

इबारती सवालों में क्यों उलझते हैं विद्यार्थी?

मीनू पालीवाल

शिक्षा में काम करने वाले लोगों का अनुभव है कि बहुत-से बच्चे जोड़, घटाना, गुणा और भाग तो कर लेते हैं, लेकिन इबारती प्रश्न पढ़कर समझ नहीं पाते कि इस प्रश्न में उन्हें कौन-सी संक्रिया करनी है। जो हिसाब-किताब बच्चे दैनिक जीवन में आसानी से कर लेते हैं वही कक्षा में जब इबारती सवाल के रूप में आता है तब मुश्किल क्यों बन जाता है, जानते हैं इस लेख में।

मैं जिन बच्चियों के साथ गणित सीखने-सिखाने का काम कर रही थी, उन्होंने कक्षा 5-6 के बाद विद्यालय छोड़ दिया था। 3-4 सालों के बाद अब इन बच्चियों ने दोबारा पढ़ाई शुरू की थी। शुरुआती 3 महीनों के लिए इनके साथ कक्षा 3 की गणित के स्तर का काम किया जा रहा था। इन बच्चियों ने पूछे गए मौखिक इबारती प्रश्न आसानी से हल कर लिए, लेकिन संक्रिया लिखकर हल करने में इन्हें परेशानी हुई, तथा इबारती प्रश्न को पढ़कर करने में और ज्यादा परेशानी हुई। जैसे, रमा के पास कुछ रुपए थे। मम्मी ने 38 रुपए और दे दिए। अब रमा के पास 59 रुपए हो गए। बताइए, रमा के पास शुरुआत में कितने रुपए थे?

“ गणित मात्र गणना नहीं है। गणित, विभिन्न राशियों के सम्बन्ध के बारे में सोचना, व्यापीकरण कर नियम व सिद्धान्त बनाना, और तब विभिन्न परिस्थितियों में इसे लागू कर पाना है। ”

सवाल यह है कि इबारती प्रश्नों का उपयोग करते हुए इन्हें पढ़ाना क्यों है? और जब बच्ची संक्रिया सही तरह से कर रही है तब इबारती प्रश्न की क्या ज़रूरत है? इसका एक उत्तर एक प्रश्न के रूप में है—“हम क्या सिखाना चाह रहे हैं, और क्यों सिखाना चाह रहे हैं?” पाठशाला भीतर और बाहर पत्रिका के अंक 11 में प्रकाशित लेख 'गणित क्यों और कैसे?' इन्हीं प्रश्नों पर चर्चा करता है।

गणित मात्र गणना नहीं है। गणित, विभिन्न राशियों के सम्बन्ध के बारे में सोचना, व्यापीकरण कर नियम व सिद्धान्त बनाना, और तब विभिन्न परिस्थितियों में इसे लागू कर पाना है। इबारती प्रश्न बच्चों को जाना-पहचाना सन्दर्भ उपलब्ध कराते हैं, और गणितीय राशियों के बीच सम्बन्ध समझने में मदद करते हैं। यदि सन्दर्भ परिचित है तो बच्चे मौखिक इबारती प्रश्न कर लेते हैं, लेकिन इबारती प्रश्न पढ़कर समझ न आना एक बड़े स्तर पर

देखा जाता है। अकसर ऐसे बच्चे भी, जो ठीक से पढ़ लेते हैं, शिक्षक से उम्मीद करते हैं कि वे उन्हें बताएँ कि इस प्रश्न में क्या करना है। उदाहरण के लिए, मेरी एक विद्यालय में विज्ञित के दौरान कक्षा 5 की एक बच्ची ने बिना अटके एक प्रश्न पढ़ा—“रेवती ने अपने जन्मदिन पर कक्षा में चॉकलेट बाँटीं। वह 55 चॉकलेट लेकर आई थी, और उसने कक्षा में 42 बच्चों को 1-1 चॉकलेट दे दी। बताइए, अब उसके पास कितनी चॉकलेट हैं?”



चित्र 1: पाठ्यपुस्तक में सवालों को समझने और हल करने के प्रयासों में जुटे बच्चे

प्रश्न पढ़ने के बाद बच्ची मेरी ओर देखने लगी कि इसमें क्या करना है। जब मैंने मदद नहीं की तो वह दुबारा किताब खोलकर देखने लगी। मुझे लगा दुबारा प्रश्न पढ़ रही होगी, पर वह प्रश्न दुबारा नहीं पढ़ रही थी। मैंने उससे पूछा, "तुम प्रश्न नहीं पढ़ रही हो तो किताब में क्या देख रही हो?" उसने कहा कि वह यह देख रही है कि यह प्रश्न किताब के किस पन्ने पर लिखा है। किताब में एक पन्ने पर जोड़ने के सभी इबारती प्रश्न लिखे थे, और अगले पन्ने पर घटाने के इबारती प्रश्न। जाहिर ही है कि यह बच्ची प्रश्न को पढ़कर समझने की मेहनत नहीं कर रही थी। वह सही उत्तर तक पहुँचने के लिए यह पता लगा रही थी कि प्रश्न जोड़ने के अध्याय में है या घटाने के।

प्रश्नों को हल करने का मशीनी तरीका

अक्सर कक्षाओं में बच्चे संक्रिया के कुछ चरण याद कर लेते हैं, और तब बिना सोचे, मशीनी तरीके से कक्षा में याद कराए गए इन चरणों को दोहराते हैं। ऐसा करने में उनसे विचित्र क्रिस्म की गलतियाँ होती हैं। जैसे चित्र 2 में आप देख सकते हैं कि बच्चे ने भाग के 3 प्रश्न सही किए हैं, लेकिन 535 में 5 का भाग देकर 17 उत्तर लिखा है। इस तरह की गलतियाँ बच्चे आम जीवन में नहीं करते। असल में, यह गलती प्रश्न करने के

⑦ $52 \div 13$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 13 \overline{)52} \\ \underline{52} \\ 00 \end{array}$$

⑧ $48 \div 12$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12 \overline{)48} \\ \underline{48} \\ 00 \end{array}$$

⑨ $696 \div 3$

$$\begin{array}{r} 232 \\ 3 \overline{)696} \\ \underline{6} \downarrow \\ 09 \\ \underline{9} \downarrow \\ 06 \\ \underline{6} \end{array}$$

⑩ $535 \div 5$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 5 \overline{)535} \\ \underline{5} \downarrow \\ 035 \\ \underline{35} \\ 00 \end{array}$$

चित्र 2: बच्चों द्वारा भाग करने के तरीकों के कुछ उदाहरण

मशीनी तरीके के इस्तेमाल के कारण है। मशीनी ढंग से प्रश्न हल करने पर बच्चे संख्याओं के बीच कोई सम्बन्ध नहीं बना पाते। यह भी कि मशीनी तरीके से कुछ चरण दोहराते रहने से बच्चे विद्यालय के गणित और विद्यालय के बाहर के गणित में सम्बन्ध नहीं देख पाते।

“ प्रश्न पूछना उत्तर देने से ज़्यादा बेहतर क्वालिफ़िकेशन है क्योंकि यदि प्रश्न ही नहीं होगा तो उसका उत्तर ढूँढ़ने की शुरुआत ही कैसे होगी? ”

इससे बच्चों में यह नज़रिया भी विकसित होता है कि हमें बस उत्तर लाना है, और शिक्षक से यह पता करना है कि उत्तर सही है या नहीं। बच्चे इसी में खुश होने लगते हैं कि उनके कितने उत्तर सही हैं और दूसरों के कितने ग़लत। आपने कई बार बच्चों को यह कहते सुना होगा, "मैडम, मैंने सबसे पहले बताया न?"; मैडम, मेरा उत्तर सही है न, उसका ग़लत?"; आदि। सारी क़वायद इस बात की होती है कि कौन पहले उत्तर देगा। बच्चों को अपने ढंग से प्रश्न करने का मौक़ा नहीं मिलता, इसलिए यह बात ही नहीं होती कि बच्चे का प्रश्न हल करने का तरीक़ा क्या था, न ही उन्हें नए प्रश्न बनाने का, और उन्हें हल करने का मौक़ा मिलता है। एक समय पर एक जैसे ही प्रश्न करने को दिए जाते हैं जिससे प्रश्नों को समझकर करने की गुंजाइश ही नहीं होती। "कितना बढ़िया प्रश्न पूछा है!", यह कक्षाओं में सुनने को बहुत कम मिलता है। जब मैं स्नातक की पढ़ाई कर रही थी तब मैंने अपने शिक्षक को एक बच्ची के लिए कहते सुना, "तुम बहुत बढ़िया प्रश्न पूछती हो!" उस समय से लेकर आज भी मुझे लगता है कि प्रश्न पूछना उत्तर देने से ज़्यादा बेहतर क्वालिफ़िकेशन है क्योंकि यदि प्रश्न ही नहीं होगा तो उसका उत्तर ढूँढ़ने की शुरुआत ही कैसे होगी!

मैंने अपनी कक्षा में इन बातों को मुखरता से जगह दी है—

1. तुमने यह प्रश्न कैसे हल किया?
2. क्या आप लोगों को यह उत्तर ठीक लगता है? क्यों?
3. क्या तुम अपने दोस्तों को यह प्रश्न समझा सकते हो?
4. तुम्हारा प्रश्न बहुत ही बढ़िया है!

इन प्रश्नों पर बात करते हुए कक्षा में काम करने में काफ़ी वक़्त लगता है, पर सोचती हूँ कि हम जो सिखाना चाह रहे हैं, क्या उसके लिए यह समय लगाना आवश्यक नहीं? कभी-कभी समय की कमी ज़रूर महसूस होती है, पर यदि हम इस तरह से चर्चा नहीं करेंगे तो बच्चे तार्किकता से सोच पाना नहीं सीख पाएँगे। इससे बच्चों की सोच पाने की क्षमता तो सीमित होती ही है साथ ही नए जुड़ाव बनाने, जैसे पाठ्यपुस्तक और अपने अनुभवों के बीच, दो संक्रियाओं के बीच इस तरह के विभिन्न सम्बन्ध बनाने, की क्षमता भी प्रभावित होती है। धीरे-धीरे गणित से, गणितीय सोच से बच्चों की दूरी बढ़ती चली जाती है।

कुछ और अनुभव

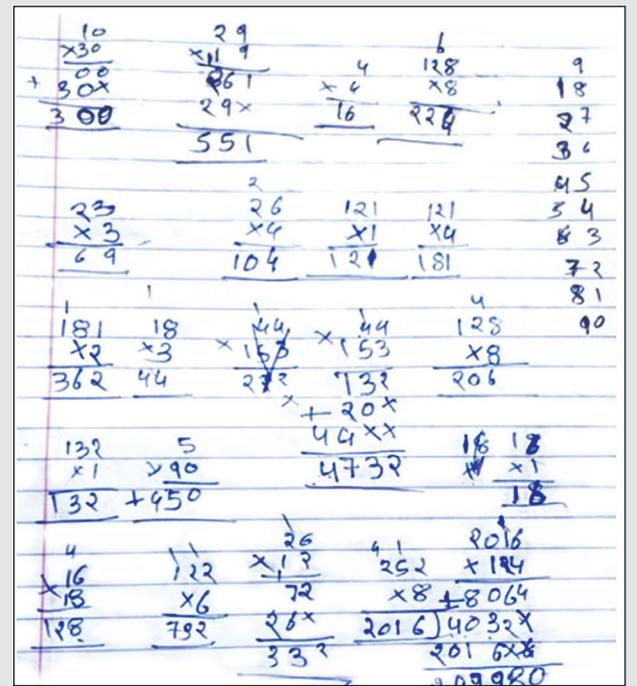
कक्षा 4 के बच्चों के साथ इबारती प्रश्नों का एक पर्चा लेकर बैठी। बच्चों को पता था कि हम गुणा सीख रहे हैं। उन्हें प्रश्न में केवल 2 संख्याएँ खोजनी थीं जिनका वे गुणा कर सकें। इस बात का ध्यान रखते हुए मैंने प्रश्नों में 2 से ज़्यादा संख्याएँ रखने की कोशिश की। उदाहरण के लिए, प्रश्न ऐसा था—“एक गाय दिन में दो बार दूध देती है। यदि एक बार में वह 4 लीटर दूध देती है तो वह 5 दिनों में कुल कितना दूध देगी?” इस प्रश्न में बच्चे ने 5 को 4 से गुणा करके 20 उत्तर दिया, जबकि $2 \times 4 \times 5$ किया जाना चाहिए था। चित्र 3 में आप ऐसे और भी उदाहरण देख सकते हैं।

चित्र 3 में आप देख सकते हैं कि इस बच्चे ने बहुत-से प्रश्न सही हल कर लिए हैं। कुछ प्रश्नों पर बच्चे से चर्चा भी हुई। इससे उसे यह समझने में मदद मिली कि कौन-सी दो संख्याओं का गुणा करना है, पर उसने एक प्रश्न में 121 का 1 से गुणा भी किया है। यदि वह गुणा का मतलब समझता, प्रश्न को समझता तो 121 का 1 से गुणा नहीं करता। इस तरह की परेशानी की एक वजह मुझे इबारती प्रश्न न पूछा जाना लगती है। लेकिन यहाँ इबारती प्रश्न है—“एक विद्यालय में 121 बच्चे हैं। हर एक बच्चे के लिए 1 थाली, 4 कटोरी और 2 चम्मचों की ज़रूरत होगी। बताइए, कितनी कटोरी, चम्मच और थाली की ज़रूरत होगी?” इसके बाद भी बच्चे ने 121 को 1 से गुणा किया है। एक और प्रश्न में भी बच्चे ने 1 से गुणा किया है। इसका एक कारण यह है कि बच्चा कक्षा में मशीनी तौर से सीखे गए गुणा के चरण दोहरा रहा है। दूसरा कारण जल्दी-से-जल्दी प्रश्न हल करके दिखाना हो सकता है। यह भी कारण हो सकता है कि ज़रूरत से ज़्यादा प्रश्न दिए हैं और काम जल्दी ख़त्म करना है, या प्रश्न को हल करके दिखाना ही है तो कुछ प्रक्रिया करनी होगी।

इस पन्ने में और भी बहुत-सी ग़लतियाँ हैं। जैसे, 128 से 8 का गुणा करने पर इकाई के अंक में 6 लिखना और 4 दहाई को हासिल के रूप में दहाइयों में जोड़ना। पर बच्चे ने हर जगह यह ग़लती नहीं की है। कुछ दूसरे प्रश्नों में, जैसे 122 में 6 का गुणा करने पर, वह ग़लती नहीं की है, और गुणा करके वह ठीक उत्तर पर पहुँच गया है। इससे यह भी पता चलता है कि किसी भी अवधारणा पर काम करते समय बच्चे अलग-अलग तरह के प्रश्न हल करते हैं, और धीरे-धीरे सीखते हैं। इसके अलावा, गणित में प्रश्न को समझना भी महत्वपूर्ण है, और यह भी महत्वपूर्ण है कि प्रश्न को हल करने के लिए किस तरह से लिखना है, और फिर उसे हल करते समय क्या-क्या ध्यान रखना है।

इसलिए इसके बाद मैंने बच्चे से कहा कि आप हर प्रश्न को पढ़कर पूरे वाक्य में उत्तर भी लिखो। आगे चित्र 5 में आप देख सकते हैं कि इसी बच्चे ने ठीक से प्रश्न लिखा, और पूरे वाक्य में उत्तर लिखा है। इससे बच्चे, प्रश्न में क्या करना था और क्या किया, इस बारे में सोच पाते हैं और गणित सार्थक बनता है।

कक्षा में काम करने के दौरान मुझे समझ आया कि बच्चों द्वारा ग़लतियाँ होंगी ही। कई बार ऐसी ग़लतियाँ भी होती हैं जिनका



1. एक पौधा हर साल 10 सेंटीमीटर बढ़ता है। उसकी ऊँचाई 30 साल तक बढ़ती है। यह पौधा 25 साल के अन्त में कितने सेंटीमीटर ऊँचा हो जाएगा?
2. राजीव नगर में घरों की 19 लेन (कतार) हैं। हर लेन में 29 घर हैं। कॉलोनी में कुल कितने घर हैं?
3. एक होटल में 4 तरह के (आलू, गोभी, मटर, पनीर) पराठे मिलते हैं। यह पराठे वह 4 तरह की चटनी (लाल, हरी, सफ़ेद, पीली) के साथ बेचता है। एक व्यक्ति के पास कितनी तरह से पराठे खाने का विकल्प है?
4. स्कूल में 128 बच्चे हैं। सभी बच्चे प्रार्थना के लिए कतार में खड़े हो गए। बच्चों की 8 कतारें थीं। हर कतार में कितने बच्चे होंगे?
5. अपना घर स्कूल में 23 कमरे हैं। हर कमरे में 3 पंखे और 4 ट्यूबलाइट हैं। स्कूल में कुल कितने पंखे और ट्यूबलाइट हैं?
6. एक भैंस दिन में दो बार दूध देती है। एक बार में भैंस 5 लीटर दूध देती है। 90 दिनों में भैंस कितना दूध देगी?
7. एक किताब की कीमत 26 रुपए है। शारदा मन्दिर स्कूल को उसकी 56 प्रतियाँ चाहिए हैं। स्कूल को 56 प्रतियों के कितने रुपए देने होंगे?
8. अपना घर स्कूल में 121 बच्चे हैं। हर बच्चे के लिए स्कूल को 1 थाली, 4 कटोरी और 2 चम्मच की ज़रूरत है। स्कूल को कितनी थाली, कटोरी और चम्मच की ज़रूरत होगी?
9. एक स्कूल में 18 कमरे हैं। हर कमरे के लिए 3 दरी ख़रीदना हैं। एक दरी की कीमत 153 रुपए है। स्कूल को कितनी दरी की ज़रूरत होगी और कितने रुपए खर्च करने होंगे?
10. एक दुकानदार हर महीने अपनी दुकान में 132 बिस्कुट पैकेट बुलवाता है। एक साल में वह कितने बिस्कुट के पैकेट बुलवाएगा?

चित्र 3: इबारती सवाल और उन्हें हल करने के कुछ नमूने

कोई कारण समझ नहीं आता, और कई बार बच्चा भी इस बात का उत्तर नहीं दे पाता कि यह उत्तर कैसे आया। कोई भी तरीका कितना भी अच्छा हो, अगर बच्चा उसे काम में लेने के दौरान अर्थ नहीं निकाल पा रहा है, या समझ नहीं पा रहा है तो ग़लतियाँ होंगी ही। जैसे, छोटी संख्या में से बड़ी संख्या घटाना। अर्थ समझना तभी हो पाएगा जब बच्चा उस पद्धति या एल्गोरिदम को तार्किक रूप से हल कर रहा है। इसके लिए यह कर सकते हैं कि हर बार हम कक्षा में प्रश्नों पर चर्चा करें। इस पर चर्चा करें कि कोई उत्तर क्यों सही या ग़लत है, या किसी भी उत्तर तक वे कैसे पहुँचें? बच्चों को प्रश्न को अलग-अलग तरह से हल करने की आज़ादी दें, और ऐसे तरीकों को कक्षा में

$$8 \times 5 =$$

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 =$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 32 \\ \hline 48 \end{array}$$

चित्र 4 : गुणा हल करने का यह भी है एक तरीका

प्रोत्साहित करें। अपने उत्तर के पक्ष में बच्चों को अपनी सोच को व्यक्त करने की जगह दें। दूसरे बच्चों को उस तर्क से सहमत या असहमत होने की जगह दें। यदि हम बच्चों को सोचना सिखाना चाहते हैं तो इस तरह की बातों को कक्षा में जगह देनी होगी। (चित्र 4 में देखिए कि बच्चे ने 8×5 का उत्तर कैसे खोजा है।)



खुद से प्रश्न करते हुए बच्चे सोचना सीखते हैं। वे सीखते हैं कि किस क्रम में और किस तरह से सोचने से मदद मिलेगी। यह सीखते हुए बच्चे गलतियाँ करेंगे, लेकिन यह सिर्फ उत्तर पाने की कवायद करने से ज्यादा अर्थपूर्ण होगा।



गणित सीखने में बच्चों को सिर्फ संक्रियाएँ ही नहीं करनी हैं। गणित, प्रश्नों के सही उत्तर पाने से अधिक है। यह सोचने का एक तरीका है। खुद से प्रश्न करते हुए बच्चे सोचना सीखते

एक शर्ट में 6 बटन लगते हैं।
122 शर्ट में कितनी बटनें लगेगी

$$\begin{array}{r} 11 \\ 122 \\ \times 6 \\ \hline 732 \end{array}$$

122 शर्ट में 732 बटन लगेगी।

चित्र 5 : बच्चे ने खुद इबारती सवाल लिखा, उसे हल किया और इबारत में उत्तर लिखा

हैं। वे सीखते हैं कि किस क्रम में और किस तरह से सोचने से मदद मिलेगी। यह सीखते हुए बच्चे गलतियाँ करेंगे, लेकिन यह सिर्फ उत्तर पाने की कवायद करने से ज्यादा अर्थपूर्ण होगा। बच्चे इबारती प्रश्न करें भी और बनाएँ भी। इबारती प्रश्न उन्हें व्यावहारिक गणित से जुड़ने का मौका देते हैं जिससे उन्हें पाठ्यपुस्तक के प्रश्नों को समझने में भी मदद मिलती है।

अन्त में

'सिखाना' एक बेहद जटिल काम है। कुछ लोग यह भी कहते हैं कि हम किसी को कुछ सिखा नहीं सकते, केवल सीखने का वातावरण दे सकते हैं। बहुत हद तक यह बात सही लगती है क्योंकि कुछ सीखने के लिए सोचना / मानसिक प्रक्रिया बहुत ज़रूरी होती है जो दबाव डालने से नहीं हो सकती। कहीं-न-कहीं अन्दर की इच्छा के बिना यह नहीं किया जा सकता। हम चाहते हैं कि बच्चे प्रश्नों से जुड़ें। इसमें बहुत हद तक सन्दर्भ मदद कर सकता है। पर सिर्फ सन्दर्भ से काम बन जाएगा यह भी नहीं कह सकते। इसमें और भी कारक महत्वपूर्ण हो सकते हैं। मसलन, कक्षा और घर का वातावरण, बच्चे / शिक्षक का शारीरिक और मानसिक स्वास्थ्य, बच्चे की अपनी दिलचस्पी, रुचि, इत्यादि। इन कारकों को ध्यान में रखते हुए और सचेत रहते हुए शिक्षण करने की ज़रूरत है।



मीनू पालीवाल ने अज़ीम प्रेमजी फ़ाउण्डेशन और मुस्कान के साथ लगभग सात वर्षों तक काम किया है। छह वर्ष आईसीआईसीआई बैंक के साथ काम करने के दौरान अपने मन में आने वाले प्रश्नों की तलाश में शिक्षण प्रक्रिया से जुड़ीं। उन्हें प्राथमिक कक्षाओं में सीखने-सिखाने का काम करना अच्छा लगता है।

सम्पर्क : paliwal.meenu@gmail.com