

आकृतियाँ बनाना : परिमाण और क्षेत्रफल की एक रोचक पड़ताल

गरिमा भट्ट

कक्षा-गतिविधि पर एक चिन्तन : यह कक्षा-5 में किए गए एक गणित पाठ का विवरण स्वयं शिक्षक के शब्दों में है। पाठ परिमाण और क्षेत्रफल की अवधारणाओं को समझने पर केन्द्रित था।

गतिविधि का परिचय

मैंने परिमाण और क्षेत्रफल की इकाई को एक व्यावहारिक गतिविधि के ज़रिए कक्षा में पढ़ाना शुरू किया। इस गतिविधि की शुरुआत से पहले, यह सुनिश्चित किया कि विद्यार्थियों को कुछ मूलभूत बातों की स्पष्ट समझ हो :

- जैसे कि वे वर्ग, आयत और त्रिभुज जैसी बुनियादी द्वि-आयामी आकृतियों को ठीक से पहचान सकें।
- वे बहुभुजों की भुजाओं की लम्बाई मापना जानते हों।
- लम्बाई मापने की सामान्य इकाइयों (सेंटीमीटर और इंच) को समझते हों।
- वे जोड़ और गुणा जैसी संक्रियाओं में निपुण हों, इन दोनों के बीच का अन्तर समझते हों और इनका इस्तेमाल वे सरल गणनाओं में कर पाते हों, क्योंकि ये परिमाण और क्षेत्रफल निकालने के लिए ज़रूरी हैं।

इस पाठ का लक्ष्य यह था कि विद्यार्थी यह समझ सकें कि वे अपने दैनिक जीवन में दिखाई देने वाली अलग-अलग आकृतियों के परिमाण और क्षेत्रफल कैसे निकाल सकते हैं। पाठ की शुरुआत में, मैंने विद्यार्थियों से कहा कि वे अपने आस-पास की ऐसी चीज़ों के बारे में सोचें जिनके स्पष्ट आकार होते हैं – जैसे उनकी किताबें, डेस्क या फ़र्श की टाइलें। इससे कक्षा में एक जीवन्त बातचीत शुरू हुई, जिसमें विद्यार्थियों ने यह साझा किया कि इन आकृतियों को गणितीय रूप से कैसे मापा जा सकता है।

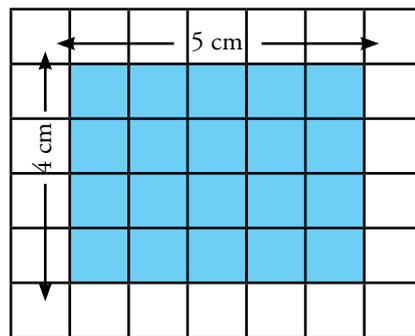
इसके बाद, हमने परिमाण और क्षेत्रफल की अवधारणाओं का पुनरावलोकन और ज़रूरी प्रमुख शब्दों को सन्दर्भ के लिए बोर्ड पर लिखा। विद्यार्थियों ने उदाहरणों और समूह चर्चा के ज़रिए यह समझने की कोशिश की कि परिमाण का मतलब किसी आकृति के चारों ओर की कुल लम्बाई होता है, जबकि क्षेत्रफल उस आकृति के भीतर के हिस्से का माप है। हमने बातचीत को सरल और परिचित आकृतियों (जैसे वर्ग, आयत और त्रिभुज) पर केन्द्रित रखा और हर आकृति पर एक समूह के तौर पर विचार किया। जैसे-जैसे विद्यार्थी अपने अनुभव और सोच साझा करते गए, हमने उनके विचारों को इन अवधारणाओं की समझ को स्पष्ट और गहरा करने के लिए उपयोग किया, जिससे चर्चा अधिक संवादात्मक हो गई।

की-वर्ड : परिमाण, क्षेत्रफल, कक्षा-गतिविधि, आकृतियाँ, संक्रियाएँ, अनुमान, बाड़ (घेरा)

गतिविधि की योजना और क्रियान्वयन

परिचय के बाद, विद्यार्थियों को कक्षा में उपलब्ध वस्तुओं में से चुनकर ग्राफ़ पेपर पर ट्रेस करने को कहा गया। विद्यार्थियों ने कई तरह की आकृतियाँ चुनीं, जैसे वर्ग के आकार की किताबें, आयताकार डिब्बे, गोल प्लेटें और कुछ अनियमित आकार की पत्तियाँ। ट्रेस करते समय, उन्होंने इस पर चर्चा की कि ग्राफ़ (ग्रिड) पेपर किस तरह उन्हें आकृति को बनाने में मदद कर सकता है और किस तरह वे छोटे वर्गों का उपयोग करके क्षेत्रफल का अनुमान लगा सकते हैं।

हमने एक उदाहरण के रूप में एक आयत का विश्लेषण किया, जो आड़े में 5 और खड़े में 4 वर्गों में फैला था।



चित्र-1

विद्यार्थियों ने इसकी परिधि $5 + 4 + 5 + 4 = 18$ सेमी और क्षेत्रफल $5 \times 4 = 20$ सेमी² के रूप में निकाला। (हम 1 वर्ग सेमी वाले ग्रिड का उपयोग कर रहे थे।)

इस दौरान, विद्यार्थियों ने परिमाप मापने के तरीके के बारे में अपने विचार साझा किए, कुछ को याद आ गया कि यह सभी भुजाओं की कुल लम्बाई होती है। इस उदाहरण ने उन्हें यह याद दिलाने में मदद की कि कैसे ग्राफ़ की मदद से रेखाओं पर बने वर्गों को गिनकर नियमित आकृतियों की भुजाओं को मापा जा सकता है।

हर विद्यार्थी को ग्राफ़ पेपर, स्केल और पेंसिल दी गई और उन्हें चुनी हुई वस्तुओं की बाहरी रेखा सावधानीपूर्वक खींचने के लिए प्रेरित किया गया। कार्य करते समय उन्होंने एक-दूसरे से अपने-अपने तरीकों पर चर्चा की और रेखांकित आकृतियों की परिमाप और क्षेत्रफल की गणना करने के तरीके के बारे में विचार साझा किए।

मैं कक्षा में घूम-घूमकर उनके कार्यों और रणनीतियों का अवलोकन करती रही। ज़रूरत पड़ने पर सहायता कर रही थी और उनके प्रश्नों के उत्तर दे रही थी। इस प्रक्रिया ने उन्हें न केवल खुद से सीखने का अवसर दिया, बल्कि उन्हें अवधारणाओं की पड़ताल करते समय मार्गदर्शन और स्पष्टीकरण के अवसर भी मिले।

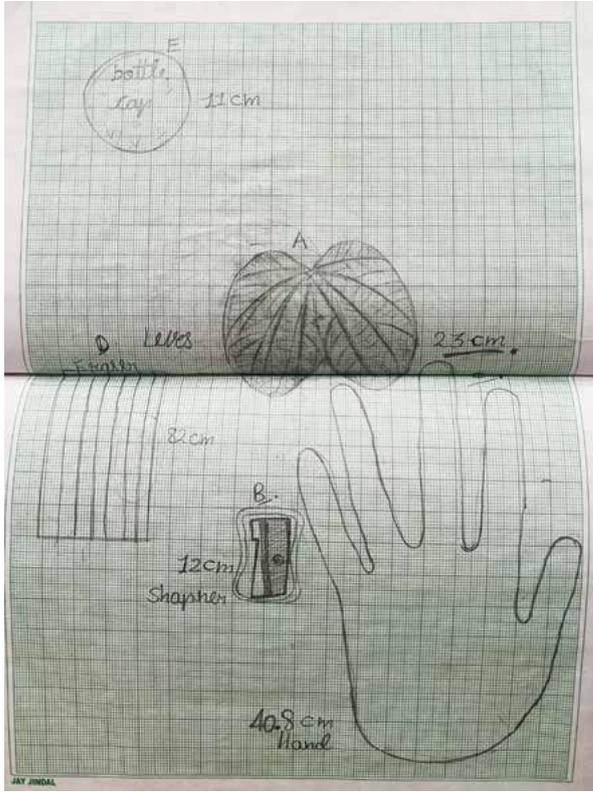
विद्यार्थियों की भागीदारी और शिक्षक के अवलोकन

जब विद्यार्थियों ने कार्य करना शुरू किया, तो यह देखकर अच्छा लगा कि वे अपने सीखे हुए ज्ञान को लागू करने को लेकर कितने उत्साहित थे। कुछ विद्यार्थियों ने क्षेत्रफल निकालने के लिए ग्रिड के इस्तेमाल को लेकर संशय ज़ाहिर किया। उन्होंने अपने विचार समूह में साझा किए और इस चर्चा के माध्यम से, वे अवधारणा की अपनी समझ को और निखार पाए। इस प्रकार के सहयोगात्मक संवाद ने उन्हें अधिक आत्मविश्वास के साथ आगे बढ़ने में मदद की। यह अनुभव प्रेरणादायक रहा कि किस तरह खुद करने की गतिविधि और साथियों की प्रतिक्रिया ने उन्हें इस गतिविधि में गहराई से जोड़ दिया।

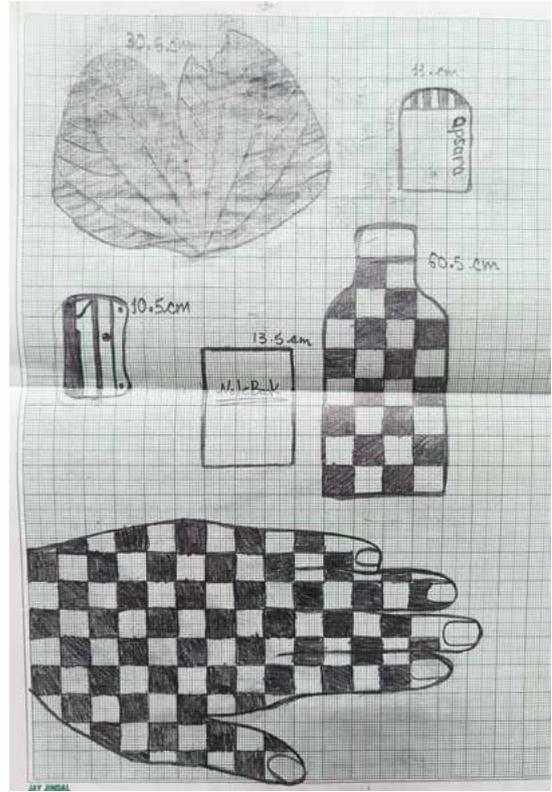


चित्र-2

एक छात्रा ने अपने हाथ की आकृति को ग्राफ़ पेपर पर उकेरते हुए पूछा, “अगर आकृति के किनारे टेढ़े-मेढ़े या घुमावदार हों तो परिमाप कैसे निकालेंगे?” इस सवाल ने विद्यार्थियों को अनियमित आकृतियों को मापने के तरीकों पर चर्चा के लिए प्रेरित किया। उन्होंने कई उपायों पर बात की। जैसे धागे से आकृति की बाहरी रेखा को नापना और फिर उस धागे की लम्बाई को स्केल से मापकर परिमाप का अनुमान लगाना। जैसे-जैसे हमने समझा कि वक्र रेखाओं पर सीधा स्केल क्यों



चित्र-3

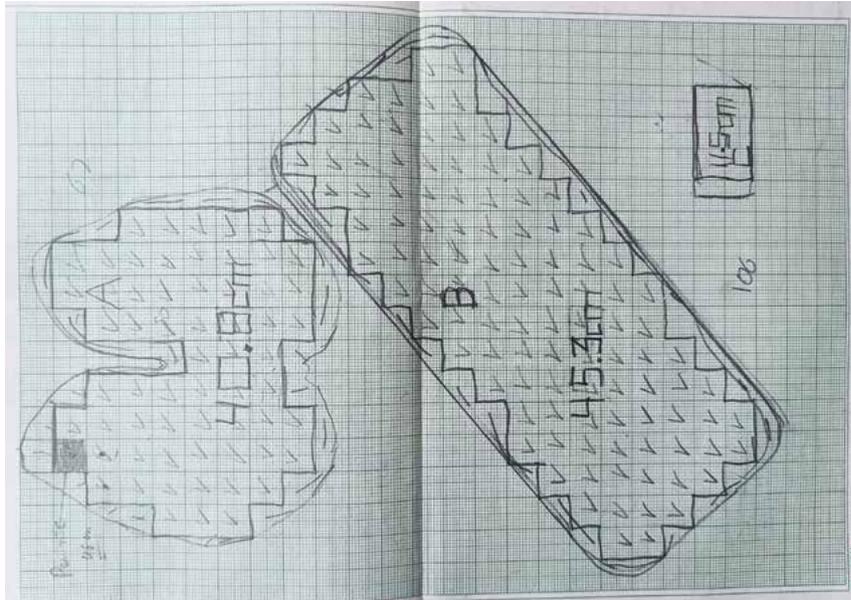


चित्र-4

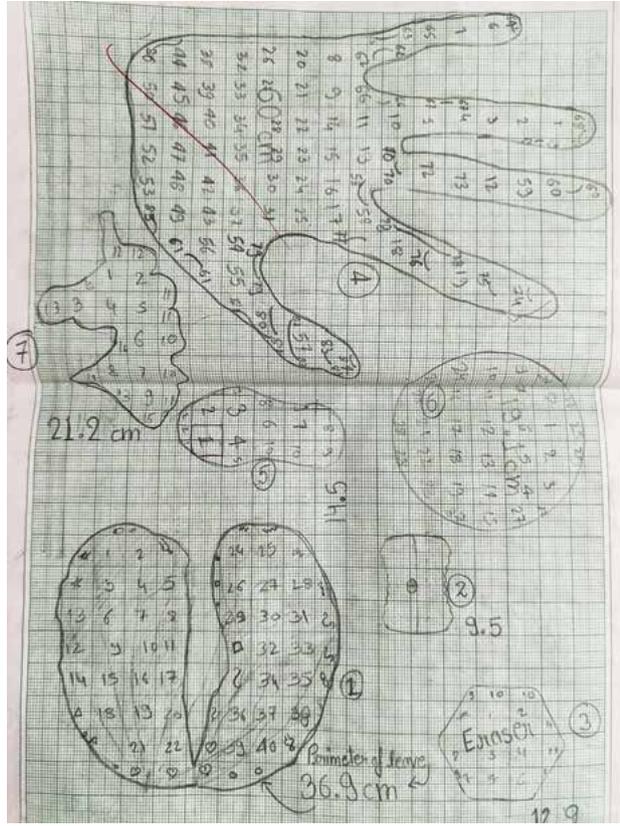
काम नहीं करता, विद्यार्थियों ने भी अपने खुद के उदाहरण साझा किए जहाँ धागे से मापने की विधि कारगर साबित हो सकती थी। इससे परिमाण का अनुमान लगाने की उनकी समझ और गहरी हुई।

तभी मैंने एक आश्चर्यजनक बात देखी। बगल की मेज़ पर बैठा एक छात्र अपने ग्राफ़ पेपर पर एक पत्ती की आकृति बना रहा था। उसका घेरा पता करने के लिए उसने धागे का प्रयोग नहीं किया; दरअसल, उसने परिमाण निकालने के लिए पत्ती के अन्दर की तरफ़ के वर्ग की भुजाएँ ग्राफ़ पेपर पर बना ली थीं (चित्र-5)।

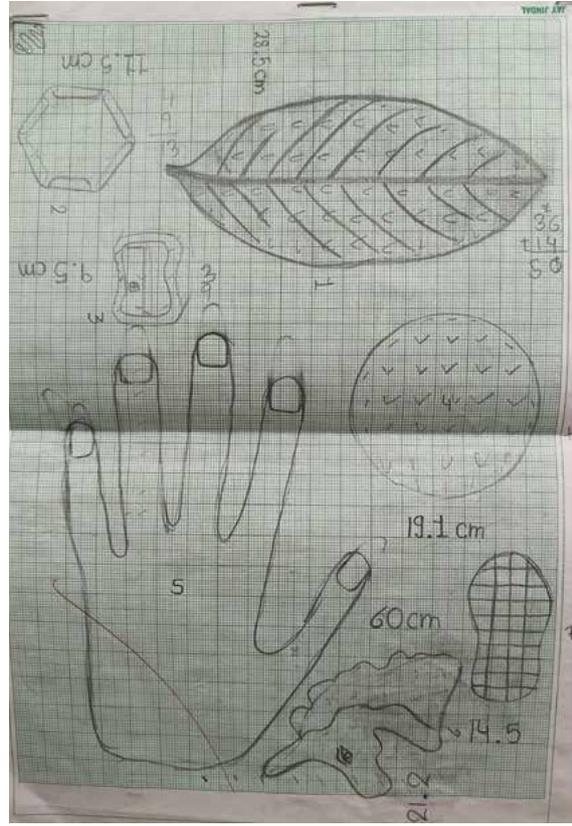
यह तरीका अप्रत्याशित था, लेकिन इसने मुझे सभी विद्यार्थियों के साथ परिधि के अनुमान पर चर्चा करने का सुनहरा अवसर दिया। (हमने अगली कक्षा में इस विद्यार्थी के अनुमान की तुलना धागे द्वारा किए गए अनुमान से भी की।)



चित्र-5



चित्र-6



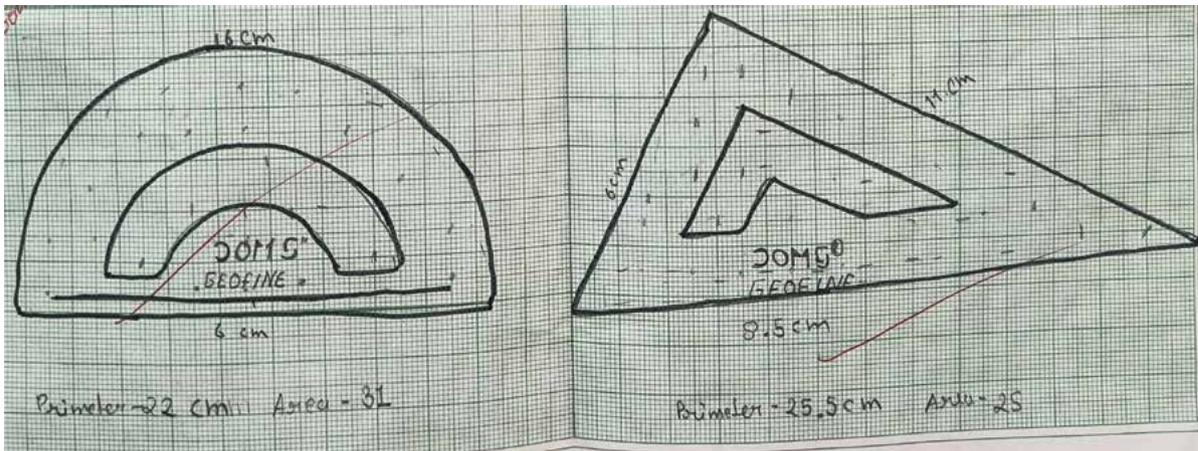
चित्र-7

विद्यार्थियों ने अपनी अनियमित आकृतियों की परिधि नापने के लिए धागे का इस्तेमाल किया। उन्होंने उस माप की तुलना अपने पहले किए गए अनुमानों से भी की, जो उन्होंने स्केल या सीधे (सपाट) खण्डों के माध्यम से किए थे। उन्होंने पाया कि उनके अनुमान आमतौर पर धागे से मापी गई लम्बाई से अधिक थे। इस अनुभव से यह समझ उभरी कि घुमावदार किनारों को सीधे उपकरण से मापने की कोशिश करने पर माप ज्यादा आ सकता है, जबकि धागे जैसे लचीले साधन असली माप के ज्यादा करीब होते हैं। इससे विद्यार्थियों को मापी जा रही वस्तु की प्रकृति (बनावट) के आधार पर उपयुक्त उपकरण चुनने के महत्त्व को समझने में मदद मिली।

बातचीत के दौरान कई विद्यार्थियों ने बताया कि उन्होंने परिधि का अनुमान लगाने के लिए धागे का उपयोग किया था, जिससे यह स्पष्ट हुआ कि वे अनियमित आकृतियाँ मापने की इस विधि में रुचि ले रहे थे। इस गतिविधि ने जहाँ उनकी उत्सुकता और रचनात्मक सोच को बढ़ावा दिया, वहीं इसकी सटीकता पर भी चर्चा शुरू हुई। विद्यार्थियों ने यह सवाल उठाया कि क्या धागा वास्तव में अनियमित आकृतियों की परिधि मापने का सबसे भरोसेमन्द तरीका है। उन्होंने महसूस किया कि यह तरीका भी सही माप के लिए आवश्यक परिशुद्धता प्रदान नहीं करता। इसने मुझे यह सोचने पर मजबूर कर दिया कि क्या मैंने भुजाओं की माप के लिए ग्रिड रेखाओं के उपयोग का उद्देश्य स्पष्ट रूप से बताया था। हमने पहले ही ग्रिड पद्धति को एक अधिक व्यवस्थित और सटीक तरीका माना था, जिसमें विद्यार्थी भुजाओं पर इकाइयों को गिनकर परिधि का मापन कर सकते हैं – विशेष रूप से नियमित आकृतियों के लिए यह तरीका अधिक भरोसेमन्द साबित होता है।

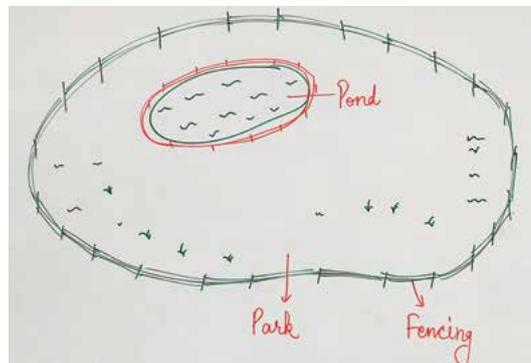
कई विद्यार्थियों के मन में क्षेत्रफल की गणना करते समय आंशिक वर्गों से निपटने के तरीके के बारे में भी प्रश्न थे। एक ने पूछा, “मैं उन वर्गों की गणना कैसे करूँ जो आकृति द्वारा केवल आंशिक रूप से ढँके हैं?” मैंने उन्हें करके दिखाया कि पहले पूरे वर्गों को गिनना चाहिए और फिर अधूरे वर्गों का अनुमान लगाकर कुल क्षेत्रफल का अन्दाज़ा लगाया जा सकता है। मैंने उन्हें सटीकता पर ज़ोर देने की बजाय इस बात पर ध्यान देने के लिए प्रेरित किया कि वे अनुमान के ज़रिए सटीक माप के करीब पहुँच सकें।

कक्षा की पिछली बेंच से एक छात्रा ने मुझे आवाज़ दी और पूछा, “अगर आकृति ऐसी हो तो क्या होगा? क्या अन्दर की रेखा भी परिमाण में गिनी जाएगी?” जब मैंने उसकी आकृति देखी, तो वह उसके ज्योमेट्री बॉक्स का सेट-त्रिभुज (चित्र-8) था। उसने क्षेत्रफल ठीक से निकाला था, लेकिन परिमाण को लेकर उलझन में थी। यह एक ऐसा सवाल था जो बाकी विद्यार्थियों के लिए भी ज़रूरी हो सकता था, इसलिए मैंने अन्य शिक्षकों से बात करने के बाद इसे अगली कक्षा में सबके साथ मिलकर स्पष्ट किया।



चित्र-8

सन्दर्भ समझाने के लिए, मैंने बोर्ड पर पार्क और तालाब का एक चित्र बनाया। फिर मैंने सवाल किया, “अगर हमें इस पार्क के चारों ओर बाड़ (घेरा) बनानी हो, तो बाड़ की कुल लम्बाई क्या होगी?” विद्यार्थियों ने जवाब दिया कि पार्क को बाहर से घेरना ज़रूरी है, लेकिन बच्चों को तालाब में जाने से रोकने के लिए तालाब के चारों ओर भी बाड़ होनी चाहिए। इसलिए कुल लम्बाई में बाहर और अन्दर दोनों बाड़ को शामिल करना होगा।



चित्र-9

जब विद्यार्थियों ने तालाब के चारों ओर अन्दरूनी बाड़ लगाने की ज़रूरत पर बात की, तो मैंने उन्हें बताया कि यह इस बात पर निर्भर करता है कि बाड़ किस उद्देश्य से लगाई जा रही है। मैंने समझाया कि अगर मक़सद पार्क और उसके आस-पास की सुरक्षा करना है, तो बाड़ केवल पार्क की बाहरी परिधि पर लगनी चाहिए, तालाब के चारों ओर नहीं। लेकिन अगर हम तालाब को अलग से सुरक्षित करना चाहें (जैसे कि बच्चों को उससे दूर रखना हो) तब तालाब के चारों ओर भी बाड़ ज़रूरी हो सकती है।

गतिविधि पर शिक्षक के विचार

जब मैं इस गतिविधि को पीछे मुड़कर देखती हूँ, तो मुझे लगता है कि यह विद्यार्थियों और मेरे, दोनों के लिए एक मूल्यवान शिक्षण अनुभव था। पाठ का सबसे सफल पहलू यह था कि कैसे विद्यार्थी विभिन्न प्रकार की रोज़मर्रा की वस्तुओं के साथ जुड़े। ऐसा महसूस हुआ कि उन्हें आकृतियाँ ट्रेस करना और गणित की अवधारणाओं को वास्तविक चीज़ों पर आजमाना बहुत अच्छा लगा। ग्राफ़ पेपर ने इस प्रक्रिया को आसान बना दिया। इससे वे आकृतियों को स्पष्ट रूप से देख पाए और वर्गों की गिनती कर पाए, जिससे उन्हें क्षेत्रफल समझने में मदद मिली – यहाँ तक कि अनियमित आकृतियों के लिए भी। विद्यार्थियों की यह स्वतंत्र पड़ताल और अवधारणा का अनुप्रयोग दर्शाता है कि जब उन्हें सक्रिय भागीदारी के माध्यम से सीखने के अवसर दिए जाते हैं, तो सीखना और अधिक कारगर हो जाता है।

विद्यार्थियों की प्रतिक्रियाएँ और प्रगति

पूरी गतिविधि के दौरान, यह स्पष्ट था कि विद्यार्थी मगन थे और सीखने को उत्सुक थे। उन्होंने ट्रेसिंग और मापन कार्यों में सक्रिय रूप से भाग लिया और साथ ही विचारशील प्रश्न भी पूछे। उनके कुछ उत्तरों से यह भी पता चला कि वे वास्तव में समझ में प्रगति कर रहे हैं।

विद्यार्थी-1 ने कहा, “मैंने अपनी डिक्शनरी को ट्रेस किया और ग्राफ़ पेपर पर बने वर्गों को गिना। लम्बाई और चौड़ाई को गुणा करके क्षेत्रफल निकाला और सभी किनारों की लम्बाई जोड़कर परिमाप निकाला।”

विद्यार्थी-2 ने बताया, “मुझे अपनी बोतल के ढक्कन को लेकर थोड़ी परेशानी हुई क्योंकि मुझे गोलाई का परिमाप निकालना नहीं आता था, लेकिन धागे का इस्तेमाल करने के बाद, मुझे समझ आ गया। मैंने पहले धागे से वृत्त की परिधि नापी, फिर स्केल से उसकी लम्बाई निकाली।”

विद्यार्थी-3 ने कहा, “मैंने एक षट्कोण के आकार की रबड़ की आकृति बनाई। क्षेत्रफल निकालने के लिए मुझे उसे छोटे वर्गों में बाँटना पड़ा और आंशिक वर्गों को गिनना पड़ा। मुश्किल था, लेकिन काम कर गया!”

इन उत्तरों से मुझे यह समझ आया कि विद्यार्थी न सिर्फ़ अपने ज्ञान का इस्तेमाल कर रहे थे, बल्कि जटिल आकृतियों को समझने और हल करने के लिए सोच-समझकर क्रम भी उठा रहे थे।

निष्कर्ष

अन्त में, यह देखना रोमांचक था कि विद्यार्थियों ने चुनौतियों का सामना कैसे किया, चाहे वह अनियमित आकृतियों को मापना हो या क्षेत्रफल के लिए आंशिक वर्गों को गिनना हो। अपनी पड़ताल और समस्या-समाधान के ज़रिए उन्होंने परिमाप और क्षेत्रफल की अवधारणाओं को गहराई से समझा। आगे मैं विद्यार्थियों को जटिल आकृतियों की पड़ताल करने और परिमाप और क्षेत्रफल की गणना करने के अपने कौशल को निखारने के और अवसर देने की योजना बना रही हूँ, ताकि वे अपने तरीके और अपनी गति से अभ्यास कर आत्मविश्वास हासिल कर सकें। यह गतिविधि व्यावहारिक शिक्षा की शक्ति की बड़ी मिसाल थी और यह भी कि जब बच्चे स्वयं पहल करते हैं, तो वे अपनी सोच और कल्पनाशक्ति से हमें चकित कर सकते हैं।



गरिमा भट्ट दिसम्बर, 2022 से अज़ीम प्रेमजी स्कूल, उधम सिंह नगर में पढ़ा रही हैं। उन्होंने एसएसजे विश्वविद्यालय, अल्मोड़ा से भौतिकी में एमएससी और बीएड की डिग्री प्राप्त की है। वर्तमान में वे प्राथमिक स्तर पर गणित शिक्षण पर काम कर रही हैं। उनका दृढ़ विश्वास है कि गणित को बच्चों के लिए रोचक, आनन्ददायक और अर्थपूर्ण बनाना चाहिए। उन्हें ऐसा कक्षा माहौल तैयार करना पसन्द है, जिसमें बच्चे गतिविधियों, खेलों और जीवन से जुड़े अनुभवों के ज़रिए गणितीय सोच को समझ सकें और इससे उनमें आत्मविश्वास और जिज्ञासा बढ़े। गरिमा से garima.bhatt@azimpremjifoundation.org पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : प्रमोद मैथिल पुनरीक्षण : सुशील जोशी कॉपी एडिटर : अनुज उपाध्याय