Translation of *Manipulative Review : Rangometry : Aaloka Kanhere* From

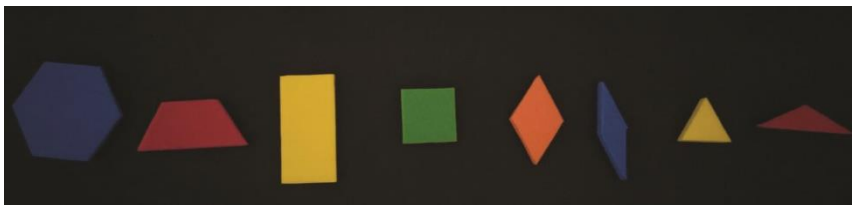
At Right Angles, July 2023

मैनिप्यूलेटिव्स सामग्री समीक्षा : रंगोमेट्री

समीक्षक : आलोका कान्हेरे

मैं इस लेख में **रंगोमेट्री (Rangometry)** नामक एक अत्यन्त रंगीन और उपयोगी शिक्षण सहायता की समीक्षा करना चाहूँगी। यह शिक्षण-अधिगम सामग्री **जोड़ो ज्ञान (Jodo Gyan), दिल्ली** द्वारा शुरू की गई थी। यह एक बहुत ही प्रभावशाली उपकरण है जिसका उपयोग कक्षा की विभिन्न गतिविधियों जैसे कहानी सुनाने, गिनती करने, पैटर्न की कल्पना करने और आकृतियों एवं कोणों को समझने के लिए किया जा सकता है।

इस किट में विभिन्न रंगीन टुकड़े शामिल हैं। क़रीब से देखने पर पता चलता है कि इसमें आठ अलग-अलग आकृतियाँ हैं और अलग-अलग रंगों में इन आकृतियों की कई प्रतियाँ हैं। इन आठ आकृतियों में से, 3 आकृतियाँ नियमित बहुभुज (regular polygons) हैं; एक समबाहु त्रिभुज (equilateral triangle), एक वर्ग (square) और एक षट्भुज (hexagon)। बाकी आकृतियाँ अनियमित बहुभुज (irregular polygons) हैं; एक समद्विबाहु त्रिभुज (isosceles triangle), दो समचतुर्भुज (rhombi), एक आयत (rectangle), और एक समलम्ब (trapezium)। इनमें से प्रत्येक की लम्बाई बहुत सावधानी से चुनी गई है और इन आकृतियों में से प्रत्येक की कम-से-कम एक भुजा समान लम्बाई की है। सभी तीन नियमित बहुभुजों की भुजाएँ समान लम्बाई की होती हैं। इसके अलावा, वर्ग और समचतुर्भुज की सभी भुजाएँ समान लम्बाई की होती हैं और केवल उनके कोणों में भिन्नता होती है। इसी प्रकार, आयत की छोटी भुजा वर्ग की भुजा के समान लम्बाई की होती है।



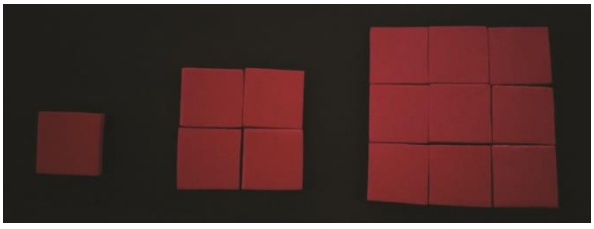
की-वर्ड : *खेल के माध्यम से सीखना, आकृतियाँ, कोण, भुजाएँ, काउंटर, पैटर्न, चित्र*

रंगोमेट्री के साथ मेरा पहला अनुभव बहुत छोटे बच्चों के साथ था। जब बच्चों को किट दी गई, तो वे चमकीले रंगों के कारण तुरन्त इसकी ओर आकर्षित हो गए। बच्चों ने टुकड़ों से बहुत सारे अलग-अलग डिज़ाइन बनाए और फिर समूहों में उनके इर्द-गिर्द कहानियाँ विकसित करना शुरू कर दिया। बड़े बच्चों में से एक प्रत्येक समूह की कहानी लिखने के लिए सहमत हो गया। इस प्रकार कहानी सुनाने और कहानी लिखने का एक बहुत ही रंगीन सत्र शुरू हुआ। इन टुकड़ों के साथ गिनती से जुड़ी कई दिलचस्प गतिविधियाँ की जा सकती हैं। इसकी शुरुआत बच्चों द्वारा डिज़ाइन या वस्तु बनाने के लिए उपयोग किए गए टुकड़ों की संख्या गिनने से हो सकती है। इसी तरह, बच्चों को टुकड़ों की एक निश्चित संख्या चुनने के लिए कहा जा सकता है, या वे नम्बर वाली पर्चियाँ निकाल सकते हैं और वस्तुओं की एक विशिष्ट संख्या के साथ आकृतियाँ बना सकते हैं। इस तरह की गिनती की गतिविधियाँ बच्चों के लिए बहुत सार्थक और उद्देश्यपूर्ण महसूस होती हैं।

नाम	उठाए जाने वाले टुकड़ों की संख्या	बनाई गई डिज़ायन
शिवानी	6	फूल
अंजली	10	घर
जितेन्द्र	7	हवाई जहाज़

इस किट के साथ की जा सकने वाली एक और दिलचस्प गतिविधि **पैटर्न की कल्पना** करना है। इस किट का उपयोग करके इस तरह के पैटर्न बनाए जा सकते हैं और विद्यार्थियों के स्तर के आधार पर, कोई भी सवाल पूछा जा सकता है जैसे, '9वीं आकृति क्या होगी?' या '50वीं आकृति का रंग क्या होगा?'

उच्च कक्षाओं के विद्यार्थियों के लिए, 'ज्ञात' संख्याओं से जुड़े पैटर्न भी बनाए जा सकते हैं। इसलिए संख्या पैटर्न 1, 4, 9, ... के बजाय, बड़े वर्ग बनाने के लिए वर्गों का उपयोग किया जा सकता है, जिससे यह भी समझ आता है कि उन्हें **वर्ग संख्या (square numbers)** क्यों कहा जाता है।

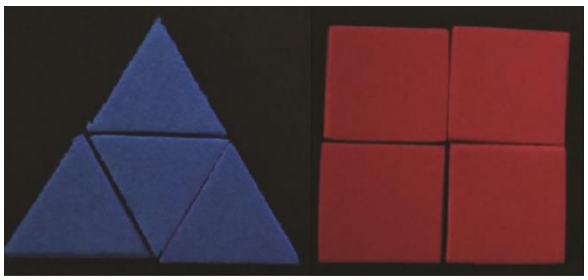


आकृतियों से आकृतियाँ बनाना

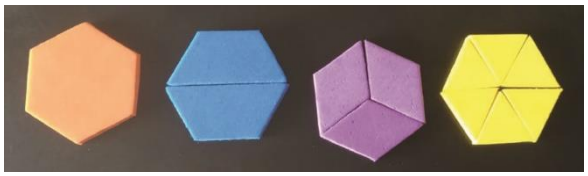
टुकड़ों से समान आकृतियाँ बनाना एक और दिलचस्प गतिविधि है जो इस किट के साथ की जा सकती है। क्या आप त्रिभुजों का उपयोग करके एक त्रिभुज बना सकते हैं? क्या आप वर्गों से एक वर्ग बना सकते हैं? षट्भुजों से षट्भुज बनाने के बारे में क्या ख़्याल है?

त्रिभुजों से त्रिभुज और वर्गों से वर्ग बनाना

इस गतिविधि के दौरान कक्षा में दिलचस्प चर्चाएँ की जा सकती हैं। जैसे कि वर्गों से वर्ग बनाना क्यों सम्भव है लेकिन षट्भुजों से षट्भुज बनाना सम्भव नहीं है?

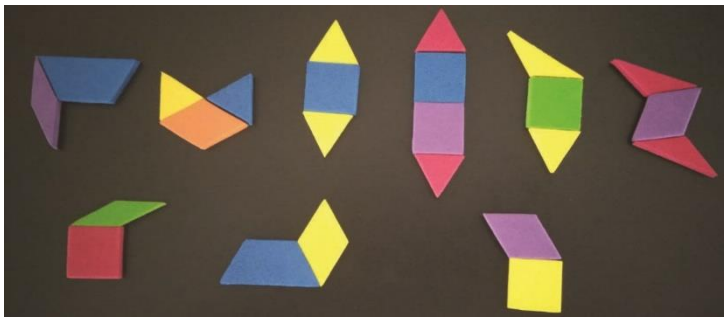


यह किट दी गई आकृतियों से विभिन्न बहुभुज बनाने का एक बहुत ही दिलचस्प अभ्यास प्रदान करती है। शिक्षकों के साथ ऐसे ही एक अभ्यास में, शिक्षकों को इन टुकड़ों का उपयोग करके षट्भुज बनाने के लिए कहा गया था। वे सभी निम्नलिखित विन्यासों (configurations) के साथ सामने आए। और उन्होंने निष्कर्ष निकाला कि इन टुकड़ों से केवल एक ही प्रकार का षट्भुज बनाया जा सकता है।



जब पूछा गया कि क्या नियमित आकृतियों के अलावा कोई अन्य षट्भुज सम्भव है, तो हम सभी को एहसास हुआ कि जब हम षट्भुज के बारे में सोचते हैं तो हम केवल **नियमित षट्भुज** की कल्पना करते हैं, जो बच्चों द्वारा की जाने वाली एक सामान्य ग़लती है।

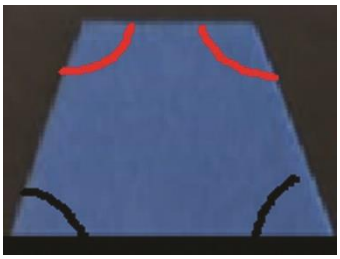
एक बार जब कोई विभिन्न प्रकार के **अनियमित षट्भुज** बनाने के विचार को खोजता है, तो पाता है कि इन टुकड़ों का उपयोग करके बहुत सारे षट्भुज बनाए जा सकते हैं। कुछ षट्भुज नीचे दिखाए गए हैं।



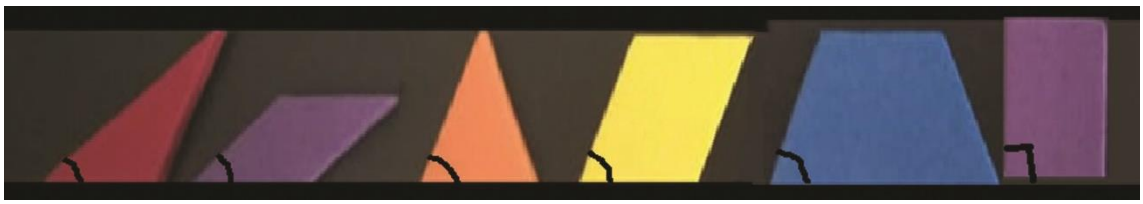
षट्भुज की तरह, बच्चों को पंचभुज (pentagons) या अष्टभुज (octagons) बनाने के लिए भी कहा जा सकता है। ऐसे अभ्यास बच्चों को नियमित बहुभुजों से परे बहुभुजों के बारे में सोचने में मदद करते हैं। इस बात पर भी चर्चा हो सकती है कि क्या इन बहुभुजों को बनाने में कोई पैटर्न खोजा जा सकता है। उदाहरण के लिए, षट्भुज में, एक चतुर्भुज और दो त्रिभुज मिलकर एक षट्भुज बना सकते हैं, या दो चतुर्भुज एक षट्भुज बना सकते हैं।

यह किट कोणों को समझने के लिए एक बहुत ही उपयोगी उपकरण हो सकती है। शुरू करने के लिए, कोई प्रत्येक टुकड़े में कोणों को उनके आन्तरिक कोणों के माप के आरोही (ascending) या अवरोही (descending) क्रम में व्यवस्थित करने का प्रयास कर सकता है।

यह खोजना भी दिलचस्प है कि प्रत्येक बहुभुज में कौन-से कोण समान हैं और कौन-से भिन्न हैं। जैसे समलम्ब (trapezium) के मामले में। इसमें दो कोण न्यून (acute) होते हैं और दो कोण अधिक (obtuse) होते हैं। न्यून कोण समान होते हैं और अधिक कोण भी एक-दूसरे के समान होते हैं। नीचे दी गई छवि देखें। काले रंग से चिह्नित कोण न्यून और समान हैं और लाल रंग से चिह्नित कोण अधिक और समान हैं।



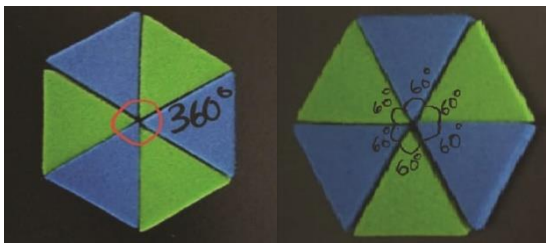
चाँदे (protractor) की अनुपस्थिति में बच्चों को इस तुलना को करने के लिए रणनीतियाँ विकसित करनी होंगी। अगली तस्वीर में पहले पाँच कोण आरोही क्रम में व्यवस्थित हैं।



मुझे जो गतिविधि सबसे दिलचस्प लगती है, वह है बिना चाँदे का उपयोग किए किट के विभिन्न टुकड़ों के कोणों के माप खोजने की गतिविधि। यह गतिविधि बहुत समृद्ध हो सकती है और बच्चों को कोणों की गहरी समझ विकसित करने में मदद कर सकती है।

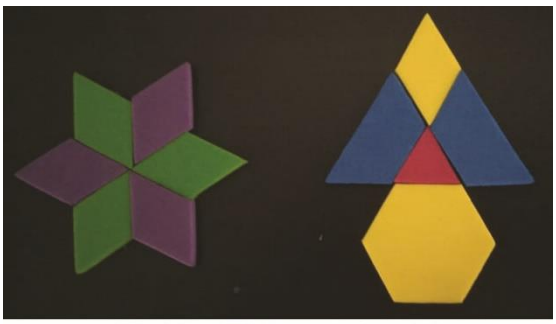
सिर्फ इस तथ्य का उपयोग करके कि **एक बिन्दु के चारों ओर के कोणों का योग 360 डिग्री होता है**, कोई भी शेष सभी कोणों के माप पा सकता है। जैसे, कोई यह स्थापित कर सकता है कि इस टुकड़े के सभी कोणों का माप 60 डिग्री है।

कुछ कोणों के माप जानने के बाद, शेष कोणों को खोजा जा सकता है। एक उदाहरण अगली छवि में दिया गया है।



इस गतिविधि के दौरान, कोणों और उनके गुणों जैसे कोणों को जोड़ना, एक कोण को दूसरे से घटाना, या कोणों की तुलना करने के बारे में बात करने के पर्याप्त अवसर मिलते हैं।

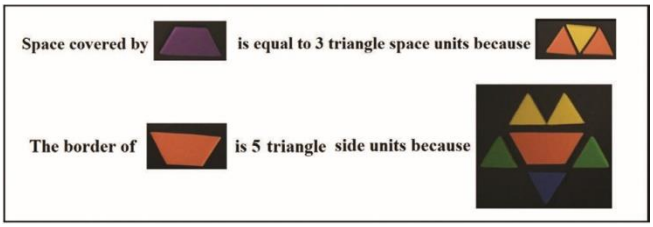
एक अवधारणा जिसे इस किट का उपयोग करके खोजा जा सकता है, वह है **क्षेत्रफल (area) और परिमाप (perimeter)**। बच्चों को एक डिज़ाइन बनाने के लिए कहा जा सकता है और फिर उनसे उनके प्रत्येक डिज़ाइन की तुलना करने और यह तय करने के लिए कहा जा सकता है कि कौन-सा सबसे बड़ा है। यह प्रश्न कक्षा में एक ऐसी स्थिति पैदा कर सकता है जहाँ पहले बच्चे आपस में यह तय करने की कोशिश करेंगे कि 'बड़े' होने का पैमाना क्या है – उपयोग किए गए टुकड़ों की संख्या या घेरा गया स्थान, या सीमा (border) कितनी बड़ी है। यह शिक्षकों के लिए क्षेत्रफल या लम्बाई की अनौपचारिक इकाइयों (informal units) के बारे में बात करने का एक अवसर भी है।



What is bigger? The flower or the lamp-shade?

किट का डिज़ाइन हमें सीमा या परिमाप मापने के लिए एक अनौपचारिक इकाई के रूप में समबाहु त्रिभुज की भुजा का उपयोग करने में सक्षम बनाता है। इसी तरह, एक समबाहु त्रिभुज द्वारा घेरे गए स्थान को '1 त्रिभुज स्थान इकाई' या '1 त्रिभुज क्षेत्रफल इकाई' कहा जा सकता

है, और फिर कोई भी बनी हुई आकृतियों या डिज़ाइनों को माप सकता है और बच्चे उनका वर्णन कर सकते हैं।



क्षेत्रफल या परिमाप का पता लगाने के लिए इस तरह के व्यावहारिक (hands-on) अभ्यास तब बहुत उपयोगी साबित हो सकते हैं जब उनके सामने क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाएँ आती हैं।

रंगोमेट्री का उपयोग स्कूली गणित में अवधारणाओं की एक विस्तृत शृंखला के लिए किया जा सकता है। किट के बारे में अधिक जानकारी के लिए: https://jodogyan.org/activity-resources-primary-rangometry/ पर जाएँ।

सम्पादक की टिप्पणी : रंगोमेट्री को जोड़ो ज्ञान द्वारा पेश किया गया था और अब इसे नवनिर्मिति (Navnirmiti) सहित विभिन्न समूहों द्वारा बेचा जाता है। चूँकि ये एथिल विनाइल एसीटेट (EVA) से बने होते हैं, गीले होने पर ये बोर्डों (काले, सफेद या हरे) पर चिपक जाते हैं और इस प्रकार पूरी कक्षा के लिए एक शानदार प्रदर्शन (display) बनते हैं। हालाँकि, कुछ अन्य समूहों ने लकड़ी से इसी तरह के किट बनाए हैं। किट को किसी भी कार्डबोर्ड या कार्ड प्रकार की सामग्री के साथ आसानी से बनाया जा सकता है। बच्चे लीक से हटकर सोचने (out of the box thinking) में बहुत अच्छे होते हैं, आमतौर पर वयस्कों से बेहतर। इसलिए, वे एक 3D चित्र, डिज़ाइन, लेआउट आदि बनाने के लिए रंगोमेट्री किट का उपयोग कर सकते हैं जो इसे डिजाइन करने वाले वयस्कों के इच्छित उद्देश्यों से बहुत आगे निकल जाता है!

इसके अलावा, **मैथिगॉन पॉलिपैड (Mathigon polypad)** (https://mathigon.org/polypad#polygons) में समान और उससे भी अधिक टुकड़े शामिल हैं। हालाँकि इसमें 3D पहलू ख़त्म हो जाता है, उपयोगकर्ता इस आभासी संसाधन के लाभों का आनन्द ले सकता है जिसमें शामिल हैं (लेकिन इन्हीं तक सीमित नहीं): (i) असीमित टुकड़े जिन्हें व्यवस्थित किया जा सकता है और (ii) प्रत्येक टुकड़े के रंग का चयन।

आलोका एक गणित शिक्षिका हैं। आजकल वे एक फ्रीलांसर हैं। पहले वे होमी भाभा सेंटर फॉर साइंस एजुकेशन, मुम्बई और एकलव्य फ़ाउण्डेशन, मध्य प्रदेश से जुड़ी रही हैं। आलोका से aalokakanhere@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है। **अनुवाद :** गूगल जैमिनी **सम्पादन :** राजेश उत्साही