ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ನಾರಾಯಣ ಮೆಹರ್

ನಿಜಕ್ಕೂ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಎಂದರೇನು? ಈ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಮಕ್ಕಳು ಯಾವ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುತ್ತಾರೆ? ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಇವೆಯೆ? ಈ ಲೇಖನವು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವಿಷಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಸಂಬಂಧಿತ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚಿನದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಇದನ್ನು ಓದಿ.

ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಒಂದು ನಿರೂಪಣೆ ಅಥವಾ ಕಥೆಯೊಂದಿಗೆ ನಿರೂಪಿಸಲಾದ ನೈಜ ಪ್ರಪಂಚದ-ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ಅಡಗಿರುವ ಗಣಿತದ ಪ್ರಶ್ನೆಯಾಗಿದೆ. ಇದು ಗಣಿತದ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಅಥವಾ ಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾದ ಗಣಿತದ ಪ್ರಶ್ನೆಯಾದ ‘ಸಾದಾ ಲೆಕ್ಕ’(bare problem) ಕ್ಕಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು, ಕಲ್ಪನೆಗಳು ಅಥವಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಮೂಲಕ ನೈಜ–ಪ್ರಪಂಚದ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಗಣಿತದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಂಗವಾಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಗಣಿತವು ಕೇವಲ ಚಿಹ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ಅಮೂರ್ತತೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ನೈಜ ಪ್ರಪಂಚದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡ ನೆಲೆಗೊಂಡಿರಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ರಚಿಸಲಾದ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಕಲಿಕೆಗೆ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾದ ನೈಜ–ಪ್ರಪಂಚದ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ತೆರೆಯುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮುಖ್ಯ ಮತ್ತು ಉಪಯುಕ್ತವೆನಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಇವು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಬೇಕು. ತಮ್ಮ ನಿಜ ಜೀವನದ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗೆ ಹತ್ತಿರವಲ್ಲದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆಸಕ್ತಿಯಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಮಾನವ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ದೀಪಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಮಾರುಕಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುವುದು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅನಾಥಾಶ್ರಮಕ್ಕೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಹಣವನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವುದು, ಲಿಂಗ ಸಂಬಂಧಿತ ಹೆಣ್ಣುಮಕ್ಕಳು ಕೃಷಿ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಲಿಂಗಸಂಬಂಧಿತ ಸಿದ್ಧಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಮುರಿಯುವುದು – ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಇದಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಸುತ್ತಲೂ ಗಮನಿಸಿ, ಆ ಪರಿಸರದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಬಹುದು. ಈ ಲೇಖನವು ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎದುರಿಸುವ ತೊಂದರೆಗಳ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎದುರಿಸುತ್ತಿರುವ ತೊಂದರೆಗಳು

PISA (2003, ಪುಟ 24) ದಲ್ಲಿ ಹೇಳೀರುವಂತೆ, ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು ಅವರ ಗಣಿತದ ಸಾಕ್ಷರತೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದ ಸಾಕ್ಷರತೆಯು ಗಣಿತದ ಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಇದು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು, ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು, ಗಣಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅಂಕಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು – ಇವುಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ನೀಡಿದಾಗ, ಮೊದಲು ಅವರು ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು, ಅದನ್ನು ಸಾದಾ ಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ನಂತರ ಅದನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಬೇಕು. ಹೀಗಾಗಿ, ಅಂಕಗಣಿತದ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಮೊದಲನೆಯದು, ಭಾಷೆಯನ್ನು ಗಣಿತದ ಸಂಕೇತದ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದು, ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಕಾರ್ಯಗತಗೊಳಿಸುವುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮೊದಲು ಏನನ್ನು ನೀಡಬೇಕು? ಬರೀ ಗಣಿತದ ಸಾದಾ ಲೆಕ್ಕವೋ ಅಥವಾ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯೋ?

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು, ದೈನಂದಿನ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ, ಅನ್ವಯ, ತರ್ಕ, ನೈಜ ಜೀವನದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.

(ಇದು ‘ಕೋಳಿ ಅಥವಾ ಮೊಟ್ಟೆ– ಯಾವುದು ಮೊದಲು ಬಂತು’ ಎಂಬ ಪರಿಸ್ಥಿತಿ.)

ಗಣಿತದ ಸಾದಾ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಬಿಡಿಸುವ ಅನೇಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ, ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ ವಾಗದೇ ಇರಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಗಣಿತದ ಉಕ್ತಿಗಳು ಅಥವಾ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನೀಡಿದರೆ, ಅವರು ಅದನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸ ಬಹುದು ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಅದೇ ಅವರು ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಅನುಭವ ಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸಂಬಂಧಿಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ, ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ಉದ್ದೇಶವೂ ತಪ್ಪಿಹೋಗುತ್ತದೆ. ಅವರು ಇದನ್ನು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿ ನೋಡುತ್ತಾರೆ. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವಲ್ಲಿ ಭಾಷೆಯೂ ಸಹ ಪ್ರಮುಖ ಪಾತ್ರ ವಹಿಸುತ್ತದೆ. ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆ ಏನೆಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ಅದನ್ನು ಸರಿಯಾದ ಗಣಿತದ ಭಾಷೆಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಗಣಿತದ ಯಾವ ಕ್ರಿಯೆಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, 'ಹೆಚ್ಚು', 'ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹೋಗಲಾಗಿದೆ', 'ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ', 'ವ್ಯತ್ಯಾಸ', 'ಉಳಿದಿರುವುದು', ಮುಂತಾದ ಕೀವರ್ಡ್ ಗಳಿಗೆ ಅನಗತ್ಯ ಒತ್ತು ನೀಡುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೈಜ–ಪ್ರಪಂಚದ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ತಪ್ಪಾಗಿ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸೂಕ್ತವಲ್ಲದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಲು ಕಾರಣವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇದಲ್ಲದೆ, ನಿರೂಪಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲದ ವಿವರಗಳಿರಬಹುದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅಪ್ರಸ್ತುತ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಲು ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೀವರ್ಡ್‌ಗಳಿಗೆ ಅನಗತ್ಯ ಒತ್ತು ನೀಡುವುದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ದಾರಿ ತಪ್ಪುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ನೋಡೋಣ.

<table>
<tr><th>ಸಮಸ್ಯೆ 1</th><th>ಸಮಸ್ಯೆ 2</th></tr>
<tr><td>ಹಬೀಬಾ ಎಂಬ 10 ವರ್ಷದ ಹುಡುಗಿಯ ಹತ್ತಿರ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಕಲ್ಯಾಣಿ ಎಂಬ 11 ವರ್ಷದ ಹುಡುಗಿಯ ಹತ್ತಿರ ಹಬೀಬಾಕ್ಕಿಂತ 5 ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಕಲ್ಯಾಣಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?</td><td>ಹಬೀಬಾ ಎಂಬ 10 ವರ್ಷದ ಹುಡುಗಿಯ ಹತ್ತಿರ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಹಬೀಬಾ, 11 ವರ್ಷದ ಹುಡುಗಿ ಕಲ್ಯಾಣಿಗಿಂತ 5 ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ಕಲ್ಯಾಣಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?</td></tr>
<tr><td colspan="2">ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಅಥವಾ ಅಪ್ರಸ್ತುತ ಮಾಹಿತಿ– ಹಬೀಬಾಳಿಗೆ 10 ವರ್ಷ ಮತ್ತು ಕಲ್ಯಾಣಿಗೆ 11 ವರ್ಷ.
ಕೀವರ್ಡ್– ಹೆಚ್ಚು (ಈ ಕೀವರ್ಡ್ ಇದ್ದಾಗ ಕೂಡಬೇಕು ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಲಿಸಲಾಗಿದೆ)</td></tr>
<tr><td colspan="2">ಇದನ್ನು ಉಕ್ತಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದಾಗ: 9 + 5
ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆ: 9 + 5 = 14</td></tr>
<tr><td colspan="2">ಉತ್ತರ: ಕಲ್ಯಾಣಿಯ ಹತ್ತಿರ 14 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ.</td></tr>
<tr><td>ಪರಿಶೀಲನೆ: ಹಬೀಬಾ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ ಮತ್ತು ಕಲ್ಯಾಣಿ 5 ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ– 14 ಎಂದರೆ 9 ಕ್ಕಿಂತ 5 ಹೆಚ್ಚು.
ಕೀವರ್ಡ್ ತಂತ್ರವು ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದೆ.</td><td>ಕಲ್ಯಾಣಿಗಿಂತ ಹಬೀಬಾ ಹತ್ತಿರ 5 ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ.
ಹಬೀಬಾ ಹತ್ತಿರ 9 ಮತ್ತು ಕಲ್ಯಾಣಿಯಲ್ಲಿ 14 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ.
ದೋಷ: ಕೀವರ್ಡ್ ತಂತ್ರವು ಕೆಲಸ ಮಾಡಲಿಲ್ಲ.</td></tr>
</table>

ಕೋಷ್ಟಕ 1: *ಕೀವರ್ಡ್‌ಗಳ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ದೋಷಗಳ ವಿವರಣೆ.*

ಹೀಗಾಗಿ, ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎದುರಿಸುವ ಪ್ರಮುಖ ಸವಾಲುಗಳು ಹೀಗಿವೆ:

1. ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿರುವ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದವು.
2. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲಿ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಪರಿಚಯವಿಲ್ಲದ ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಸಂಕೀರ್ಣ ವಾಕ್ಯ ರಚನೆಯ ಬಳಕೆ ಆಗುವ ಸಮಸ್ಯೆ.
3. ಸರಿಯಾದ ಅಂಕಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡುವುದು.
4. ಕೀವರ್ಡ್‌ಗಳಿಗೆ ಅನಗತ್ಯ ಒತ್ತು ನೀಡುವುದು.
5. ಅನಗತ್ಯ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಉಪಯುಕ್ತ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಅಮೂರ್ತಗೊಳಿಸುವಲ್ಲಿನ ಅಸಮರ್ಥತೆ.
6. ಗಣಿತದ ಉಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವಲ್ಲಿನ ತೊಂದರೆ.
7. ಅಂಕಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಬಳಸುವಲ್ಲಿನ ತೊಂದರೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ವಾಸದಿಂದ ಬಗೆಹರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಲು, ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸವಾಲುಗಳನ್ನೂ ಹೇಗೆ ಎದುರಿಸಬೇಕೆಂದು ಶಿಕ್ಷಕರು ಅವರಿಗೆ ಕಲಿಸಬೇಕು. ಇದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು, ಗಣಿತದ ಉಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದರ ಮಹತ್ವವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇದಲ್ಲದೆ, ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎದುರಿಸಬಹುದಾದ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವರು ತಿಳಿದಿರಬೇಕು.

ಉಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಗಣಿತದ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಮತ್ತು ಉಕ್ತಿಗಳು, ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ನಿರೂಪಣೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಪರಿಹಾರದ ನಿರೂಪಣೆಯ ನಡುವಿನ ಮಧ್ಯಂತರ ಹಂತವಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತದ ಉಕ್ತಿಯು ಕೆಲವು ಗಣಿತೀಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಯಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 3 + 2 (ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಕಲನ ಕ್ರಿಯೆ)
3x+ 5 (ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಚರಾಕ್ಷರ ಮತ್ತು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದ ಕ್ರಿಯೆಗಳು)

ಗಣಿತದ ಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಉಕ್ತಿಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಒಂದು ಹೇಳಿಕೆಯಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 4 + ____ = _____ + 6 (4+6 ಉಕ್ತಿಯು 6 + 4 ಉಕ್ತಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದೆ)

3x + 2 = 11 (3x+2 ಉಕ್ತಿಯು 11ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ)

ಪ್ರತಿ ಸಂಕಲನ ಅಥವಾ ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಯ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು

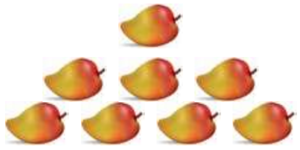
ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

1. 27 + 54 ಎಂಬ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು 27 + 54 = 81 ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು, ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದು:
   ಎ. 27 + ___ = 81 ಮತ್ತು
   ಬಿ. ___ + 54 = 81
2. 81 – 54. ಈ ಉಕ್ತಿಯನ್ನು 81 – 54 = 27 ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದು.
   ಎ. 81 – ___ = 27 ಮತ್ತು
   ಬಿ. ___ – 54 = 27

ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವಿಧಗಳು

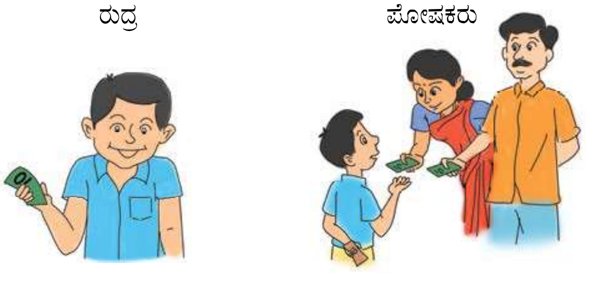
ಎಲ್ಲ ವಿಧಗಳ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಇರುತ್ತದೆ. ಕಾರ್ಪೆಂಟರ್et. al. (1983), ಕೂಡುವ ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ವಿಧದ ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತಾಪ ಮಾಡಿದರು. ಅವೆಂದರೆ: ಸಂಯೋಜನೆ, ಹೋಲಿಕೆ, ಬದಲಾವಣೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಿಸುವುದು.

ನೆಷರ್, ಪಿ. ಗ್ರೀನೋ, ಜೆ. ಜಿ.. ಮತ್ತು ರಿಲೆ, ಎಂ. ಎಸ್. (1982) ತಮ್ಮ ಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತಷ್ಟು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ಸಂಯೋಜನೆ, ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು 14 ಉಪವರ್ಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಈ ವರ್ಗೀಕರಣದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

<table>
<tr><td colspan="2">ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಸೀತೆಯ ಬಳಿ 5 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಮತ್ತು ರಹೀಮ್ ಬಳಿ 3 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಅವರ ಬಳಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?
ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಸೀತೆಯ ಬಳಿ 5 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಸೀತಾ ಮತ್ತು ರಹೀಮ್ ಒಟ್ಟು 8 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ರಹೀಮಿನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?
ಸೂಚಿಸಲಾದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರ: ಪ್ರತಿ ಒಬ್ಬರ ಬಳಿ ಇರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತು ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಹೇಳಿ.</td></tr>
<tr><td>ವಿಧ: ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ 1
ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿವರಣೆ: ಅಂತಿಮ ಗಣದ (ಸಂಪೂರ್ಣ) ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು</td><td>ವಿಧ: ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ 2
ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿವರಣೆ: ಒಂದು ಉಪಗಣದ ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು</td></tr>
<tr><td>ಉದಾಹರಣೆ: ಸೀತೆಯ ಬಳಿ 5 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಮತ್ತು ರಹೀಮಿನ ಬಳಿ 3 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಅವರ ಬಳಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?</td><td>ಉದಾಹರಣೆ: ಸೀತೆಯ ಬಳಿ 5 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಸೀತಾ ಮತ್ತು ರಹೀಮ್ ಒಟ್ಟು 8 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ರಹೀಮಿನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?</td></tr>
<tr><td>ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ :
ಸೀತಾ
ರಹೀಮ್ </td><td>ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ:
ಸೀತಾ
ಸೀತಾ ಮತ್ತು ರಹೀಮ್ </td></tr>
</table>

ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು: **ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ:** ಏನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು? **ಉತ್ತರ:** ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ.	**ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು:** ಚರ್ಚೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಶ್ನೆ: ಏನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು? **ಉತ್ತರ:** ರಹೀಮ್ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?
ಉಕ್ತಿ: 5 + 3	**ಸಮೀಕರಣ:** ____ + 5 = 8 ಅಥವಾ 8 – 5 = ____
ಉತ್ತರ: ಸೀತೆ ಮತ್ತು ರಹೀಮರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 8 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ.	**ಉತ್ತರ:** ರಹೀಮನ ಬಳಿ 3 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ.
ಪರಿಶೀಲನೆ: ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯೊಂದಿಗೆ ದೃಢೀಕರಣದ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.	

ಕೋಷ್ಟಕ 2: *ಸಂಯೋಜನೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಸೂಚಿಸಲಾದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು*

ಸಮಸ್ಯೆ 3: ರುದ್ರನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಮತ್ತು ಮುಂಬರುವ ಹಬ್ಬಕ್ಕಾಗಿ ಅವನು ತನ್ನ ಪೋಷಕರಿಂದ ಇನ್ನೂ ₹20 ಪಡೆದಿದ್ದಾನೆ. ಈಗ ಅವನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಹಣವಿದೆ? **ಸಮಸ್ಯೆ 4:** ರುದ್ರನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಅವನ ಪೋಷಕರು ಮುಂಬರುವ ಹಬ್ಬಕ್ಕಾಗಿ ಅವನಿಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವನ್ನು ನೀಡಿದರು. ಈಗ ಆತನ ಬಳಿ ₹30 ಇದೆ. ಅವನ ಪೋಷಕರು ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ನೀಡಿದರು? **ಸೂಚಿಸಲಾದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರ:** ವಹಿವಾಟುಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಒಂದು ಕಿರು ನಾಟಕದ ತಂತ್ರ ಬಳಸಿ ಮತ್ತು ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಹೇಳಿ.	
ವಿಧ: ಬದಲಾವಣೆ 1 **ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿವರಣೆ:** ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿರುವುದು. ಅಂತಿಮ ಗಣದ ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.	**ವಿಧ:** ಬದಲಾವಣೆ 2 **ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿವರಣೆ:** ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿರುವುದು. ಬದಲಾವಣೆ ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.
ಉದಾಹರಣೆ: ರುದ್ರನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಮತ್ತು ಮುಂಬರುವ ಹಬ್ಬಕ್ಕಾಗಿ ಆತ ತನ್ನ ಪೋಷಕರಿಂದ ಇನ್ನೂ ₹20 ಪಡೆದನು. ಈಗ ಅವನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಹಣವಿದೆ?	**ಉದಾಹರಣೆ:** ರುದ್ರನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಅವನ ಪೋಷಕರು ಮುಂಬರುವ ಹಬ್ಬಕ್ಕಾಗಿ ಅವನಿಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವನ್ನು ನೀಡಿದರು. ಈಗ ಆತನ ಬಳಿ ₹30 ಇದೆ. ಅವನ ಪೋಷಕರು ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ನೀಡಿದರು?
ಕಿರು ನಾಟಕಗಳ ರೂಪ ರುದ್ರ ಪೋಷಕರು 	**ಕಿರು ನಾಟಕಗಳ ರೂಪ** ರುದ್ರ = 10 ಪೋಷಕರು = ? ಒಟ್ಟು = 30
ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು: **ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ:** ಏನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು? **ಉತ್ತರ:** ಹಬ್ಬಕ್ಕೆ ರುದ್ರನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಹಣವಿದೆ?	**ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು:** **ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ:** ಏನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು? **ಉತ್ತರ:** ರುದ್ರನು ತನ್ನ ಪೋಷಕರಿಂದ ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಪಡೆದನು?
ಉಕ್ತಿ: 10 + 20	**ಸಮೀಕರಣ:** 10 + ___ = 30 OR 30 – 10 = ___
ಉತ್ತರ: ರುದ್ರನಿಗೆ ಹಬ್ಬದಲ್ಲಿ ಖರ್ಚು ಮಾಡಲು ₹30 ಇದೆ.	**ಉತ್ತರ:** ರುದ್ರನ ಪೋಷಕರು ಅವನಿಗೆ ₹20 ನೀಡಿದರು.
ಪರಿಶೀಲನೆ: ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಮತ್ತೆ ನೋಡಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.	

ಕೋಷ್ಟಕ 3: *ಬದಲಾವಣೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಸೂಚಿಸಲಾದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು*

ಬದಲಾವಣೆ 3	ಏರಿಕೆ, ಆರಂಭಿಕ ಗಣದ ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ರುದ್ರನ ಬಳಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವಿದೆ. ಅವನ ಪೋಷಕರು ಮುಂಬರುವ ಹಬ್ಬಕ್ಕಾಗಿ ಅವನಿಗೆ ₹20 ನೀಡಿದರು. ಈಗ ಆತನ ಬಳಿ ₹30 ಇದೆ. ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಆತನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಹಣವಿತ್ತು?
ಬದಲಾವಣೆ 4	ಇಳಿಕೆ, ಅಂತಿಮ ಗಣದ ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ರುದ್ರನ ಬಳಿ ₹30 ಇದೆ. ಆತ ಒಂದು ಆಟಿಕೆ ಖರೀದಿಸಲು ₹20 ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದನು. ಈಗ ಅವನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಹಣವಿದೆ?
ಬದಲಾವಣೆ 5	ಇಳಿಕೆ, ಬದಲಾವಣೆಯ ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ರುದ್ರನ ಬಳಿ ₹30 ಇದೆ. ಆತ ಆಟಿಕೆ ಖರೀದಿಸಲು ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವನ್ನು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದನು. ಈಗ ಆತನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಆಟಿಕೆ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
ಬದಲಾವಣೆ 6	ಇಳಿಕೆ, ಆರಂಭಿಕ ಗಣದ ಬಗೆಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ರುದ್ರನ ಬಳಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವಿದೆ. ಆತ ₹20 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಆಟಿಕೆ ಖರೀದಿಸಿದ. ಈಗ ಆತನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಆತನ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಹಣವಿತ್ತು?

ಕೋಷ್ಟಕ 4: *ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಧಗಳ ಬದಲಾವಣೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು, ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ*

ಶೀರ್ಷಿಕೆ	ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿವರಣೆ	ಹೇಳಿಕೆ ಲೆಕ್ಕಗಳು
ಹೋಲಿಕೆ 1	'ಹೆಚ್ಚು' ಪದವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವ 'ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಗಣ'ದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಹಬೀಬಾ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕಲ್ಯಾಣಿ 5 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಯಾರಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿದೆ?
ಹೋಲಿಕೆ 2	'ಹೆಚ್ಚು' ಪದವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವ 'ಹೋಲಿಸಿದ ಗಣ'ದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಹಬೀಬಾ ಬಳಿ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ, ಮತ್ತು ಅವಳು ಕಲ್ಯಾಣಿಗಿಂತ 4 ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ಕಲ್ಯಾಣಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?
ಹೋಲಿಕೆ 3	'ಹೆಚ್ಚು' ಪದವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವ 'ಉಲ್ಲೇಖಿತ ಗಣ'ದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಕಲ್ಯಾಣಿಯ ಬಳಿ 5 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಹಬೀಬಾಗಿಂತ ಕಲ್ಯಾಣಿಯ ಬಳಿ 4 ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಹಬೀಬಾ ಎಷ್ಟು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ?
ಹೋಲಿಕೆ 4	'ಕಡಿಮೆ' ಪದವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವ 'ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಗಣ'ದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಹಬೀಬಾ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕಲ್ಯಾಣಿ 5 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾರೆ. ಯಾರ ಬಳಿ ಕಡಿಮೆ ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣು ಇದೆ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ?
ಹೋಲಿಕೆ 5	'ಕಡಿಮೆ' ಪದವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವ 'ಹೋಲಿಸಿದ ಗಣ'ದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಕಲ್ಯಾಣಿಯು ಹಬೀಬಾಗಿಂತ 4 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ಹಬೀಬಾ ಬಳಿ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಕಲ್ಯಾಣಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ?
ಹೋಲಿಕೆ 6	'ಕಡಿಮೆ' ಪದವನ್ನು ಉಲ್ಲೇಖಿಸುವ 'ಹೋಲಿಸಿದ ಗಣ'ದ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಕಲ್ಯಾಣಿಯಲ್ಲಿ 5 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ, ಮತ್ತು ಅವಳು ಹಬೀಬಾಕ್ಕಿಂತ 4 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ಹಬೀಬಾ ಎಷ್ಟು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ?

ಕೋಷ್ಟಕ 5: *ಹೋಲಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ವಿಧಗಳು, ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ.*

ನಾಲ್ಕನೇ ವರ್ಗವಾದ ಸಮೀಕರಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಹ ಗಣಿತೀಯ ಸಾಹಿತ್ಯದಲ್ಲಿ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬದಲಾವಣೆ ಮತ್ತು ಹೋಲಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮೇಲೆ ನೀಡಲಾದ ಬದಲಾವಣೆ 2ರ ಸಮಸ್ಯೆ: *ರುದ್ರನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಅವನ ಪೋಷಕರು ಮುಂಬರುವ ಹಬ್ಬಕ್ಕಾಗಿ ಅವನಿಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಹಣವನ್ನು ನೀಡಿದರು. ಈಗ ಆತನ ಬಳಿ ₹30 ಇದೆ. ಅವನ ಪೋಷಕರು ಅವನಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ನೀಡಿದರು? ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದು: ಮುಂದಿನ ಹಬ್ಬಕ್ಕೆ ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ರುದ್ರನಿಗೆ ₹30 ಬೇಕು. ಅವನ ಬಳಿ ₹10 ಇದೆ. ಅವನು ತನ್ನ ಪೋಷಕರಿಂದ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಪಡೆಯಬೇಕು?*

ಅಂತೆಯೇ, ಮೇಲೆ ನೀಡಲಾದ ಹೋಲಿಕೆ 1ರ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ *ಹಬೀಬಾ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕಲ್ಯಾಣಿ 5 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಯಾರ ಬಳಿ ಹೆಚ್ಚು ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣು ಇದೆ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು? ಬಹುಶಃ ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಕೇಳಬಹುದು: ಕಲ್ಯಾಣಿಯ ಬಳಿ 5 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಹಬೀಬಾ ಬಳಿ 9 ಸೀಬೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಹಬೀಬಾ ಹೊಂದಿರುವಷ್ಟು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಲು ಕಲ್ಯಾಣಿಯು ಇನ್ನೂ ಎಷ್ಟು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬೇಕು?*

ಎರಡೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಉಕ್ತಿ:

ನೀಡಲಾದ ಪ್ರಮಾಣ + __________ ಅನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ನೀಡಲಾದ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಸಮೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವಿವಿಧ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ಈ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ. ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ, ಈ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಬಹುದು. ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬಗೆಹರಿಸಲು ಎರಡು ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಮೂಲಕ, ಅವರು ಎರಡೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು, ಉಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಹಂತಗಳು ಮಗುವಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗುತ್ತವೆ. ಕೊನೆಯದಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಯಾವ ವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತಿದೆ ಮತ್ತು ಯಾವ ರೀತಿಯ

ಪದಗಳನ್ನು ಅವರು ಗ್ರಹಿಸುತ್ತಿಲ್ಲ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಮೌಲ್ಯಾಂಕನ ಮಾಡಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಗೆ ತಕ್ಕಂತೆ ಪರಿಹಾರ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು, ಶಿಕ್ಷಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ತರಬೇತಿ ಕೊಡಬೇಕು:

1. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ ಓದಿ ಮತ್ತು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ (ಕೀವರ್ಡ್‌ಗಳಿಗೆ ಅತಿಯಾದ ಮಹತ್ವ ನೀಡಬೇಡಿ.).

   ಸಮಸ್ಯೆ ಏನು ಮತ್ತು ಏನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟತೆ ಇರಬೇಕು. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದರಿಂದ ಇದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ.

2. ಸಂದರ್ಭವನ್ನುಚಿತ್ರಿಸಬಲ್ಲ ರೇಖಾಚಿತ್ರ ಅಥವಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಶಿಕ್ಷಕರು ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳು ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಮ್ಯಾನಿಪ್ಯುಲೇಟಿವ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು. ಕಿರು ನಾಟಕಗಳು ಸಹ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

3. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಿ.

4. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಮುಖ್ಯವಲ್ಲದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನೂ ಹೊಂದಿರಬಹುದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.

5. ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಅಥವಾ ಉಕ್ತಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ. ಏನನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ ಮತ್ತು ಕೊಟ್ಟಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಾಗ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಬಲ್ಲವರಾಗುತ್ತಾರೆ.

6. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ.

ಉಪಸಂಹಾರ

ಮಕ್ಕಳು ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವಂತೆ ಸಬಲೀಕರಿಸಲು, ಶಿಕ್ಷಕರು, ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಒಟ್ಟಾರೆಯಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು, ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಮಾದರಿ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದು, ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸುವುದು, ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ವಿಧವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು, ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಗಣಿತೋಕ್ತಿಯಾಗಿ ಅಥವಾ ಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ಗಣಿತೀಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು – ಈ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.

ಎಲ್ಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಿಜಜೀವನದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಿ, ನಂತರ ಅವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಿಡಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅವರೇ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಮುಖ್ಯ. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಅರ್ಥವಾಗುವುದಲ್ಲದೆ, ಗಣಿತದ ಕ್ರಮವೂ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ತಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಭವಕ್ಕೆ ಬಂದಿರುವ 'ಜೋಡಿಸುವ' ಮತ್ತು 'ತೆಗೆಯುವ' ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ಮಕ್ಕಳಿಕೆ, ಶಾಲೆಗೆ ಬರುವುದಕ್ಕೆ ಮುಂಚೆಯೇ, ಕೂಡುವ ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಒಂದು ರೀತಿಯ ಗ್ರಹಿಕೆ ಇರುತ್ತದೆಯಾದರೂ ಅವರಿಗೆ ಅದನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಲು ಬಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಹೇಳಿಕೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಚಯವಿರುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ತರುವುದು ಮುಖ್ಯವಾದದ್ದು. ಇದರಿಂದ ಗಣಿತವು ಬೇರೆ ಪ್ರಪಂಚವಲ್ಲ, ಆದರೇ ಇದೇ ಪ್ರಪಂಚದ ವಿಸ್ತರಣೆ ಅಷ್ಟೇ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಪರಾಮರ್ಶನ

1. Nesher, P., Greeno, J. G., & Riley, M. S. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational studies in mathematics, 13*(4), 373-394.
2. Carpenter, T. P., Hiebert, J., & Moser, J. M. (1983). The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics, 14*(1), 55-72.
3. Menon, U. (2007). Word Problems and activities - Designing the curriculum. In Proceedings of the conference epiSTEME (Vol. 2).

ನಾರಾಯಣ ಮೆಹರ್ ಅವರು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಅಜೀಮ್ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣ ಗುಂಪಿನ ಬೋಧನಾ ವಿಭಾಗದ ಸದಸ್ಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರುವ ಮೊದಲು, ಅವರು ದೆಹಲಿಯ ಮಿರಾಂಬಿಕಾ ಫ್ರೀ ಪ್ರೋಗ್ರೆಸ್ ಸ್ಕೂಲ್ ಮತ್ತು ಗುರ್ಗಾಂವ್‌ನ ಹೆರಿಟೇಜ್ ಎಕ್ಸ್ಪೀರಿಯನ್ಷಿಯಲ್ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಸ್ಕೂಲ್ (ಎಚ್.ಎಕ್ಸ್.ಎಲ್.ಎಸ್.) ನಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯಾಗಾರಗಳನ್ನು ಕಲಿಸಿದರು. ಎಚ್.ಎಕ್ಸ್.ಎಲ್.ಎ. ನೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವಾಗ, ಅವರು ದೆಹಲಿ ಮೂಲದ ಲಾಭರಹಿತ ಸಂಸ್ಥೆಯಾದ ಜೋಡೋ ಗ್ಯಾನ್ ನೊಂದಿಗೆ ಮತ್ತು ಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಸುವ ನವೀನ ವಿಧಾನಗಳ ಮೇಲೆ ನಿಕಟವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರು. ಅವರು ಗುರ್ಗಾಂವ್‌ನ ಐ.ಎ.ಎ.ಟಿ. (ಐ ಆಮ್ ಎ ಟೀಚರ್) ಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರು. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಅವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರವಾಗಿದೆ. ಸ್ಥಳಾಕೃತಿ–ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ತರ್ಕವನ್ನು ಬೇಡುವ, ಕೈಯಿಂದ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ ಮತ್ತು ಕರಕುಶಲತೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಅವರು ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಅವರನ್ನು narayana.meher@apu.edu.in ನಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕಿಸಿ.

ಅನುವಾದ: **ನಾಗಶ್ರೀ ಎಂ. ಎನ್.** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**