Azim Premji University

A publication of Azim Premji University
together with Community Mathematics Centre,
Rishi Valley

शिक्षण
ज्यामिति भाग-एक

पद्मप्रिया शिराली

प्राथमिक स्तर

At Right Angles
A Resource for School Mathematics

ज्यामिति शिक्षण भाग–एक
प्राथमिक स्तर पर

औपचारिक स्कूल में दाखिला लेने के पहले, परिवेश और पास–पड़ोस से पारस्परिक क्रियाओं के दौरान बच्चे का विभिन्न आकारों व आकृतियों (2–D और 3–D) से सामना होता है। उसे इस बात की समझ होती है कि हर चीज का एक आकार होता है। हर आकार की कुछ आसानी से पहचानी जाने वाली विशेषताएँ होती हैं जिन्हें देखा जा सकता है, पहचाना जा सकता है, नाम दिया जा सकता है, उनका वर्णन किया जा सकता है और उन्हें वर्गीकृत भी किया जा सकता है। इन आकारों के विभिन्न उदाहरणों से बच्चे का परिचय पहले से ही होता है।

प्राथमिक स्तर पर ज्यामिति शिक्षण के लिए जरूरी है कि परिवेश में इस्तेमाल होने वाली रोजमर्रा की वस्तुओं जैसे घनाभ, बेलन, गोला और आमतौर पर सामने आने वाली आकृतियों जैसे आयत, वृत्त, चौकोर, त्रिभुज आदि से उनके इस परिचय को ध्यान में रखा जाए। हालाँकि यहाँ यह ध्यान रखना जरूरी है कि बच्चा शायद इन सब नामों से परिचित न हो और इसलिए इस शब्दावली से उसका परिचय तभी कराया जाना चाहिए जब वह किसी आकृति और उसके व्यवहार से अच्छी तरह वाकिफ हो जाए। तब तक बच्चा आसान किस्म के वर्णन 'सूरज जैसा', 'दरवाजे जैसा', 'गेंद जैसा', 'बक्से जैसा' इत्यादि का इस्तेमाल कर सकता है।

प्राथमिक स्तर पर ज्यामिति शिक्षण का उद्देश्य बच्चे की स्थानिक समझ बनाना व कल्पनाशक्ति पैदा करना है। जिसके फलस्वरूप इसमें आकार, आकृति, स्थिति (एक वस्तु के सम्बन्ध में दूसरी वस्तु की), दिशा और गति (सरकना, पलटना, घूमना) का अध्ययन जरूरी रूप से शामिल होता है। इसीलिए कुछ सवाल निश्चित रूप से उठते हैं :

1. बच्चों की स्थानिक समझ बनाने व उनकी कल्पनाशक्ति को बढ़ाने के लिए किस तरह की गतिविधियाँ करवाई जानी चाहिए व किस तरह के अनुभव दिए जाने चाहिए।
2. खेल क्यों जरूरी हैं। क्या बच्चों को अपनी इच्छा अनुसार स्वतंत्र रूप से खेलने देना चाहिए या शिक्षक को किसी खास तरीके से गतिविधि का मार्गदर्शन करना चाहिए? किस स्थिति में शिक्षक को गतिविधि में दखल देना चाहिए।
3. क्या गतिविधियाँ खुली होनी चाहिए।
4. शिक्षक का ध्यान किस बात पर होना चाहिए। बच्चे को स्थिति की समझ बनाने में मदद करने पर या परिणाम प्राप्त करने पर।
5. क्या ज्ञान को फिर से बनाने की जरूरत है?
6. हमें कैसे पता चलेगा कि बच्चा अलग–अलग आकृतियों की विशेषताओं को जानने लगा है।
7. किस स्तर पर पहुँचकर हमें औपचारिक शब्दावली इस्तेमाल करनी चाहिए?
8. आकृतियों व उनके व्यवहार के बारे में बच्चों की समझ का आकलन कैसे किया जाए?

हालाँकि यहाँ मैंने उम्र के हिसाब से उपयुक्त कुछ ऐसी गतिविधियाँ सुझाई हैं जो मुझे मददगार लगीं। ऐसी कई सारी और भी गतिविधियाँ हैं जो इसी समझ को बनाने में मदद करती हैं। इस स्तर पर मैं कुछ ऐसे मानदण्ड सुझाना चाहूँगी जिनके जरिए हम अपने उद्देश्य के लिए चुनी गई गतिविधियों का आकलन कर सकते हैं :

1. क्या गतिविधि प्रत्यक्ष जानकारी प्रदान करती है।
2. क्या वह विषय में दिलचस्पी पैदा कर पाएगी?
3. क्या वह प्रमुख अवधारणाओं की समझ बनाने में मदद करेगी।
4. क्या गतिविधि उस प्रमुख विषयवस्तु को खोजने में बच्चे की मदद करती है जिसे हम पढ़ाना–समझाना चाहते हैं?
5. क्या गतिविधि बच्चों को सृजन करने व अपने मन में आने वाले सवाल–जवाब करने देती है?

6. क्या गतिविधि प्रासंगिक कौशलों को प्राप्त करने की दिशा में प्रेरित करती है?
7. क्या गतिविधि जरूरी जानकारी को समझने के लिए पर्याप्त ठोस अनुभव देती है?
8. क्या गतिविधि सम्बन्ध बनाने और एक दिमागी नक्शा तैयार करने में मदद करती है?

जो गतिविधियाँ मैंने सुझाई हैं वे किसी रेखीय क्रम में नहीं हैं। शुरुआती कुछ सालों में की जाने वाली कई सारी गतिविधियों में आकृतियों (2–D और 3–D) से खेलना व उनके व्यवहार को समझना शामिल होता है। बच्चे आकृतियों को आपस में जमाकर, उन्हें घुमाकर, पैटर्न में जमाकर और उनके जरिए एक पूरी तस्वीर बनाकर स्वाभाविक रूप से आकृतियों की छानबीन करते हैं। इन प्रक्रियाओं के दौरान वे इन आकृतियों की विशेषताएँ, किस तरह यह आकृतियाँ आपस में जुड़ जाती हैं, कैसे कुछ आकृतियों को मिलाकर कुछ दूसरी आकृतियाँ बनाई जाती हैं, आकृति के किसी एक गुण के बदलाव करने से आकृति पर क्या प्रभाव पड़ता है आदि बातों को अपने दिमाग में बिठा लेते हैं। वे किसी आकृति के किसी खास तरह के व्यवहार के कारणों को जानने की कोशिश भी कर सकते हैं। उदाहरण के लिए एक छोटा बच्चा सहज ज्ञान से यह समझ सकता है कि दो आकृतियों को बिना किसी अन्तराल के आपस में जमाने के लिए उनके किनारों का सीधा होना जरूरी है। वे देख सकते हैं कि कैसे कुछ गुण कुछ दूसरे गुणों से मेल खाते हैं, कुछ विशेषताएँ कुछ दूसरी विशेषताओं से जुड़ती हैं, कैसे आकृति की विशेषताएँ दूसरी विशेषताओं से जुड़ती हैं। उदाहरण के लिए 3 भुजाओं वाली एक आकृति में 3 कोने होते हैं, 4 भुजाओं वाली एक आकृति में 4 कोने होते हैं। कोई बच्चा किसी आकृति को अपने चित्र में जिस तरह से दर्शाता है उससे भी यह देखा जा सकता है कि उसने आकृति को एक पूर्ण आकृति के रूप में समझा है या उसकी किसी एक विशेषता पर ध्यान दिया है। (जैसे वर्ग की भुजाओं की समानता।)

हमें यह बात भी ध्यान में रखनी चाहिए कि आखिरकार समझ बनाने की बच्चे की अपनी कोशिशें ही उसे सीखने की दिशा में आगे ले जाएँगी।

मैंने कुछ ऐसी गतिविधियाँ भी शामिल की हैं जिनमें बच्चों को आकृति बनाने के लिए अपने शरीर का इस्तेमाल करना है या जमीन पर बनी किसी आकृति के घेरे (outline) पर चलना है। यह तो काफी सुस्थापित बात है कि ऐसी गतिविधियाँ जिनमें शरीर की हरकतें भी शामिल हों बच्चों की मानसिक परिकल्पना (किसी वस्तु की दिमागी तस्वीर बनाने की क्षमता) व कल्पनाशक्ति को बढ़ाती हैं।

बीच–बीच में मैंने कागज मोड़कर की जाने वाली गतिविधियाँ भी सुझाई हैं। बच्चों के साथ ऑरेगैमी गतिविधियाँ करने वाले मेरे एक मित्र ने मुझे कुछ बातें बताईं। कागज मोड़कर करने वाली गतिविधियों के दौरान इन बातों को दिमाग में रखना अच्छा होगा। 4 साल की उम्र के बच्चे ठीक–ठीक मोड़ बनाने लगते हैं, लेकिन एकदम सही मोड़ बनाना 7 बरस की उम्र तक ही आ पाता है। इसी तरह बच्चे मूलभूत ज्यामितीय आकृतियों को काफी जल्दी पहचानने लगते हैं और कागज मोड़कर उन्हें बनाने में शिक्षक की नकल भी कर लेते हैं, लेकिन बिलकुल ठीक–ठीक आकृति बनाना आमतौर पर 7 बरस की उम्र तक ही आ पाता है। एक और मजेदार बात जो उन्होंने बताई वह यह कि 7 साल तक की उम्र के बच्चे ही शिक्षक के सामने बैठकर कागज मोड़ने की नकल कर पाते हैं। छोटे बच्चों को ऐसा करने के लिए शिक्षक के बगल में बैठने की जरूरत होती है। साथ ही 7 साल तक की उम्र के बच्चे ही दर्पण प्रतिबिम्बों (Mirror Images) के साथ सहज महसूस कर पाते हैं।

ज्यामिति काफी हद तक मापन से जुड़ी हुई है और शिक्षक होने के नाते गतिविधियों के दौरान हम अकसर मापन सम्बन्धी अवधारणाओं व भाषा का इस्तेमाल करते हैं। हालाँकि इस लेख में मैंने केवल ज्यामितिय पहलुओं पर ही ध्यान केन्द्रित किया है।

एक बात जो शिक्षकों को जरूर ध्यान में रखनी चाहिए वह यह कि गतिविधियाँ कभी भी अस्त–व्यस्त तरीके से न हों। सीखने की प्रक्रिया को पुख्ता बनाने के लिए गतिविधियाँ धीरे–धीरे क्रमानुसार होनी चाहिए।

गतिविधि: एक

छाँटने की गतिविधियाँ

जरूरी सामग्री : 3–D वस्तुएँ जैसे गेंद (टेनिस की गेंद, पिंग–पाँग गेंद) लकड़ी के गुटके या टेप लगे हुए गत्ते के छोटे–छोटे बक्से जिनमें बुरादा भरा हो, बेलन (टिन कैन), प्रिज्म सरीखी आकृतियाँ, अलग–अलग व्यास वाली बेलनाकार नलियाँ, शंकु।

छाँटने की गतिविधियाँ स्वतंत्र रूप से किए जाने वाले खेलों का हिस्सा हैं, लेकिन शिक्षक सामग्री को विभिन्न प्रकार से छाँटने के लिए कहकर इन गतिविधियों को निर्देशित कर सकते हैं। हर बच्चे को कोई एक सामग्री उठाने दें। उन सभी बच्चों को जिनके पास एक घनाभ हो एक घेरा बनाने को कहा जा सकता है। जिन बच्चों ने गोला उठाया हो वे एक दूसरा घेरा बना लें।

लुढ़कने के गुण के आधार पर छाँटना : चीजें जो लुढ़कती हैं और जो नहीं लुढ़कतीं। बच्चे चीजों को लुढ़काकर जाँच सकते हैं। अगर वे पहले से उन आकृतियों से खेलते रहे हैं और उस गुण को समझने लगे हैं जिसकी वजह से कोई वस्तु लुढ़कती है (घुमावदार सतह) तो उसके आधार पर बिना जाँचे भी चीजों को छाँट सकते हैं। हालाँकि यह देखना दिलचस्प होगा कि वे बेलनाकार चीजों पर किस तरह की प्रतिक्रिया देते हैं। शिक्षक इस पर चर्चा भी कर सकते हैं। बेलनाकार वस्तु सपाट सतह वाले भाग से रखने पर लुढ़कती है (जरूरी नहीं कि शिक्षक इन शब्दों का इस्तेमाल करें वे सपाट सतह की ओर केवल इशारा भी कर सकते हैं) या घुमावदार सतह वाले भाग से रखने पर? लुढ़कने वाली सभी वस्तुओं को आगे और भी छाँटा जा सकता है गेंदों और टिनों के आधार पर।

लम्बाई के आधार पर छाँटना : बड़ी गेंदें व छोटी गेंदें, बड़े घन व छोटे घन, बड़े घनाभ व छोटे घनाभ (घन, घनाभ जैसे नामों को बताए बिना)।

पृष्ठों/फलकों के आधार पर छाँटना : आयताकार फलकों वाली चीजें, तिकोन फलकों वाली चीजें, गोलाकार फलकों वाली चीजें।

सामग्री के आधार पर छाँटना : 2–D आकृतियाँ या चीजें : आयत, वर्ग, त्रिभुज, वृत्त, अण्डाकार, कागज की प्लेटें, अँगूठियाँ, चूड़ियाँ–हर प्रकार की कई सारी सामग्री, वे भी अलग–अलग नाप की।

किनारों के आधार पर छाँटना : सीधे किनारों वाली आकृतियाँ, घुमावदार किनारों वाली आकृतियाँ।

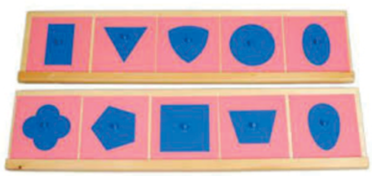
भुजाओं के आधार पर छाँटना : बच्चे आकृतियों को त्रिभुजों व आयतों में छाँट सकते हैं। स्कूल जाने से पहले की उम्र के बच्चे चीजों को एक पूर्ण के रूप में देखते हैं और किसी आकृति की विशेषताएँ जैसे भुजाओं की संख्या आदि पर ध्यान देने की क्षमता चार वर्ष की उम्र तक विकसित होती है।

गतिविधिः *दो*

मिलान करने की गतिविधियाँ

जरूरी सामग्री : 3–D वस्तुएँ, अलग–अलग आकृतियाँ (हर आकृति दो अलग–अलग नाप की), ज्यामितीय इनसेट (चित्र देखें, चित्र http://www.chuckswoodentoys.com/content-popup_image/pID-2689/popup_image.html) से लिया गया है)

आकृतियों की डाकपेटी : बच्चों को छेदों के जरिए आकृतियों को बक्से (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। चित्र http://www.mommymoment.ca/2011/11/the-aims-of-metal-insets.html). से लिया गया है) में डालने दें। मजबूत गत्ते या प्लाईवुड का इस्तेमाल करके ऐसा बक्सा बनाया भी जा सकता है।



ज्यामितीय इनसेट : बच्चे हर आकृति को उसके समरूप स्थान पर रख सकते हैं (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है)। वे आकृति को घुमाकर देख सकते हैं कि वह किस–किस तरह से उसमें फिट बैठती है।

बच्चों को बड़े घन का छोटे घन से, बड़े गोले का छोटे गोले से, एक बड़े चौकोर का एक छोटे चौकोर से, एक बड़े त्रिभुज का एक छोटे त्रिभुज से इत्यादि का मिलान करने दें।

गतिविधिः *तीन*

बाहर की जाने वाली गतिविधियाँ

आकृतियाँ बनाना : फर्श पर या बाहर मैदान पर एक बड़ा–सा गोल घेरा बनाएँ। बच्चों से उस पर चलने को कहें। उन्हें बारी–बारी से घड़ी की दिशा व घड़ी की विपरीत दिशा दोनों में चलने को कहें। उन्हें गोल घेरे के अन्दर व बाहर कूदने को कहें।

बच्चों से एक गोला बनाकर बैठने को कहें। कभी–कभी उन्हें यह मुश्किल लगता है और वे अण्डाकृति बना सकते हैं। उन्हें हाथ पकड़कर एक अच्छा गोला बनाने में मदद करें।

संगीत चौकोर : आप कुर्सी दौड़ के खेल को थोड़ा बदलकर भी खेल सकते हैं। एक चौकोर बनाएँ और बच्चों से कहें कि आपके ताली बजाने पर वे उस चौकोर पर चलें। उन्हें कहें कि आपके ताली बजाना बन्द करने पर वे किसी एक भुजा पर रुकें या फिर किसी एक कोने पर रुकें।

योगासन आकृतियाँ : वे अपने हाथों व पैरों का इस्तेमाल कर चौकोर, आयत व त्रिभुज इत्यादि आकृतियाँ बना सकते हैं। विभिन्न प्रकार के योगासनों में भी आकृतियाँ देखी जा सकती हैं।

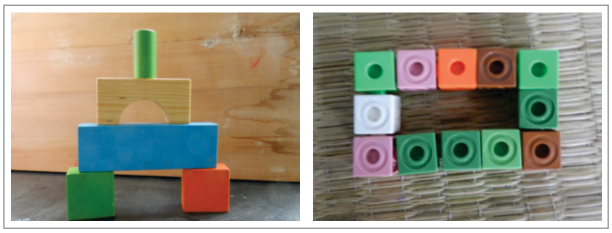
रस्सी के साथ गतिविधियाँ : बच्चों को एक लम्बी–सी रस्सी (जैसे कूदने वाली) दें और उसे कसकर खींचते हुए एक सीधी रेखा बनाने को कहें। अब बच्चों को उसे ढीला छोड़ते हुए खींचने को कहें ताकि एक घुमावदार रेखा बन सके। वे एक लहरदार रेखा भी बना सकते हैं।

जमीन पर एक सीधी रेखा, एक घुमावदार रेखा व एक टेढ़ी रेखा बनाएँ। ताली बजाने पर बच्चों को एक साथ रेखाओं पर चलने को कहें। वे बिना सन्तुलन खोए एक पैर को एक रेखा पर और तुरन्त ही दूसरा पैर सामने वाली रेखा पर रखकर चलने की भी कोशिश कर सकते हैं।

उन्हें प्रकृति की सैर पर ले जाएँ और तरह–तरह की चीजें जैसे पत्तियाँ, छड़ियाँ, पत्थर आदि इकट्ठा करने को कहें। उन्हें पत्तियों के किनारों का अवलोकन करने को कहें। कुछ के किनारे घुमावदार होते हैं तो कुछ के टेढ़े–मेढ़े। कुछ पत्थरों के किनारे सीधे होते हैं तो कुछ के टेढ़े। वे इन चीजों के ऊपर रगड़कर भी देख सकते हैं। (जैसे किसी भी चीज का छापा लेने के लिए उसके ऊपर कागज रखकर उस कागज पर पेंसिल या क्रेयान रगड़ें।)

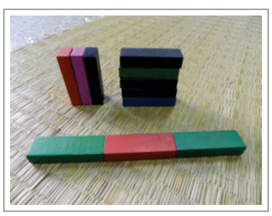
गतिविधि: चार | छाँटने की गतिविधियाँ

3–D चीजों के साथ : बच्चे अलग–अलग आकार के गुटके इस्तेमाल कर टॉवर बना सकते हैं। वे इनका इस्तेमाल कर सुरंग, घर, सड़क आदि और अन्य प्रचलित आकृतियाँ भी बना सकते हैं।

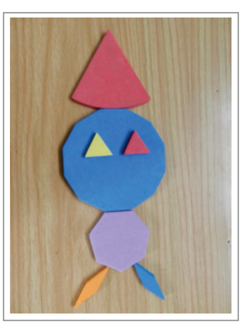


यह देखना काफी रोचक होगा कि इन्हें बनाने के लिए वे किस आकृति के गुटके चुनते हैं। एक बच्चा जिसने ढलुआ छतें देखी हों, छत बनाने के लिए उलटे कोन का इस्तेमाल कर सकता है। इन अवधारणाओं को और पुख्ता करने के लिए मापन सम्बन्धी भाषा (ऊँचा, लम्बा, छोटा, चौड़ा, संकरा) व स्थिति को दर्शाने वाली भाषा (अन्दर, ऊपर, नीचे, के ऊपर, पीछे, आगे, बाजू में) का भरपूर इस्तेमाल कर सकते हैं।

शिक्षक निर्देश दे सकते हैं जैसे '5 गुटकों को एक के ऊपर एक रखो। इसके बाद की हर पंक्ति में 3 गुटके रखो।'



2–D चीजों के साथ : बच्चे डिजाइन व पैटर्न बनाने के लिए 2–D आकृतियाँ इस्तेमाल कर सकते हैं और आकृतियों को जोड़–जोड़कर बिल्ली, घर आदि जैसी चीजों के चित्र भी बना सकते हैं।



किसी जानवर या घर को दर्शाने का बच्चों का तरीका उस आकार की उनकी मानसिक छवि (Mental Image) की ओर संकेत करता है। शुरुआती स्तर पर बच्चा शरीर के हर भाग को एक ही आकृति से दर्शाता है। वह सिर को दर्शाने के लिए एक गोला, शरीर को दर्शाने के लिए आयत और चारों पैरों को दर्शाने के लिए चार त्रिभुज चुन सकता है। 5 वर्ष की उम्र में बच्चे जानवर के कानों को दर्शाने के लिए त्रिभुजों, सिर के लिए गोले का इस्तेमाल कर सकते हैं। शरीर को दर्शाने के लिए कई आयतों को जोड़ना या बार–बार आयतों को दोहराना (यह सिर के आकार की तुलना में शरीर के आकार का बड़ा होने की जानकारी की ओर संकेत करता है) शुरू कर सकते हैं। पैरों को दर्शाने के लिए वे छोटे या बड़े आयतों का इस्तेमाल कर सकते हैं।

शतरंज का बोर्ड व रंगीन बटन : बच्चे शतरंज के बोर्ड पर अलग–अलग तरीकों से बटनों को एक पंक्ति में जमा सकते हैं। वे बटनों को अलग–अलग तरीके से जमाकर कई मजेदार आकृतियाँ भी बना सकते हैं।

खेल के दौरान बातचीत : जब बच्चे आकृतियों से खेल रहे हों तो शिक्षक बातचीत की शुरुआत कर सकते हैं। उदाहरण के लिए यदि कोई बच्चा गोले से खेल रहा हो तो शिक्षक पूछ सकते हैं, 'यह किसके जैसा लगता है?' बच्चा कह सकता है 'चाँद' या 'सूरज' की तरह। 'और कौन–सी चीजें हैं जो इसी तरह की दिखती हैं? क्या क्लास में कोई ऐसी चीज है जिसकी आकृति इस जैसी हो? क्या तुम्हारे शरीर का कोई अंग ऐसा लगता है?'

दर्शाना व चित्र बनाना : बच्चे को कागज पर एक गोला बनाने को कह सकते हैं। वह गोले के काफी करीब की एक आकृति बना सकता है। उसे एक बड़ा गोला, एक उससे बड़ा गोला, एक छोटा गोला, एक उससे भी छोटा गोला बनाने को कह सकते हैं। उससे पूछें कि क्या वह गोले के अन्दर एक और गोला बना सकता है, क्या वह 1 बड़े व 2 छोटे गोलों का इस्तेमाल कर एक चेहरा बना सकता है। इसी तरह उन्हें और आकृतियाँ भी बनाने दें। बहुत से बच्चे सूरज और उससे निकलती किरणों का चित्र बनाते हैं। वे एक गोलाकार आकृति और छड़ियों से भी सूरज बना सकते हैं। बड़े होने पर वे किरणों को बराबर–बराबर दूरी पर दर्शाना शुरू करते हैं।

कभी–कभी बच्चे चौकोर को आयत कहते हैं। यह जरूरी है कि आप यह न कहें कि 'यह आयत नहीं है चौकोर है।'

बजाए यह कहने के आप कह सकते हैं कि 'यह एक खास तरह का आयत है जिसे चौकोर कहते हैं।'

बिन्दुओं को जोड़ना : बहुत–सी गतिविधि वाली किताबों और अभ्यास पुस्तिकाओं में बिन्दुओं से बने चित्र होते हैं जिनमें बच्चों को लाइन बनाकर उन बिन्दुओं को जोड़ना होता है। यह काफी मजेदार गतिविधि होती है। और इनसे स्वतंत्र रूप से रेखाचित्र (Line drawing) बनाने की क्षमता भी निखरती है। (बहुत ही अच्छा होगा कि इस तरह की गतिविधियों में स्केल का इस्तेमाल करने की जरूरत न पड़े।)

अलग–अलग तरह की रेखाओं से पैटर्न बनाना : शिक्षक बच्चों को रेखाओं के कुछ आसान से पैटर्न अभ्यास करने व नकल करने के लिए दे सकते हैं। वे अपने खुद के पैटर्न भी बना सकते हैं।

आकृतियों की खोज : स्कूल में 'आकृतियों की खोज' का एक आयोजन करें। बच्चे किसी भी एक विशेष आकृति जैसे वृत्त को अपने आसपास व पूरे स्कूल में खोजें (उदाहरण के लिए स्कूल में खेलने वाली गेंद, घण्टी, पानी का डिब्बा, गिलास, कचरे का डिब्बा)।

साल–2

पहले साल के लिए सुझाई गई कई सारी गतिविधियाँ दोहराई भी जा सकती हैं। शिक्षक देखेंगे कि इस स्तर पर बच्चे आकृतियों को पहचानने, उनकी विशेषताओं के बारे में बताने, उन्हें छाँटने के नियमों (जिस आधार पर उन्होंने आकृतियों को छाँटा हो) के बारे में स्पष्ट रूप से बताने, आकृतियों को बनाने व उनके चित्र बनाने आदि सभी क्षेत्रों में बढ़िया योग्यता दर्शाते हैं।

तो भी शिक्षक ज्यादा जाँच–पड़ताल करने वाले सवाल पूछ सकते हैं। इससे बच्चों को और भी बारीकी से अवलोकन करने व आकृतियों के बारे में अपनी समझ को बताने में मदद मिलेगी।

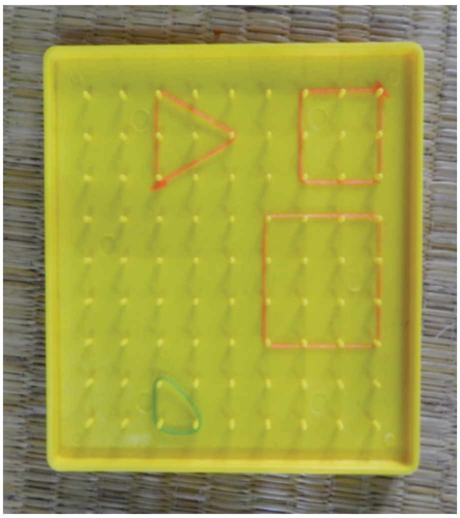
प्लास्टिसीन (चिकनी मिट्टी जैसा पदार्थ) से ठोस आकृतियाँ बनाना : बच्चों को प्लास्टिसीन से 3–D आकृतियाँ जैसे गोला, बेलन, घन और शंकु बनाने को कहें। इससे सपाट सतह व घुमावदार सतह की उनकी समझ पुख्ता होगी और फलकों, किनारों के सीधेपन आदि की ओर उनका ध्यान जाएगा। यह ध्यान रखना जरूरी है कि जो भी चीजें वे बनाते हैं वे असल चीजों के नजदीक की होंगी और हम उनसे यह उम्मीद कतई न करें कि उनकी बनाई चीजें बिलकुल मूल चीजों जैसी हों।

मिलान करने की गतिविधियाँ : बच्चों को कोई 3–D चीज दिखाएँ जैसे घनाभ। बच्चों से उन 2–D आकृतियों को उठाने के लिए कहें जो उन्हें इस 3–D चीज में दिखाई देती हों। इसी तरह आप बेलन, प्रिज्म आदि भी ले सकते हैं। क्या इस गतिविधि के लिए गोले का इस्तेमाल किया जा सकता है?

रस्सी की गतिविधियाँ : बच्चों को एक चक्करदार रस्सी का इस्तेमाल कर चौकोर बनाने को कहें। उनसे पूछें : 'आयत बनाने के लिए वे खुद को किस तरह व्यवस्थित करेंगे?' 'त्रिभुज बनाने के लिए कितने बच्चों की जरूरत होगी?'

जियोबोर्ड : जियोबोर्ड पर रबर बैण्ड से भी आकृतियाँ बनाई जा सकती हैं। बच्चों को चौकोर बनाने के अलग–अलग तरीके खोजने दें।

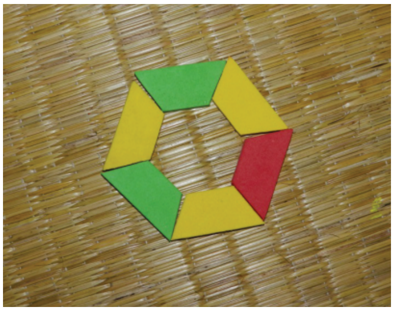
शुरुआत में वे गलतियाँ कर सकते हैं और हो सकता है कि उनका चौकोर पूरी तरह चौकोर जैसा न हो। वह एक टेढ़े चतुभुर्ज–सा हो सकता है। एक चौकोर आकृति की ओर

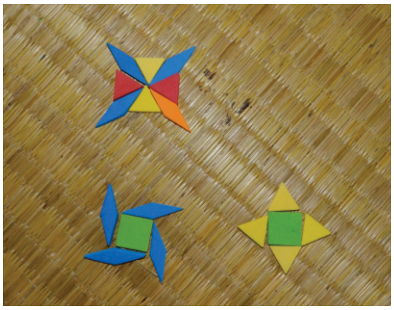


इशारा करके उनसे पूछें कि, 'क्या तुम्हारी आकृति ऐसी लगती है?' 'वह कहाँ से अलग–सी लगती है?' उनसे सवाल करें : 'क्या तुम अपने बनाए इस चौकोर से बड़ा चौकोर बना सकते हो?' वे अलग–अलग नाप के आयत बनाने के तरीके खोज सकते हैं। इसी तरह वे अलग–अलग नाप व आकृति के त्रिभुज बनाने के तरीके खोज सकते हैं। इस गतिविधि को करते हुए वे बोर्ड को घुमा सकते हैं और अपनी बनाई आकृतियों के अलग–अलग अनुस्थापन (orientation) देख सकते हैं। जिन बच्चों को आकृतियों के साथ इस तरह खेलने का मौका मिलता है उनके दिमाग में सीधे त्रिभुज की तयशुदा छवि नहीं होती और वे तब भी आकृतियों को पहचानने में सक्षम होंगे जबकि उन्हें विविध तरीकों से अनुस्थापित किया जाए।

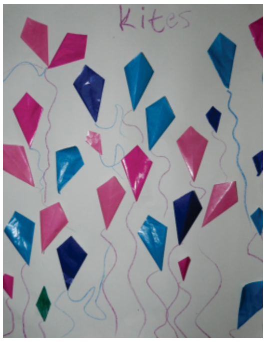
डिजाइन व पैटर्न : बच्चों को किसी एक ही आकृति को बार–बार इस्तेमाल कर डिजाइन व पैटर्न बनाने दें। पवनचक्की, आदमी, जानवर, फूल आदि की आकृति बनाने के लिए वे कई सारे त्रिभुजों का इस्तेमाल कर सकते हैं।

संयुक्त चित्र : उन्हें आकृतियों को जोड़–जोड़कर संयुक्त चित्र या दृश्य (मकान, पेड़, सूरज आदि) बनाने के लिए कहें। वे केवल रेखाओं और आकृतियों का इस्तेमाल करके भी चित्र





बना सकते हैं। या फिर वे रेखाओं व बिन्दुओं का इस्तेमाल करके भी चित्र बना सकते हैं। ऐसे ही कुछ चित्र जैसे घर, मछली, तारा, नाव आदि शिक्षक भी बना सकते हैं।



अलग–अलग लम्बाई की छड़ियों व नलियों के साथ : बच्चों को छड़ियों का इस्तेमाल कर एक आयत बनाने को कहें। हो सकता है कि शुरुआत में वे चार छड़ियों का इस्तेमाल करें पर वे उन्हें एक–दूसरे के समान्तर न रखें। कुछ समय बाद आप देखेंगे कि उन्होंने आयत की विशेषताओं को पूरी तरह दिमाग में बिठा लिया है। और वे सही लम्बाई की छड़ियाँ चुनने लगे हैं। सम्भव है कि वे आमने–सामने की छड़ियों को एक–दूसरे के समान्तर रखने व कोनों को चौकोर बनाने का भी ध्यान रखें। यदि कोई बच्चा इस तरह से आयत नहीं बनाता है तो सबसे अच्छा यही होगा कि उसे आयतों के साथ खेलने के लिए ज्यादा मौके व समय दिया जाए। बाद में आप उसे एक आयत देकर पूछ सकते हैं, 'क्या तुम्हारी आकृति इस जैसी दिखती है!' 'वह इस जैसी दिखे इसके लिए तुम्हें क्या करना चाहिए!'

बच्चे बहुभुज भी बना सकते हैं या फिर ऐसी आकृतियों को पत्थर के फर्श पर लगे टाइल्स में देख सकते हैं। अपनी

स्वाभाविक जिज्ञासा के चलते वे पूछ सकते हैं, 'यह क्या है?' उन्हें मुश्किल नाम बताने के लालच से बचते हुए आप कह सकते हैं : 'यह छह भुजाओं वाली एक आकृति है।' या फिर आकृति के अनुसार आप उन्हें वाजिब जवाब दे सकते हैं।

कक्षा एक

कक्षा एक में पहुँचने तक बच्चों के हाथों की तालमेल की क्षमता में वृद्धि हो जाती है, उनकी स्थानिक समझ भी बढ़ जाती है और एक आकृति के विभिन्न अनुस्थापनों को पहचानने की उनकी क्षमता भी विकसित हो जाती है। अब शिक्षक कागज मोड़ने के अभ्यास, आकृतियों का खाका बनाना, आकृतियों के बीच के सम्बन्धों को देखना और आकृतियों को लेकर आसान से नक्शे बनाना आदि गतिविधियों को शामिल कर सकते हैं।

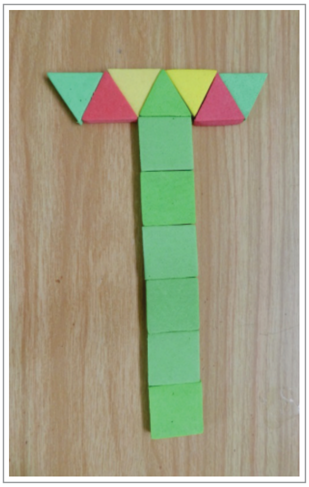
सामग्री : विभिन्न आकृतियों वाली तश्तरी (कम से कम तीन नापों के चौकोर, त्रिभुज, वृत्त, आयत और हर नाप की चार–चार सामग्री)

अभ्यास : समान नाप के चौकोर उठाएँ। हर नाप का एक चौकोर लें और उन्हें उनकी नाप के हिसाब से जमाएँ। फिर पूछें : 'क्या तुम सभी छोटे चौकोरों को जमाकर एक बड़ा चौकोर बना सकते हो?' 'यदि तुम इसे गोल घुमा दो तो क्या तब भी वह चौकोर ही रहेगा?' 'क्या तुम दो छोटे चौकोरों के इस्तेमाल से एक बड़ा चौकोर बना सकते हो?' 'इस तरह से बनाई गई आकृति क्या होगी?' 'यदि इसे गोल घुमा दो तो

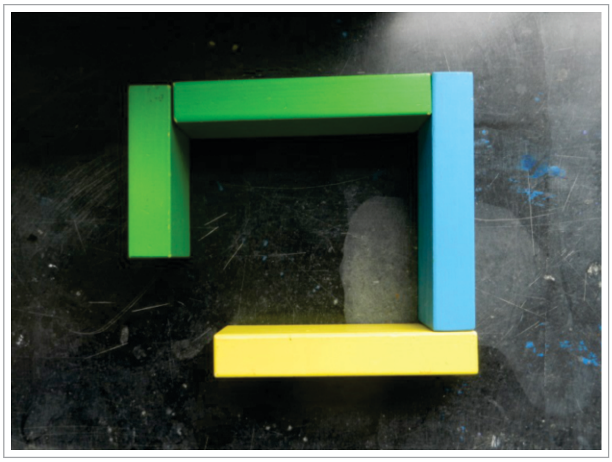
कौन–सी आकृति होगी?' 'क्या तुम तीन छोटे चौकोरों के इस्तेमाल से एक आयत बना सकते हो?' 'क्या तीन चौकोरों का इस्तेमाल कर कोई और आकृति बनाई जा सकती है?' (उदाहरण : अँग्रेजी वर्णमाला के अक्षर एल की आकृति)

बच्चों को अलग–अलग तरीकों से आकृतियों को खोजने दें। वे आकृतियों के अलग–अलग अनुस्थापनों का अवलोकन कर सकते हैं। नई आकृतियों को बनाने के बाद बच्चे अपनी जानी–पहचानी किसी चीज या आकृति के साथ उसका मिलान कर सकते हैं। उन्हें लिखने को कहें, 'यह आकृति....... जैसी लगती है।' या 'इस आकृति को देखकर मुझे .... का ध्यान आता है।' फिर वे अपनी आकृतियों को कागज पर रखकर उनका खाका बना सकते हैं।

इसी तरह वे त्रिभुजों को आपस में जोड़ सकते हैं और नतीजों का अवलोकन कर सकते हैं। जब वे दो समबाहु त्रिभुजों को जोड़ने की कोशिश करते हैं तो वे देखेंगे कि उन्हें ठीक तरह से जोड़ने के लिए उन्हें दूसरे त्रिभुज को उल्टा करना होता है। वे यह भी देखेंगे कि किनारे एक–दूसरे के पास बिलकुल सटाकर रखे गए हैं या नहीं।



इन गतिविधियों को करते हुए और विविध प्रकार की आकृतियों के बारे में चर्चा करके बच्चा किसी एक खास आकृति के उदाहरणों (examples) व उसके अ–उदाहरणो (non-examples) की पहचान करना सीखता है। अक्सर अ–उदाहरणों के बारे में चर्चा करने से बच्चे की समझ ज्यादा पुख्ता और स्पष्ट होती है। (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है) 'यह आकृति आयत क्यों नहीं है?'



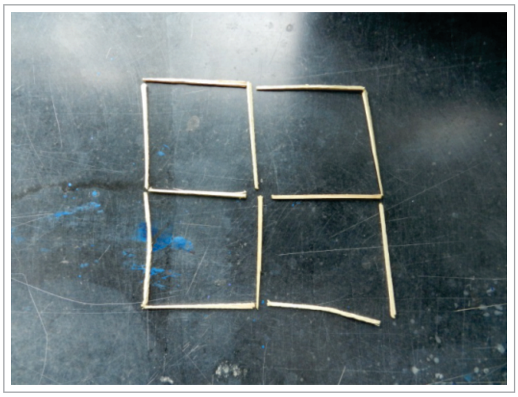
जिओबोर्ड : बच्चों को जियोबोर्ड पर रबर बैण्ड से अलग–अलग आकृतियाँ बनाने को कहें। वे समान्तर चतुर्भुज, असमान्तर चतुर्भुज, पंतगें, समचतुर्भुज आदि या अन्य कोई बहुभुज भी बना सकते हैं। चर्चा करें कि हर आकृति एक चौकोर या आयत से किन मायनों में भिन्न है। इन चर्चाओं के बीच भुजाओं व किनारों जैसे शब्दों के इस्तेमाल पर जोर दें। उनसे पूछें : 'किन मायनों में यह दो आकृतियाँ एक जैसी हैं?' 'किन मायनों में यह एक–दूसरे से अलग हैं?' 'एक आकृति को दूसरी आकृति में बदलने के लिए मुझे क्या करना होगा?' जब वे यही गतिविधि वृत्त के साथ करेंगे तो वे देखेंगे कि वृत्तों को एक साथ नहीं जोड़ा जा सकता। उनसे पूछें, 'वृत्तों को एक साथ क्यों नहीं जोड़ सकते?' अक्सर मुझे ऐसे सवालों के काफी रोचक जवाब मिलते हैं। हो सकता है कि कोई भी संख्या या आकृति किसी तरह का खास व्यवहार क्यों दर्शाती है इसे व्यक्त करने के लिए जरूरी भाषा बच्चों को न आती हो फिर भी उन्हें इसकी सहज समझ होती है जिसे वे अपने शब्दों में व्यक्त करते हैं।

कागज सम्बन्धी गतिविधियाँ : कागज फाड़ने व काटने की गतिविधियों के लिए ढेर सारा इस्तेमाल किया गया कागज (ए फोर कागज, पत्रिका के पन्ने या गिफ्ट लपेटने का कागज) रखें। बच्चों से कहें कि कागज के अतिरिक्त हिस्से को अपने हाथों से फाड़कर मोटेतौर पर एक चौकोर आकृति बनाएँ। इस स्तर पर किसी तरह का मापन न करें। इससे उनके हाथों का तालमेल कौशल बढ़ता है। वे दिए गए कागज में एक चौकोर आकृति की कल्पना करना और हटाए जाने वाले अतिरिक्त हिस्से को पहचानना शुरू करते हैं। बेशक अतिरिक्त हिस्से को ध्यान से हटाना एक प्रकार का कौशल है। चौकोर के

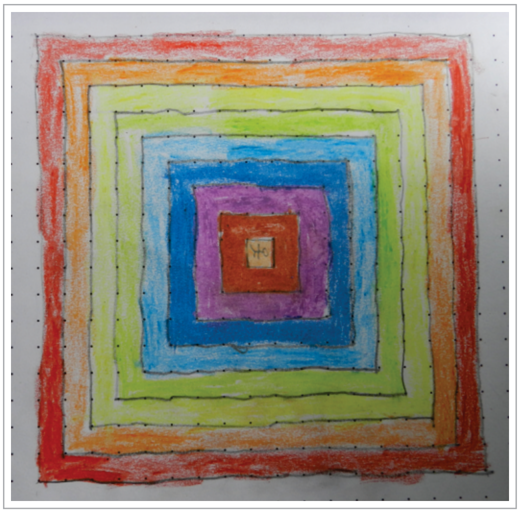
लगभग करीब की आकृति बनाने के लिए बच्चों को काफी अभ्यास की जरूरत होगी। खाका बनाने के लिए वे बड़ी चौकोर आकृतियों का इस्तेमाल कर सकते हैं और बच्चों के लिए अनुकूल कैंची का इस्तेमाल कर उस आकृति को काट भी सकते हैं। वे अलग–अलग नाप के चौकोर काटकर उनका एक कोलाज बना सकते हैं। वे आकृतियों का एक एलबम भी बना सकते हैं जिसमें वे अपनी काटी अलग–अलग आकृतियाँ चिपका सकते हैं। वे ऐसी चीजों या जगहों की सूची बना सकते हैं जहाँ उन्होंने चौकोर आकृति देखी हो। इसी तरह वह आयत, त्रिभुज व वृत्त के साथ भी कर सकते हैं। वे कागज की पट्टियों से आयत काट सकते हैं और उन्हें धागे में पिरोकर दीवार सजाने वाला बना सकते हैं।

कागज मोड़ना : बच्चों को कागज के किसी भी टुकड़े को मोड़ने व उसके मोड़ बनाने को कहें। फिर वे कागज को खोलकर बनाए गए मोड़ की रेखा देखें। वे मोड़ की वजह से उस कागज में बनी दो आकृतियों को भी देख सकते हैं। वे आयत या चौकोर जैसे नियमित आकृतियाँ हो सकती हैं या फिर अनियमित आकृतियाँ भी। वे उसी कागज को एक बार और मोड़कर देख सकते हैं कि दोनों मोड़ एक–दूसरे को काटते हैं या नहीं। वे नई बनी आकृतियों का भी अवलोकन कर सकते हैं। जब वे आड़े, खड़े व तिरछे मोड़ों के साथ प्रयोग कर रहे हों तो सकता है कि उनके मोड़ एकदम सटीक न हो।

टूथपिक के साथ गतिविधियाँ : वे आकृतियाँ बनाने के लिए टूथपिक का भी इस्तेमाल कर सकते हैं। उन्हें अपनी बनाई आकृतियों को पहचानने दें। वे किसी एक टूथपिक को हटाकर देख सकते हैं कि ऐसा करने से उनकी आकृति में क्या बदलाव आता है। वे एक और टूथपिक को हटाकर आकृति में आए बदलाव को देख सकते हैं। यदि वे किनारे की टूथपिक हटा दें तो क्या होगा?



बिन्दुओं वाला कागज : बच्चों को आकृतियाँ बनाने, संयुक्त चित्र बनाने या पैटर्न बनाने के लिए बिन्दुओं वाले चौकोर या तिकोने कागज भी दिए जा सकते हैं। वे चार भुजाओं वाली आकृतियाँ (जरूरी नहीं कि आकृतियाँ नियमित हों), पाँच भुजाओं वाली आकृतियाँ और ज्यादा भुजाओं वाली आकृतियाँ बनाने के लिए बिन्दुओं वाले कागज के बिन्दुओं को जोड़ सकते हैं। बच्चे परिचित आकृतियों का नाम भी बता सकते हैं।



रहस्यमयी थैला : एक थैले में अलग–अलग 3–D आकृतियाँ डाल दें। बच्चा थैले में हाथ डालकर कोई भी एक आकृति चुन ले और उसे छूकर बताए कि वह सपाट है या घुमावदार, उसकी कितनी फलक हैं, फलकों की आकृति कैसी है आदि। बाकी बच्चों को उसके बताए गए वर्णन के आधार पर उस आकृति का अनुमान लगाना होगा। यही खेल 2–D आकृतियों के साथ भी खेला जा सकता है। इस खेल से बच्चों के छूने की समझ, अवलोकन कौशल, कल्पना करने की क्षमता व तार्किक सोच परिष्कृत होती है।

शिक्षक हवा में किसी एक आकृति का चित्र बना सकते हैं जिसे बच्चों को ध्यानपूर्वक देखकर उसका नाम बताना होगा। इस तरह के खेल किसी भी आकृति की बनावट के बारे में बच्चे की समझ को पुख्ता करते हैं।

बच्चे को कोई भी आकृति दी जाए तो वह उसके बारे में बता पाए, उससे सम्बद्ध जानकारी दे पाए और उसका वर्णन कर पाए। बच्चा उस आकृति को पहचान पाए। ऐसा करने से ज्यामितीय आकृतियों का सही तरीके से वर्णन करने व विश्लेषण करने का कौशल विकसित होता है।

जिग्सा पजल्स : ऐसे पजल्स को हल करते हुए बच्चे टुकड़ों की आकृतियों को ध्यान से देखना शुरू करते हैं, कोने के टुकड़ों को जिनमें दो किनारे होते हैं, बगल के टुकड़ों को जिनमें एक किनारा होता है। वे अक्सर टुकड़ों को घुमाकर भी देखते हैं जिससे चौथाई मोड़, आधा मोड़, एक तिहाई मोड़ आदि की समझ भी विकसित होती है।

कक्षा को विभिन्न तरीकों से जीवन्त बनाए रखें।

(आगे की गतिविधियों के लिए ज्यामिति भाग–दो देखें)

पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली ऋषिवैली स्कूल, आन्ध्रप्रदेश के कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर में 1983 से काम कर रही हैं। वे गणित,कम्प्यूटर, भूगोल,अर्थशास्त्र, पर्यावरण विज्ञान तथा तेलगु भाषा का अध्यापन करती रहीं हैं। आजकल वे आउटरीच कार्यक्रम के तहत एस.सी.ई.आर.टी., आन्ध्रप्रदेश के साथ उनके पाठ्यक्रम सुधार तथा प्राथमिक स्तर की गणित पाठ्यपुस्तकों के निमार्ण में संलग्न हैं। 1990 के दशक में उन्होंने जाने–माने गणितज्ञ श्री पी.के. श्रीनिवासन के साथ काम किया है। वे ऋषिवैली स्कूल की मल्टीग्रेड लर्निंग प्रोग्राम टीम का हिस्सा भी रही हैं, जिसे 'स्कूल इन ए बाक्स' के नाम से जाना जाता है। उनसे padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

यह अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय तथा कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर,ऋषिवैली की संयुक्त पत्रिका At Right Angles (a resource for school mathematics) Volume 3,N0.3 November 2014 में प्रकाशित Teaching Geometry at the Primary Level का हिन्दी अनुवाद है। **अनुवाद** : कविता तिवारी **सम्पादन** : राजेश उत्साही