನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಒಂದು ಸುಳಿವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ).

5 ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಪುನರಾವರ್ತನೆಯ ಅಗತ್ಯವಿದ್ದು a' ವರ್ಗದ ಮುಂದಿನ ಪದರದ ಬಾಹುವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $a + b$ ಮತ್ತು b' : ಇದು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯ 2 ನೆಯ ಹಂತ.

iii ಪುನರಾವರ್ತನೆಯನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು

ನಾವು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯನ್ನು ಎರಡು ದೃಷ್ಟಾಂತಗಳ ಮೂಲಕ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಮೊದಲನೆಯದು 3 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಗಳಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪೂರ್ಣವರ್ಗದ ಮೂಲಕ; ಮತ್ತೊಂದು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲಕ.

ದೃಷ್ಟಾಂತ 1: 3 - ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ (ವರ್ಗವು 10000 ಮತ್ತು 1000000 ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ.)

3 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $100x + 10y + z$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. (ಇಲ್ಲಿ x, y ಮತ್ತು z ಇವುಗಳು ಒಂದಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು).

ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ $(100x)^2$ ರೂಪದ ಮೊದಲ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಅಂದರೆ $a = 100x$ ಆಗುವಂತಹ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ಇದರ ವರ್ಗವು 10000, 40000, 90000, 160000, 250000, 360000, 490000, 640000 ಅಥವಾ 810000 ಆಗಿರಬಹುದು.

ಮುಂದಿನ ಭಾಗವು (ಚಿತ್ರ 8 ರಲ್ಲಿ ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣ) $b = 10y$ ನ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ.

ಕಿತ್ತಳೆ ಭಾಗವು ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಮೀರದಂತೆ b ಅನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬೇಕು (ಚಿತ್ರ 9 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ). ಈ ಕಿತ್ತಳೆ ಮತ್ತು ಚಿನ್ನದ

ಬಣ್ಣದ ಭಾಗವು ಒಟ್ಟು $(2a + b)b = (2 \times 100x + 10y)10y$ ಅನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಕೊನೆಯದಾಗಿ $a' = a + b = 100x + 10y$ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಉಳಿದ ಬೂದು ಭಾಗವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡುವಂತೆ (ಚಿತ್ರ 8 ರಂತೆ) $b' = z$ ಆಯ್ಕೆಮಾಡಿ. ಅದು $(2a' + b') b' = \{2 \times (100x + 10y) + z\}z$ ಅನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಈಗ, $(100x)^2 + (2 \times 100x + 10y) 10y + \{2 \times (100x + 10y) + z\} z = (100x + 10y + z)^2$

ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ 21316 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು (ಚಿತ್ರ 10) ಎತ್ತಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಚಿತ್ರಗಳು ಬರಬೇಕು

$$\begin{array}{r} 100 \\ 21316 \\ -10000 \\ \hline 200 \overline{)11316} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 21316 \\ -10000 \\ \hline 200 \overline{)11316} \\ (200 + 60) \times 60 = 15600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 21316 \\ -10000 \\ \hline 240 \overline{)11316} \\ 9600 \end{array}$$

ಅಂದರೆ, ಸೂಕ್ತವಾದ $b = 10y = 40$ ಆರಿಸಿದ ನಂತರ ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ನಮಗೆ $a' = a + b = 140$ ದೊರಕುತ್ತದೆ.

ಈಗ b' ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಎರಡು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯ ನಂತರ ವರ್ಗಮೂಲವು $a' + b' = (a + b) + b' = 146$ (ಚಿತ್ರ 10-11 ರಂತೆ) ಆಗುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರಗಳು ಬರಬೇಕು

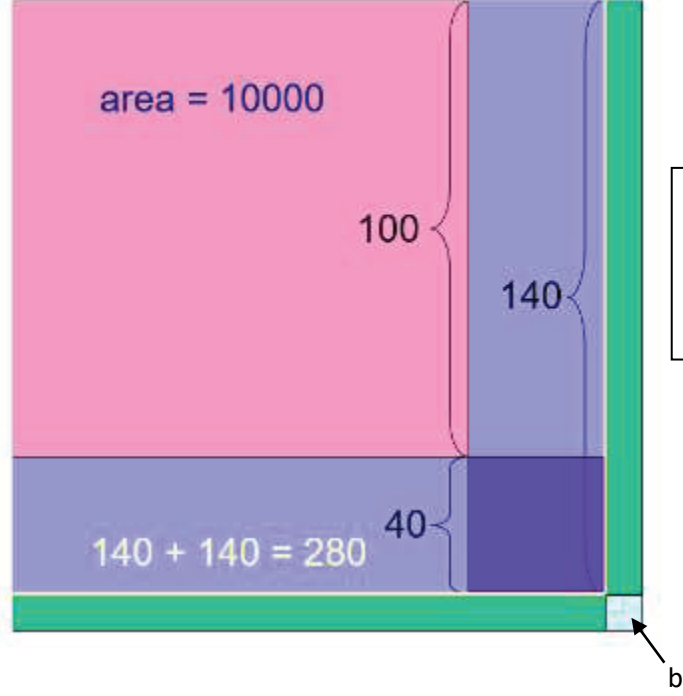
ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು 4-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು, 5-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು ಮುಂತಾದವುಗಳಿಗೆ ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದು.

ದೃಷ್ಟಾಂತ 2: ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈಗ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಈ ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಈಗ 21320 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

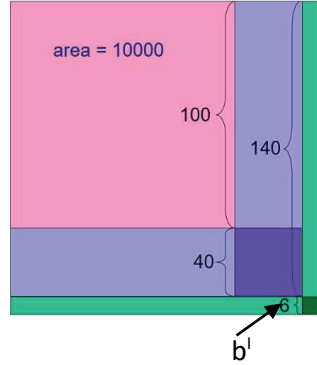
21316 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೇಲಿನ ದೃಷ್ಟಾಂತದಿಂದ, ವರ್ಗ 4ರಷ್ಟು ಪ್ರದೇಶವು ಉಳಿದಿರುವ ಹಂತದವರೆಗೂ ತಲುಪಬಹುದು.

$$\begin{array}{r}
 140 \\
 \hline
 21316 \\
 -10000 \\
 \hline
 240 \overline{)11316} \\
 -9600 \\
 \hline
 280 \overline{)1716}
 \end{array}$$



ಉಳಿದಿರುವ ಪ್ರದೇಶ
 $= 140b' + 140b' + (b')^2$
 $= (2 \times 140 + b') b'$
 $= (280 + b') b'$

$$\begin{array}{r}
 140 \\
 \hline
 21316 \\
 -10000 \\
 \hline
 240 \overline{)11316} \\
 -9600 \\
 \hline
 280 \overline{)1716}
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 140 \\
 \hline
 21316 \\
 -10000 \\
 \hline
 240 \overline{)11316} \\
 -9600 \\
 \hline
 280 \overline{)1716}
 \end{array}$$

$$(280 + 6) \times 6 = 1716 \quad \checkmark$$

ಹೀಗೆ ಈ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯನ್ನು 21320.00 00 00 ನಂತೆ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮುಂದುವರಿಸುತ್ತೇವೆ...

$$\begin{array}{r}
 146013 \\
 \hline
 21320.000000 \\
 -10000 \\
 \hline
 24 \overline{)11320} \\
 -9600 \\
 \hline
 286 \overline{)1720} \\
 -1716 \\
 \hline
 2920 \overline{)400} \\
 -0 \\
 \hline
 29201 \overline{)40000} \\
 -29201 \\
 \hline
 292023 \overline{)1079900} \\
 -876069 \\
 \hline
 \end{array}$$

2ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಹೀಗಿದೆ

1

24

	2.000000000000
	1
	100
	96
281	400
	281
2824	11900
	11296
28282	60400
	56564
282841	383600
	282841
2828423	10075900

$$\sqrt{2} = 1.41421.....$$

ಚಿತ್ರ ಸೇರಿಸಿ

ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಕೂಡ ಅಂಕಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಅದೇ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬದಿಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ದಶಮಾಂಶ ಭಾಗದ ಕಡೆಗೆ ಬರುವುದು.

ಈ ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಮೂಲ ಸಿದ್ಧಾಂತವಾದ $(a + b)^2$ ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ವಿಭಾಗದ ಬೀಜಗಣಿತದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಂಗವಾಗಿದೆ ಎನ್ನುವುದು ಬಹಳ ಆಸಕ್ತಿಕರ ವಿಷಯ. ಆದರೆ ಆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದನ್ನು ಅಂದರೆ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿದ್ದರೂ ಕೂಡ ಎರಡರ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ತಿಳಿಸುವುದೇ ಇಲ್ಲ. ಆ ಕಂದಕವನ್ನು ಮುಚ್ಚುವ ಸಣ್ಣ ಪ್ರಯತ್ನ ಈ ಲೇಖನ.

ಆಕರಗಳು:

1. <http://teachersofindia.org/en/presentation/getting-root>
2. <https://ask.learncbse.in/t/prove-that-2-is-not-a-rational-number-by-long-division-method/44944>, picture only
3. <https://www.homeschoolmath.net/teaching/sqr-algorithm-why-works.php#:~:text=Each%20time%20the%20algorithm%20is,value%20of%20the%20square%20root.>
4. <https://www.youtube.com/watch?v=aaOO8DUsl4>
5. <https://xlinux.nist.gov/dads/HTML/squareRoot.html>

ಅಮಿತ ಚಂದ್ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಂಜೀ ಪ್ರತಿಷ್ಠಾನದಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಪಶ್ಚಿಮ ಬಂಗಾಳದ ಬುರ್ಧವಾನ್ ಅಲ್ಲಿನ ಬುರ್ಧವಾನ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಿಂದ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಂ.ಎಸ್ಸಿ ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧನಾ ತಂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಬಗ್ಗೆ ಕಾರ್ಯಾಗಾರಗಳನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಾರೆ ಹಾಗೂ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ನಿಕಟವಾಗಿ ಕೆಲಸಮಾಡುತ್ತಾರೆ. 6 ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯದಿಂದ ಮಕ್ಕಳೊಂದಿಗೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದು ಗಣಿತೀಯ ವಿಷಯಗಳ ಹಿನ್ನೆಲೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವಲ್ಲಿ ತೀವ್ರ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಇವರನ್ನು amit.chand@azimpremjifoundation.org ಮೂಲಕ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.