

# फैक्ट फैमिली

स्वाती सरकार

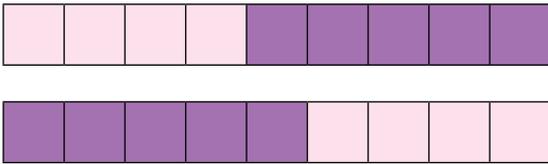
एक फैक्ट फैमिली (Fact Family) असल में तीन प्राकृत संख्याओं का एक समूह होता है, जिसमें से दो संख्याओं का जोड़ तीसरी संख्या होता है। उदाहरण के लिए {2, 3, 5} एक फैक्ट फैमिली बनाते हैं क्योंकि  $2 + 3 = 5$  होता है। लेकिन {7, 4, 2} एक फैक्ट फैमिली नहीं बनाते हैं। फैक्ट फैमिली में संख्याओं का क्रम मायने नहीं रखता। यदि किसी फैक्ट फैमिली में दो संख्याएँ एक समान हों, तो तीसरी संख्या या तो शून्य होगी या फिर उस संख्या का दोगुना होगी।

उदाहरण : यदि किसी समूह में 5 और 5 हैं, तो {5, 0, 5} और {5, 5, 10} दोनों फैक्ट फैमिली हो सकती हैं। क्या यह मुमकिन है कि किसी फैक्ट फैमिली की तीनों संख्याएँ एक समान हों? हाँ – बशर्ते तब तीनों संख्याओं का मान 0 होना चाहिए!

यह लेख मेरे द्वारा एक कक्षा के लगातार दो दिन तक किए गए अवलोकन और अनुभव पर आधारित है। ये कक्षाएँ अज़ीम प्रेमजी स्कूल, यादगीर में कक्षा-2 की शिक्षिका आक्रेफ़ा बसरी द्वारा ली गई थीं। उन्हें यह खास आइडिया <https://bit.ly/4qlk2FF> से मिला था।

पहले दिन कक्षा में, शिक्षिका ने बच्चों से 'फैमिली' यानी माता, पिता और बच्चे पर बात-चीत शुरू की। इसके बाद उन्होंने तीन संख्याओं की एक फैमिली : 4, 5 और 9 पेश की। उन्होंने बच्चों से पूछा कि क्या वे बता सकते हैं कि ये संख्याएँ जोड़ और घटा के माध्यम से कैसे आपस में जुड़ी हुई हैं। बच्चों ने जोड़ के तथ्य इस प्रकार बताए :  $4 + 5 = 9$  और  $5 + 4 = 9$ । जब कुछ बच्चों ने  $2 + 7 = 9$  शामिल करना चाहा, तो शिक्षिका ने याद दिलाया कि इस फैमिली में केवल 4, 5 और 9 ही सदस्य हैं।

उन्होंने इसे काउंटर की मदद से भी दिखाया, जैसा कि चित्र-1 में दिखाया गया है। इसके बाद उन्होंने इन्हीं संख्याओं से घटा के तथ्य पूछे और जवाब मिले :  $9 - 5 = 4$  और  $9 - 4 = 5$ ।



चित्र-1

शिक्षिका ने अब बच्चों को अपनी मनचाही संख्या चुनकर फैक्ट फैमिली बनाने को कहा। शुरुआत में संख्याएँ चुनी गईं {6, 3, 10}, जाँच करने के बाद वे {6, 3, 9} हो गईं। शिक्षिका ने जब कहा कि फैमिली में कोई संख्या दोहराई नहीं जानी चाहिए, तो {4, 4, 8} को बदलकर {3, 5, 8} कर दिया गया। ग्रुप गतिविधियों से बनी फैक्ट फैमिली थीं : {12, 8, 20}, {54, 31, 23} और {20, 4, 16}।

दूसरे दिन आक्रेफ़ा बच्चों को खेल के मैदान में ले गईं और उन्हें एक मिनट में जितने हो सकें उतने कंकड़ इकट्ठा करने को कहा। इसके बाद बच्चों ने अपने-अपने कंकड़ों की गिनती की। हर किसी के पास अलग-अलग संख्या थी। अब शिक्षिका ने प्रत्येक बच्चे से कहा कि वे अपने इकट्ठा किए हुए कंकड़ों को दो भागों में बाँटें, ताकि एक फैक्ट फैमिली बनाई जा सके। एक बच्ची के पास 43 कंकड़ थे। उसने उन्हें 42 और 1 में बाँटा। उसकी फैक्ट फैमिली थी : {1, 42, 43} और उसने ये तथ्य लिखे :  $1 + 42 = 43$ ,  $42 + 1 = 43$ ,  $43 - 1 = 42$  और  $43 - 42 = 1$ ।

एक विद्यार्थी ने जब {20, 30, 50} की फैमिली बनाई

की-वर्ड : संख्याएँ, जोड़, घटाव, अवलोकन, मैनिप्युलेटिव्स

तो इससे चर्चा आगे बढ़कर 50 को सबसे बड़ी संख्या रखते हुए दूसरी फ़ैक्ट फ़ैमिली तक पहुँची, जैसे : {10, 40, 50} और {50, 0, 50}। उन्होंने देखा कि 50 कंकड़ों को कई तरीकों से दो भागों में बाँटा जा सकता है। इसके बाद बच्चों ने जोड़ की बजाय 50 के लिए घटा की फ़ैक्ट संख्याएँ खोजना शुरू कर दीं।

कुछ बच्चों ने और आगे जाकर ऐसी फ़ैक्ट फ़ैमिली भी बनाईं जिनमें 50 सबसे बड़ी संख्या नहीं थी, जैसे  $60 - 10 = 50$ । यह दिखाता है कि गणित मूर्त (concrete) से शुरू होकर धीरे-धीरे अमूर्त (abstract) बन जाता है। बच्चे एक अंकीय संख्याओं के साथ-साथ दो अंकीय संख्याओं से भी फ़ैक्ट फ़ैमिली बना पा रहे थे। लेकिन मज़ेदार बात यह थी कि वे ऐसे जोड़ या घटा से बच रहे थे जिनमें हासिल लेना या देना पड़ता है, जैसे :  $37 + 25 = 62$  या  $51 - 24 = 27$ । बच्चों को ऐसे जोड़ या घटा वाले सवाल पसन्द थे जिनमें सिर्फ़ प्रत्येक अंक को सीधे जोड़ना या घटाना होता है। जैसे :  $23 + 14 = 37$  या  $45 - 13 = 32$ ।

किसी भी फ़ैक्ट फ़ैमिली में, विशेषकर जब तीन संख्याएँ अलग-अलग हों, तो जोड़ के दो फ़ैक्ट्स बनते हैं, जैसे :  $2 + 3 = 5$  और  $3 + 2 = 5$ । यह जोड़ के क्रम-विनिमय गुणधर्म को (commutative property) दिखाता है। इसी प्रकार घटा के दो फ़ैक्ट्स बनते हैं, जैसे  $5 - 2 = 3$  और  $5 - 3 = 2$ । इससे यह समझ आता है कि एक जोड़ का फ़ैक्ट दो घटा के फ़ैक्ट के रूप में भी व्यक्त किया जा सकता है।

यह सम्बन्ध आगे चलकर इबारती सवालों को समझने में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। इसके अलावा, यह बच्चों को यह समझने का मौक़ा भी देता है कि सबसे बड़ी संख्या बाक़ी दो संख्याओं का जोड़ होती है।

मतलब यदि हमारे पास सबसे बड़ी संख्या को दर्शाने वाली वस्तुओं का समूह है, तो उसे दो हिस्सों में बाँटा जा सकता है। हर हिस्सा बाक़ी दो संख्याओं में से एक को दर्शाता है। दूसरे दिन की कंकड़ इकट्ठा करने वाली गतिविधि इसी विचार को मज़बूत करती है।

## अवलोकन

1. गणित को सिखाने के लिए ठोस चीज़ों से अमूर्त सोच की ओर बढ़ना बेहतर है, बजाय इसके उलटा करने के। बच्चों से कहा जा सकता था कि वे कक्षा में लाए गए कंकड़ों की थैली से अपनी मुट्ठी भरें और उसी से फ़ैक्ट फ़ैमिली बनाएँ। ज़रूरी बात यह है कि बच्चे कंकड़ ख़ुद लें न कि उन्हें दिए जाएँ। इससे बच्चों की भागीदारी

बढ़ती है और प्रत्येक को एक अलग संख्या मिलती है, ऐसी संख्या जो किसी ने पहले से तय नहीं की होती है।

2. यह गतिविधि कक्षा-2 में कराई गई थी, जहाँ दो-अंकीय संख्याएँ शामिल थीं। लेकिन इसे कक्षा-1 में भी शुरू किया जा सकता है, जब बच्चे 20 तक की संख्याएँ सीख लेते हैं और केवल एक-अंकीय जोड़-घटा का अभ्यास करते हैं। इससे बच्चों को एक-अंकीय जोड़ और उससे जुड़े घटा अपने-आप (देखें [1]) करने की आदत बनती है, जो किसी भी जोड़-घटा को फटाफट करने की दक्षता लाने के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। ऐसी गतिविधियाँ बच्चों के मन गणित को तेज़ करती हैं और उन्हें संख्याओं के साथ खेलना सिखाती हैं जो गणित को पसन्द करने में बहुत मदद करता है।

3. शिक्षक इन तरह-तरह की गतिविधियों को आजमा सकते हैं :

- सभी सम्भावित फ़ैक्ट फ़ैमिली ढूँढ़ें जिनमें सबसे बड़ी संख्या (मान लें) 20 हो। 20 को सबसे बड़ी संख्या मानकर कितनी फ़ैक्ट फ़ैमिली सम्भव हैं?
- सभी सम्भावित फ़ैक्ट फ़ैमिली ढूँढ़ें जिनमें सबसे छोटी संख्या (मान लें) 3 हो। 3 को सबसे छोटी संख्या मानकर कितनी फ़ैक्ट फ़ैमिली सम्भव हैं?
- ऐसी फ़ैक्ट फ़ैमिली बनाएँ जिसमें दो संख्याएँ एक ही पहाड़े से हों, जैसे 15 और 35। तीसरी संख्या क्या होगी? क्या आप बता सकते हैं कि ऐसा क्यों होता है?

4. गुणा फ़ैक्ट फ़ैमिली भी बनाई जा सकती है, जैसे गुणन-भाग से {2, 3, 6} फ़ैक्ट फ़ैमिली बनाई जा सकती है, यह बच्चों को अलग-अलग तरीकों से गुणा सीखने में मदद करते हैं।

आगे इन बातों को भी आजमाया जा सकता है :

- (क) सभी सम्भावित फ़ैक्ट फ़ैमिली ढूँढ़ें जिनमें सबसे बड़ी संख्या (मान लें) 20 हो। 20 को सबसे बड़ी संख्या मानकर कितनी फ़ैक्ट फ़ैमिली सम्भव हैं?
- (ख) अगर किसी फ़ैक्ट फ़ैमिली में 1 हो तो क्या होता है? और अगर 0 हो तो क्या होता है?
- (ग) जोड़ फ़ैक्ट फ़ैमिली पर आधारित एक वर्ग-संख्या पहेली इसी अंक में दी गई है।

इस लेख में व्यक्त किए गए विचारों पर आधारित

## फैक्ट फैमिली वर्कशीट (जोड़-घटाव)

फैक्ट फैमिली 3 संख्याओं का समूह  $\{a, b, c\}$  है, जहाँ  $a + b = c$

### कक्षा-1

- प्रत्येक फैक्ट फैमिली के लिए जोड़ और घटाव के फैक्टस लिखें :
  - $\{13, 9, 4\}$
  - $\{6, 9, 15\}$
- नीचे दिए गए कौन-से तीन संख्याओं वाले समूह फैक्ट फैमिली हैं?
  - $\{3, 5, 8\}$
  - $\{7, 2, 4\}$
  - $\{9, 4, 1\}$
  - $\{6, 2, 8\}$
  - $\{11, 4, 7\}$
  - $\{7, 9, 2\}$
  - $\{1, 4, 7\}$
  - $\{5, 12, 6\}$
- अपनी खुद की फैक्ट फैमिली बनाएँ :
  - जोड़ 13 हो
  - सबसे छोटी संख्या 5 हो
  - दोनों छोटी संख्याएँ 7 से छोटी हों
  - सबसे बड़ी संख्या 8 से बड़ी हो
- कितनी फैक्ट फैमिली बन सकती हैं, अगर :
  - सबसे बड़ी संख्या 7 हो
  - सबसे बड़ी संख्या 10 हो

### कक्षा-2

- ऐसी फैक्ट फैमिली बनाएँ जिनमें :
  - सबसे बड़ी संख्या 50 से छोटी और सबसे छोटी 20 से बड़ी हो
  - सबसे बड़ी संख्या 40 से बड़ी और सबसे छोटी 15 से छोटी हो
- कितनी फैक्ट फैमिली सम्भव हैं अगर सबसे बड़ी संख्या हो :
  - 7
  - 8
  - 10
  - 13
  - 19
  - 22

छ. क्या आप अन्दाज़ा लगा सकते हैं कि अगर सबसे बड़ा नम्बर 37 हो तो कितनी फैक्ट फैमिली बनेंगी?
- सबसे छोटी संख्या 6 होने पर कितनी फैक्ट फैमिली बनेंगी? दो उदाहरण भी दें।
- कितनी फैक्ट फैमिली बन सकती हैं अगर बीच की संख्या (न सबसे छोटी, न सबसे बड़ी) हो :
  - 5
  - 8
  - 11
  - अनुमान लगाएँ कि यदि यह 73 हो तो कितनी फैमिली होंगी?
- क्या 0 किसी फैमिली में हो सकता है? उदाहरण दें।

I. यह अभ्यास बच्चों को किसी संख्या के सभी गुणकों यानी किन-किन संख्याओं को गुणा करने से वह संख्या बनती है, यह ढूँढ़ना सिखाता है। यह आगे चलकर मध्य पद गुणनखण्डन जैसी प्रक्रियाओं में उपयोग होता है, जो द्विघात समीकरणों को हल करने में बहुत काम आता है।

II. दूसरी ओर, 1 और 0 वाले सवाल बच्चों को यह समझाने में मदद करते हैं कि गुणा और भाग में इन दोनों संख्याओं की विशेष भूमिका होती है, 1 संख्या को नहीं बदलता और 0 किसी भी संख्या को गुणा करने पर 0 बना देता है। इससे इनकी अलग-अलग खासियत साफ़ समझ में आती है।

## Reference

1. Addition pullout: <https://bit.ly/4o5Q5YC>
2. Subtraction pullout: <https://bit.ly/48BAHON>
3. Commutative property of addition: <https://bit.ly/4nXcTcZ>
4. Word problems: <https://bit.ly/4odUfxq>
5. Word problem Worksheet: <https://bit.ly/49lXhuW>



**स्वाती सरकार** अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी के स्कूल ऑफ़ कंटिन्यूइंग एजुकेशन और यूनिवर्सिटी रिसोर्स सेंटर में सहायक प्राध्यापक हैं। गणित उनके जीवन का दूसरा प्यार है (पहला प्यार ड्राइंग है)। उन्होंने इंडियन स्टैटिस्टिकल इंस्टीट्यूट से बी स्टेट-एम स्टेट और यूनिवर्सिटी ऑफ़ वाशिंगटन, सिएटल से गणित में एमएस किया है। वे एक दशक से अधिक समय से बच्चों और शिक्षकों के साथ गणित विषय पर काम कर रही हैं। विशेष रूप से ओरिगामी आधारित किसी भी चीज़ में उनकी गहरी रुचि है। उनसे [swati.sircar@apu.edu.in](mailto:swati.sircar@apu.edu.in) पर सम्पर्क किया जा सकता है।

**अनुवाद :** रोशन खान      **पुनरीक्षण :** प्रतिका गुप्ता      **कॉपी एडिटर :** अनुज उपाध्याय

## भाग्यदारी के लिए आमंत्रित हैं

गणित स्वभाव से संचयी (cumulative) और पदानुक्रमित (hierarchical) है। इसलिए, एक शिक्षक के दृष्टिकोण से, यह सुनिश्चित करना महत्वपूर्ण है कि शिक्षार्थियों के पूर्व अपेक्षित (prerequisite) ज्ञान में कोई कमी न हो। कुछ मामलों में, इसके लिए पिछली कक्षाओं में पढ़ाई गई अवधारणाओं के स्मरण (recall) या पुनरीक्षण (revision) की आवश्यकता हो सकती है।

हम एट राइट एंगल्स में ऐसे लेख प्रकाशित करने पर विचार कर रहे हैं जो शिक्षकों द्वारा नए टॉपिकों को शुरू करने में अपनाई गई रणनीतियों पर चर्चा करते हैं। हम पूर्व अपेक्षाओं के साथ-साथ, उन विशिष्ट चुनौतियों को ध्यान में रखेंगे जिनका सामना उन्हें तब करना पड़ सकता है जब कक्षा के कुछ बच्चों द्वारा पूर्व अपेक्षित ज्ञान प्राप्त नहीं किया गया हो। हम इस बात पर भी चर्चा करेंगे कि वे ऐसी चुनौतियों से कैसे निपट सकते हैं।

उदाहरण के लिए, 'भिन्न' विषय अब कक्षा-3 में शुरू किया गया है, जो कक्षा-4 और 5 में जारी रहता है। कक्षा-3 में भिन्नों पर अध्याय के लिए निम्नलिखित पूर्व अपेक्षाएँ पहचानी जा सकती हैं :

**व्यापक रूप से :** संख्या बोध, प्राकृत संख्याओं के जोड़ और 2 से गुणा की संक्रियाएँ।

**व्यापक रूप से :** क्षेत्रफल की सहज समझ - यह निष्कर्ष निकालने के लिए उनकी तुलना करना कि कौन-सा अधिक है, कौन-सा कम है, और कौन-सा बराबर है।

**विशेष रूप से :** प्राकृत संख्याओं की तुलना करना (कम-से-कम छोटी संख्याओं की)।

शिक्षक को किसी टॉपिक के लिए आवश्यक अवधारणाओं, कौशलों, सोच (गुणात्मक सोच/योगात्मक सोच), गणनाओं और कभी-कभी सहज समझ के सन्दर्भ में पूर्व अपेक्षाओं पर ध्यान देना होगा।



हम अपने पाठकों, विशेष रूप से कक्षा-3, 4 और 5 के विद्यार्थियों को पढ़ाने वाले शिक्षकों, से अनुरोध करते हैं कि वे नए टॉपिकों की योजना बनाने और उन्हें पढ़ाने के दौरान इन प्रक्रियाओं को कैसे पूरा किया गया है, यह समझने में हमारी मदद करने के लिए यहाँ दिए गए QR कोड या लिंक <https://bit.ly/49dSbkn> पर दिए गए फार्म को भरने के लिए थोड़ा समय निकालें।