ತರಗತಿ

ClassRoom

ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ

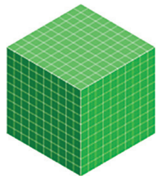
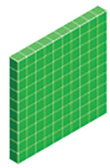
ನಾರಾಯಣ ಮೆಹೆರ್ ಮತ್ತು ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್

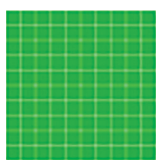
ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ (6 – 8 ತರಗತಿ) ಮಕ್ಕಳು ಅಗಾಧ ಕಷ್ಟವನ್ನು ಎದುರಿಸುವ ಮುಖ್ಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೆಂದರೆ (ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವುಳ್ಳವೂ ಹೌದು) ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳು. ಮಕ್ಕಳು, ಮೊದಲಿಗೆ, ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಕಷ್ಟ ಎದುರಿಸಿದರೆ, ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ನಡೆಸುವ ಅಂಕಗಣಿತೀಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಬಹಳಷ್ಟು ಅಮೂರ್ತವಾಗಿ ಬೋಧಿಸಲ್ಪಡುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದಕ್ಕೆ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಒತ್ತು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರಸ್ತುತ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನಾವು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗಿನ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಯಮವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಿದ್ದೇವೆ. ಅಂದರೆ, ಈ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಜೊತೆಗೆ, ಸಹಾಯಕಗಳನ್ನು(manipulatives) ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಹೇಗೆ ಈ ನಿಯಮವು ಹೊರಹೊಮ್ಮುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲಿದ್ದೇವೆ.

ನಾವು ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಆರಂಭಿಸುವ ಮೊದಲು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಬೇಕಿದೆ. ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಎರಡು ಅರ್ಥಗಳಿವೆ: ಒಂದು, ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ; ಅಂದರೆ, 12 ÷ 3 ಎಂಬುದು 12 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು 3 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚುವ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ (ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ ಎಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು). ಎರಡನೆಯದು, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿಸುವುದು (ಪ್ರಮಾಣ): 12 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ 3 ವಸ್ತುಗಳು ದೊರೆಯುವಂತೆ ಹಂಚುವ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ (ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 3 ದೊರೆಯುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಾನ್ನಾಗಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದು).

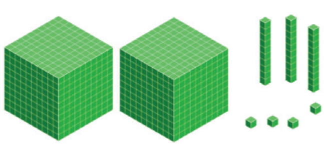
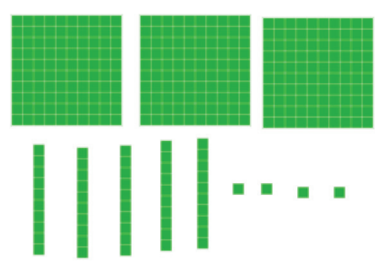
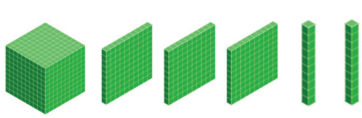
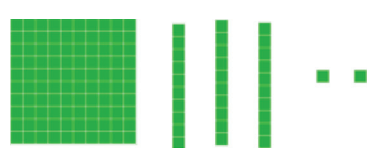
ಕಾರ್ಡ್ ಬೋರ್ಡ್ ಅಥವಾ ಕಾಗದದಿಂದ ರಚಿಸಿಕೊಂಡ 2 ಹಾಗೂ 3–ಆಯಾಮಗಳ ಸಹಾಯಕಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಮಾದರಿಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ನಾವು ಎರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನು ಬಳಸಿದರೂ, ಈ ರೀತಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಸಂದರ್ಭಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಬೋಧನಾ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು; ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಗ್ರಹಿಕೆ; ದಶಮಾಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ದಶಮಾಂಶಗಳ 3–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ	ದೊಡ್ಡ ಘನ ಅಥವಾ 1 ಪೂರ್ಣ. 	ಪೂರ್ಣವನ್ನು 10 ಸಮಾನ ಚೌಕಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವೂ ಪೂರ್ಣದ $\frac{1}{10}$ ಅಥವಾ 0.1 ಆಗಿದೆ. 	ಪ್ರತಿ ಚೌಕವನ್ನೂ 10 ಸಮಾನ ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಕಡ್ಡಿಯೂ ಚೌಕದ $\frac{1}{100}$ ಅಥವಾ 0.01 ಆಗಿದೆ. 	ಪ್ರತಿ ಕಡ್ಡಿಯನ್ನೂ 10 ಸಮಾನ ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪುಟ್ಟ ಘನವೂ $\frac{1}{1000}$ 1/1000 ಅಥವಾ 0.001 ಆಗಿದೆ. 

ದಶಮಾಂಶಗಳ 2 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ	ಚೌಕ ಅಥವಾ 1 – ಪೂರ್ಣ 	ಚೌಕವನ್ನು 10 ಸಮಾನ ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಡ್ಡಿಯೂ ಚೌಕದ $\frac{1}{10}$ ಅಥವಾ 0.1 ಆಗಿದೆ. 	ಪ್ರತಿ ಕಡ್ಡಿಯನ್ನೂ 10 ಸಮಾನ ಪುಟ್ಟ ಚೌಕಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪುಟ್ಟ ಚೌಕವೂ $\frac{1}{100}$ ಅಥವಾ 0.01 ಆಗಿದೆ. 

ಈ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು:

3 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 2.034ನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. 	2 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 3.54 ಬರೆಯುವುದು. 
1.32 3 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 1.32 ಬರೆಯುವುದು. 	2 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 1.32 2ಬರೆಯುವುದು. 

ನಾವು 3–ಆಯಾಮ ಅಥವಾ 2–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯಕ್ಕೆ ತಕ್ಕಂತೆ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮ್ಯಾಥಿಗಾನ್ ಪಾಲಿಪ್ಯಾಡ್ (Mathigon Polypad (https://mathigon.org/polypad) ಅನ್ನು ವಾಸ್ತವಪ್ರಾಯ (virtual) ಮಾದರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡರೆ, ಭೌತಿಕ ಮಾದರಿಗಳಾಗಿ ಕಾರ್ಡ್ ಬೋರ್ಡ್ ಅಥವಾ ಕಾಗದದಿಂದ ಮಾಡಬಹುದಾದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. 2–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ನಾಲ್ಕು ಸ್ಥಾನಗಳವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಅಂದರೆ, 0.0001ರವರೆಗೆ. 10 ಸೆಂಮೀ x 10 ಚೌಕದ ಸೆಂಮೀ ಗ್ರ್ಯಾಫ್ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣದ ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗಿನ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ತಯಾರಿಗಳು:

- *ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು—ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸುವುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು.*

  ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

  100 ಪುಟ್ಟ ಚೌಕಗಳಿರುವ ಚೌಕವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಅಥವಾ 1ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಪುಟ್ಟ ಚೌಕವೂ 0.01 ಆಗುತ್ತದೆ, (ಚಿತ್ರ 1).

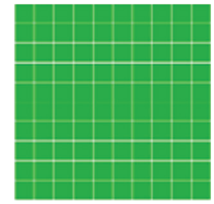


Figure 1

  0.25 ಅಂದರೆ, ಅಂತಹ 25 ಪುಟ್ಟ ಚೌಕಗಳು: 25 × 0.01. ಅಂತಹ ನಾಲ್ಕು 0.25 ಗಳು ಚಿತ್ರ 2ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 0.25 ಅಂದರೆ ಪೂರ್ಣದ (ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ) ¼ ಎಂದಾಯಿತು.

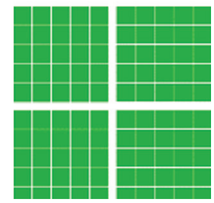


Figure 2

- *ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ: ವಿಶೇಷವಾಗಿ ದಶಮಾಂಶಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಹತ್ತರ ಘಾತಗಳು.*

  ಉದಾಹರಣೆ: $0.34 \times 0.002 = \frac{34}{100} \times \frac{2}{1000} = \frac{34 \times 2}{100 \times 1000} = \frac{68}{100000} = 0.00068$

- *ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ—ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೊಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವಿಲೋಮದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂಬರ್ಥದೊಂದಿಗೆ.*

  ಉದಾಹರಣೆ: $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$ ($\frac{2}{5}$ ರ ವಿಲೋಮದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ) $= \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

ನಾವೀಗ ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಈ ನಾಲ್ಕು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ.

ವಿಧಗಳು/ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು

1. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ
2. ದಶಮಾಂಶ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ
3. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ
   a. = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ
   b. = ದಶಮಾಂಶ
4. ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ
   a. = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ
   b. = ದಶಮಾಂಶ

ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಅಥವಾ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರಬಹುದು. ನಾವು ಮುಂದೆ ಸಾಗಿದಂತೆ ಭಾಜಕಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಭಾಜ್ಯದ ಸ್ವರೂಪವು ಗೌಣ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲಿದ್ದೇವೆ. (ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲೂ ಇದೇ ಅಂಶವನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು)

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ

ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಅದನ್ನು ನಾವು ಭಾಜ್ಯವು ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಲ್ಪಡಬೇಕಿರುವ ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 12 ÷ 40 ಎಂಬಲ್ಲಿ, 12ನ್ನು 40 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವೀಗ 3–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯ ಮೂಲಕ ನೋಡೋಣ.

12 ಘನಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ 40ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಪ್ರತಿ ಘನವನ್ನು ಹತ್ತು ಚೌಕಗಳನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು. (ಚಿತ್ರ 3).

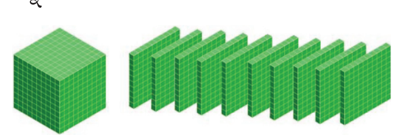
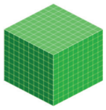
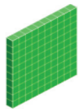
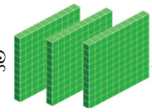


Figure 3

ಹೀಗಾಗಿ, 12  → 120  ಗಳ 40 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿದರೆ, ಪತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ , ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ 0.3

ಚಿತ್ರ 5

∴ 12 ÷ 40 = 0.3 (ಚಿತ್ರ 4)

ನಾವು ಇದೇ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮಾಡಿದರೆ, 12 ಚೌಕಗಳನ್ನು 40 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಪ್ರತಿ ಚೌಕವನ್ನು 10 ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು (ಚಿತ್ರ 5). ಹೀಗಾಗಿ, 12 → 120ರ 40ರಂತೆ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿದರೆ, ಪತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ 0.3 ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ, 12 ÷ 40 = 0.3 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ 6)

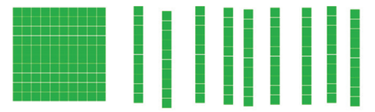
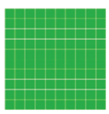
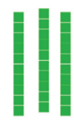


Figure 5

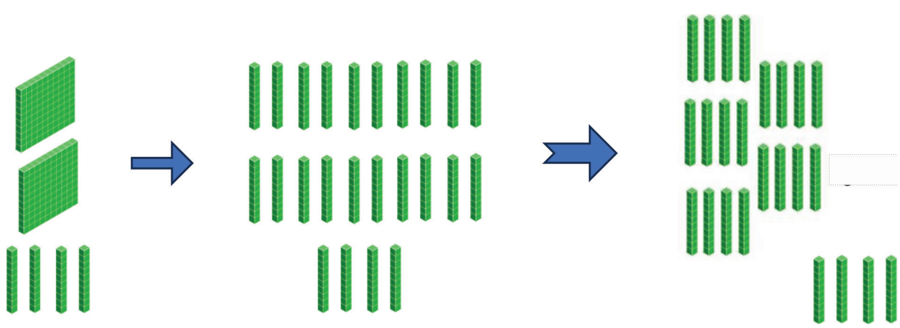
ಹೀಗಾಗಿ, 12  → 120  ಗಳ 40 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿದರೆ, ಪತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ , ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ 0.3

ಚಿತ್ರ 6

ಎರಡು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೂ ಒಂದೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ

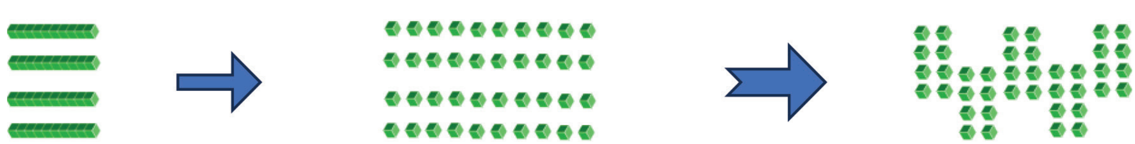
ನಾವು 0.24 ÷ 5 ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆ ನೋಡೋಣ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ಭಾಜಕವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ, 0.24ನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಬೇಕಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 7

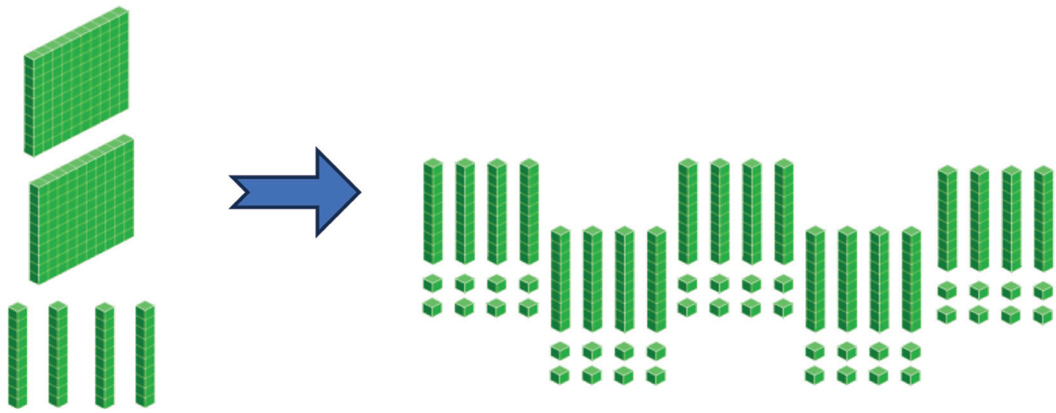
ಮೊದಲ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು 20 ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗಿದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು (0.04) ದೊರೆತು, 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಲಾಗದ ಕಾರಣ, ಉಳಿಯುತ್ತವೆ (ಚಿತ್ರ 7).

ಎರಡನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ 4 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು 40 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳಾಗಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 8 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ (0.008) (ಚಿತ್ರ 8).



ಚಿತ್ರ 8

ಹೀಗಾಗಿ, ಹಂಚಿಕೆಯ ಎರಡೂ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 0.04 + 0.008 = 0.048 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, 0.24 ÷ 5 = 0.048 ಎಂದಾಯಿತು (ಚಿತ್ರ 9).



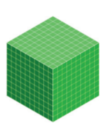
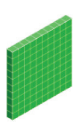
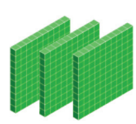
ಚಿತ್ರ 9

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ ನಾವು 0.24ನ್ನು ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ; ಇಲ್ಲಿ ನಾವು 2 ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು 4 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು 240 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳಾಗಿ (0.001) ಪರಿವರ್ತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 48 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳು (0.048) ದೊರೆಯುವಂತೆ, ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ 0.24 ÷ 5 = 0.048 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ

ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಂತಹ ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ಭಾಜಕವೊಂದು ದಶಮಾಂಶವಾಗಿದ್ದರೆ ನಾವು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಮಾಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಮಾನ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ (ಪರಿಮಾಣ) ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ ಭಾಜಕದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 12 ÷ 0.3 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 0.3 ಅಥವಾ 3 ಚೌಕಗಳು (0.1) ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. 12 ಘನಗಳನ್ನು 120 ಚೌಕಗಳನ್ನಾಗಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 3 ಚೌಕಗಳು ದೊರೆತು, 120 ಚೌಕಗಳನ್ನು 120 ÷ 3 = 40 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಬಹುದು (ಚಿತ್ರ10). ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಈ ವಿಧಾನವು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ.

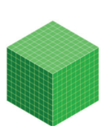
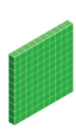
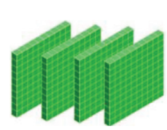
ಹೀಗಾಗಿ, 12  → 120  ಗಳಾಗಿ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ  ರಂತೆ ಹಂಚಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ∴ 120 ÷ 3 = 40 ಗುಂಪುಗಳು

ಚಿತ್ರ 10

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ

ಆದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರದಿದ್ದರೆ, ಭಾಗಾಕಾರದ ಈ ಅರ್ಥವು ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ಪರ್ಯಾಪ್ತವಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಇದು 11 ÷ 0.4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ನೆರವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

11 ಘನಗಳನ್ನು 110 ಚೌಕಗಳಾಗಿಸಬಹುದು. ನಾವೇನಾದರೂ 110 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 4 ಚೌಕಗಳು ದೊರೆಯುವಂತೆ ಒಂದಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಹಂಚಿದರೆ, 110 ÷ 4 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 11).

ಅಂದರೆ, 11  → 110  ಪ್ರತಿಗುಂಪಿಗೂ  ರಂತೆ ಹಂಚಲ್ಪಡುತ್ತವೆ, ∴ 110 ÷ 4

ಚಿತ್ರ 11

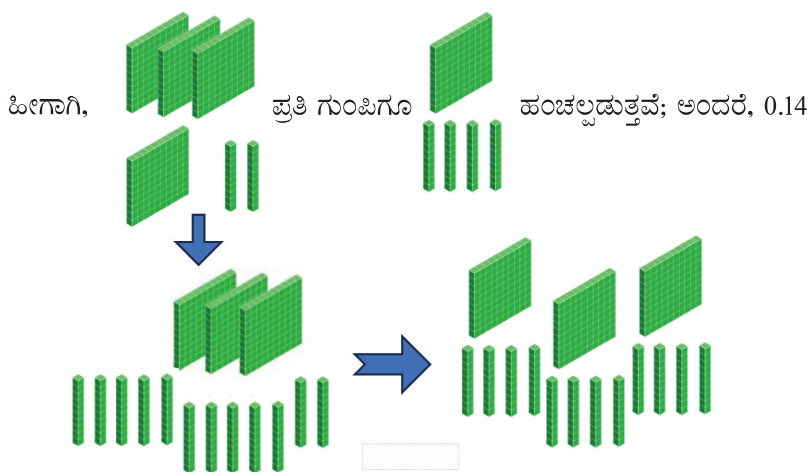
ಆಗ, 110ರಲ್ಲಿ 108 ಚೌಕಗಳನ್ನು 27 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, 2 ಚೌಕಗಳು, ಅಂದರೆ, 0.2, ಉಳಿದುಕೊಂಡು, ಅದು ಅತಿ ಪುಟ್ಟದಾದ್ದರಿಂದ ($0.2 < 0.4$) ಅದನ್ನು ಮತ್ತೂ ಹಂಚಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಬಳಸುತ್ತಿರುವ ಸಹಾಯಕಗಳ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅರ್ಥವು ಸೋಲುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ

ನಾವು $0.42 \div 0.14$ ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಇಲ್ಲಿ 0.42 ನ್ನು (4 ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು 2 ಕಡ್ಡಿಗಳು) ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 0.14 (1 ಚೌಕ ಮತ್ತು 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು) ದೊರೆಯುವಂತೆ ಒಂದಿಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಹಂಚಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ 4 ಚೌಕ ಮತ್ತು 2 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ನಾವು 3 ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು 12 ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 1 ಚೌಕ ಮತ್ತು 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು (0.14) ದೊರೆಯುವಂತೆ 3 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 12).

$\therefore 0.42 \div 0.14 = 3$

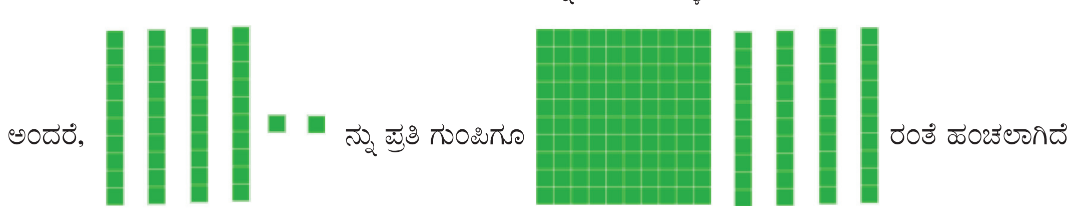
ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಇಲ್ಲಿ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 12

ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ

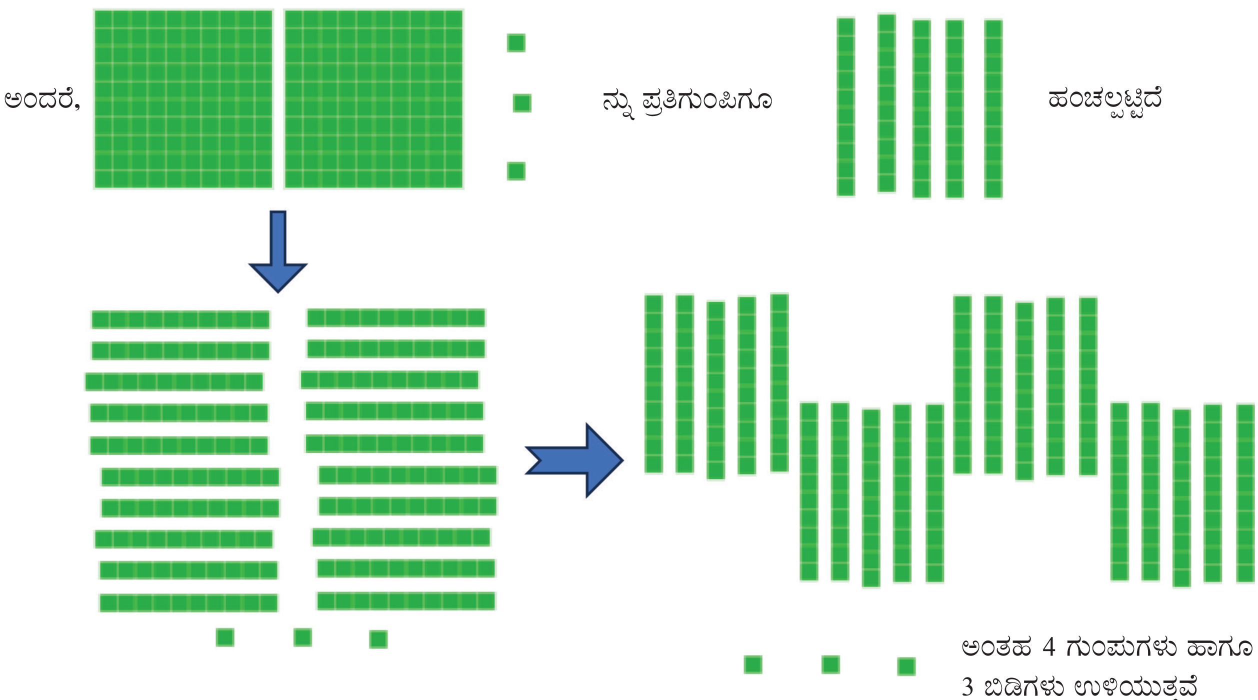
ನಾವೀಗ $0.42 \div 1.4$ ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೈಗೆತ್ತಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ನಾವು ಅನುಸರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಭಾಗಾಕಾರ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಎದುರಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೇನು ಎಂದು ನೋಡೋಣ. ಈ ಉದಾಹರಣೆಯ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಾವು 3-ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯ ಬದಲಿಗೆ 2-ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.



ಚಿತ್ರ 13

ಇಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕಿರುವ ಮೊತ್ತವು, ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯವು 0.42 ಆಗಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ ಹಂಚಬೇಕಿರುವ ಭಾಜಕ 1.4ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು, ಸಹಾಯಕಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮಾಡುವುದು ಅಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವೀಗ 2.03 ÷ 0.5 ಎಂಬ ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯ 2.03 ಭಾಜಕ 0.5ಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಭಾಗಾಕಾರ ಅಪೂರ್ಣವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 14). ಏಕೆಂದರೆ, 0.03 ಅತಿ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವುದರಿಂದ (0.03 < 1.4) ಅದನ್ನು ಹಂಚಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಅರ್ಥವು ಕೈಕೊಡುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 14

ಆದರೆ, ಇದು ನಮ್ಮ ವಿಧಾನದ ಮಿತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 0.000042 ÷ 0.000014 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಸಹಾಯಕಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲವಾದರೂ, ಇದನ್ನು 0.00001 ಮತ್ತು 0.000001ಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಅತಿ ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ನಾವು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ತೊಡಗಿದಾಗಲೇ ನಮಗೆ ಈ ಸ್ಪಷ್ಟತೆ ಗೋಚರವಾದದ್ದು.

ಹೀಗಾಗಿ, ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಇದೇ ರೀತಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವುದು ಅಂತಹ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲಿ ನೆರವಾಗಬಲ್ಲದು. ಆದರೆ, ಭಾಜಕವಾಗಲೀ, ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಲೀ ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರದಿದ್ದರೆ ನಾವು ಅಂತಹ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದೆಂತು? ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಅಂತಹ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿರುವ ಈ ಎರಡು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ:

1. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ
2. ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ

ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಒಂದು ಸಾಧ್ಯತೆಯಾಗಿದೆ. ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದಾದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ಕೆಳಗೆ ವಿವರಿಸಿರುವ "ಚಾಕೋಲೇಟ್ ತಟ್ಟೆ ಮಾದರಿ"ಯು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೊಂದಿಗೆ (ಹಾಗೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ) ನಡೆಯುವ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಭಾಗಾಕಾರಗಳ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಪರ್ಯಾಪ್ತವಾಗಿ ವಿಶದೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

* **ಚಾಕೋಲೇಟ್ ತಟ್ಟೆ ಮಾದರಿ:** p ÷ q ಎಂಬಲ್ಲಿ, p ಎಂಬುದು q ತಟ್ಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಬೇಕಿರುವ ಚಾಕೋಲೇಟ್ ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರಲಿ. ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಆಗ ಒಂದು ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿನ ಚಾಕೋಲೇಟ್ ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ. p ಮತ್ತು qಗಳೆರಡೂ ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಏಕಾಂಶ, ಸಮ ಅಥವಾ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರಬಹುದು.

ನಾವೀಗ ಕೆಳಗಿನ ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಈ ಮೂವರಲ್ಲೂ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರದ ಎರಡೂ ಅರ್ಥಗಳೂ ವಿಫಲವಾಗಿದ್ದವು. (i) 11 ÷ 0.4, (ii) 0.42 ÷ 1.4 and (iii) 2.03 ÷ 0.5.

(i) $$11 \div 0.4 = 11 \div \frac{4}{10} = 11 \times \frac{10}{4} = \frac{11 \times 10}{4} = 110 \div 4$$

ನಾವು ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನನುಸರಿಸಿ ಇದೇ ಉತ್ತರ ಪಡೆದಿದ್ದೆವಾದರೂ, ಅಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತಿದ್ದುದರಿಂದ ಅದೊಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕಿತ್ತು. ಆದರೆ, ಇಲ್ಲಿ ಆ ರೀತಿಯ ಯಾವುದೇ ನಿರ್ಬಂಧವಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ, ನಾವು ಆ ಅರ್ಥವನ್ನೇ ಇಲ್ಲಿ ಬಳಸುತ್ತಿಲ್ಲ. ಈಗ ನಾವು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು 110 ÷ 4 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಜೊತೆಗೆ, 110 ÷ 4 = (11 × 10) ÷ (0.4 × 10) ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡನ್ನೂ 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪಕ್ಕಕ್ಕೆ ಸರಿಸಿ, ಭಾಜಕವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.

(ii) $$0.42 \div 1.4 = \frac{42}{100} \div \frac{14}{10} = \frac{42}{100} \times \frac{10}{14} = \frac{42}{140} = 4.2 \div 14$$

ನಾವೇನಾದರೂ ಕೇವಲ ಭಾಜಕವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದೆವಾದರೆ, ಆಗಲೂ ನಾವು ಇದೇ ಹಂತಕ್ಕೆ ತಲುಪುತ್ತೇವೆ; ಏಕೆಂದರೆ,

$$0.42 \div \frac{14}{10} = 0.42 \times \frac{10}{14} = \frac{0.42 \times 10}{140} = 4.2 \div 14 = (0.42 \times 10) \div (1.4 \times 10)$$

ಈ ಎರಡೂ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡನ್ನೂ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಹತ್ತರ ಅದೇ ಘಾತದಿಂದ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಅವುಗಳ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಸರಿಸಲು ಇದನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಅಂತಹ ಸರಿಸುವಿಕೆಯಿಂದ ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಮಾರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(iii) $$2.03 \div 0.5 = 2.03 \div \frac{5}{10} = 2.03 \times \frac{10}{5} = \frac{2.03 \times 10}{5} = 20.3 \div 5 = (2.03 \times 10) \div (0.5 \times 10)$$

ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡನ್ನೂ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡು, ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಸರಿಸಿ, ಭಾಜಕವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

ದಶಮಾಂಶಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದಲ್ಲಿ, ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ವಿವರಣೆಯಿಲ್ಲದೆ, ಇದನ್ನೇ ನಾವು ಮಾಡುವುದು.

ಹೀಗಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕಗಳಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಭಾಗಾಕಾರಗಳಿಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಕೆಯಾಗುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಾಗಿ, (i) ಛೇದವು ಹತ್ತರ ಘಾತವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನಾಗಿ ಭಾಜಕವನ್ನು ಮಾರ್ಪಡಿಸುವುದು; (ii) ಬಳಿಕ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು "ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸು"ವುದನ್ನು "ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವಿಲೋಮದಿಂದ ಗುಣಿಸು"ವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಾಗ ಭಾಜ್ಯವು ಹತ್ತರ ಘಾತದಿಂದ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಈ ಹತ್ತರ ಘಾತವು ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದವಾಗಿದೆ; ಹಾಗೂ, ಈ ಗುಣಲಬ್ಧವು ನೂತನ ಭಾಜ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ನೂತನ ಭಾಜಕವು ಮೂಲ ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶವಾಗಿದ್ದು, ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕ (DD) = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ / 10ರ ಘಾತ = N/10m

ಮೂಲ ಭಾಜ್ಯ (OD) ÷ DD = OD ÷ N/10m = (OD × 10m) ÷ N

3.006 ÷ 0.15 ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಇಲ್ಲಿ, DD = 0.15 = 15/100, ಅಂದರೆ, N = 15 ಹಾಗೂ m = 2 ಆಗಿ, OD = 3.006 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, 3.006 ÷ 0.15 = 3.006 ÷ 15/102 = (3.006 × 102) ÷ 15 = 300.6 ÷ 15 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜಕವನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿಸಿದರಷ್ಟೆ ಸಾಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಂಡ ಬಳಿಕ ನಾವು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಭಾಜ್ಯವು ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆಯೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದು ಗೌಣವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಚರ್ಚೆಯು ಉದ್ದಕ್ಕೂ ನಾವು ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಉದ್ದೇಶಪೂರ್ವಕವಾಗಿಯೇ ಕೈಬಿಟ್ಟಿದ್ದೇವೆ. ಸದ್ಯದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅವು ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಹಂತದವರೆಗೂ ಕಂಡುಬರದೇ ಇರುವ ಕಾರಣದಿಂದ ಹೀಗೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶಗಳು ನಮ್ಮ ಚರ್ಚೆಗೆ ಅಷ್ಟೊಂದು ಪ್ರಸ್ತುತವಲ್ಲವೆಂದು ಭಾವಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆದರೂ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶವಾದಾಗಲೂ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಇದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಾರಾಯಣ ಮೆಹೆರ್ ಅವರು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯುನಿವರ್ಸಿಟಿಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ಸೇರುವ ಮೊದಲು ಇವರು ದಿಲ್ಲಿಯ “ಮೀರಾಂಬಿಕಾ ಫ್ರೀ ಪ್ರೋಗ್ರೆಸ್ ಸ್ಕೂಲ್” ಹಾಗೂ ಗುರುಗ್ರಾಮದ “ಹೆರಿಟೇಜ್ ಎಕ್ಸ್ ಪೀರಿಯೆಂಶಿಯಲ್ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಸ್ಕೂಲ್” (HXLS)ಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಅನ್ವೇಷಣಾತ್ಮಕ ಕಲಿಕೆಯ ಉಸ್ತುವಾರಿ ಹೊತ್ತಿದ್ದರು. HXLS ನಲ್ಲಿ ಇವರು ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿರುವಾಗ ಮೂಲಭೂತವಾಗಿ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ನೂತನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ದಿಲ್ಲಿಯ “ಜೋಡೋ ಜ್ಞಾನ್” ಎಂಬ ಲಾಭೋದ್ದೇಶರಹಿತ ಸಂಸ್ಥೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೈಜೋಡಿಸಿದ್ದರು. ಗುರುಗ್ರಾಮದ “ನಾನೊಬ್ಬ ಶಿಕ್ಷಕ” (IAAT) ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ಸಹ ಇವರು ಕೆಲಸ ನಿರ್ವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣವು ಇವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರ. ಸ್ಥಾನಿಕ ಚಿಂತನೆ (spatial thinking) ಮತ್ತು ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಬೇಡುವ ಅನುಭವಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಕರಕುಶಲತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಹ ಆಸಕ್ತಿ ತೋರುತ್ತಾರೆ . ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: narayana.meher@apu.edu.in

ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ “ಪ್ರಸಕ್ತ ಶಿಕ್ಷಣ ಪೀಠ ಹಾಗು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ”ದಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಗೆ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಕಲೆಯ ಬಳಿಕ ಅತ್ಯಂತ ಅಚ್ಚುಮೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯ ಗಣಿತವಾಗಿದೆ. ಇವರು “ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಸಂಸ್ಥೆ”ಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವಿ ಪಡೆದು, ಅಮೇರಿಕದ ಸಿಯಟಲ್ ನಗರದ ವಾಷಿಂಗ್ಟನ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಎಮ್.ಎಸ್. ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತದ ವಿಷಯವಾಗಿ ಮಕ್ಕಳು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ಐದು ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಮೀರಿ ಒಡನಾಟವಿರುವ ಇವರಿಗೆ ಚಟುವಟಿಕೆ ರೂಪದ ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ—ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಓರಿಗಾಮಿಯಲ್ಲಿ—ಅಪಾರ ಆಸಕ್ತಿ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: swati.sircar@apu.edu.in

ಅನುವಾದ: **ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

“ದೀಪ ಆರಿಸಿ” ಸವಾಲಿಗೆ- ಪರಿಹಾರ! [ಪುಟ 11]

1. ಒಂದು ಮನೆಯು 9 ಕೋಣೆಗಳುಳ್ಳ 3x3 ಚೌಕ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಎಲ್ಲಾ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ದೀಪಗಳು ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಹಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಎಲ್ಲಾ ದೀಪಗಳನ್ನು ಆರಿಸಬಹುದೇ? ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ನಡೆಗಳು ಎಷ್ಟು?
2. ನೀವು ಇದನ್ನು n x n ಚೌಕವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದೇ?
3. ಮನೆಯು m x n ಆಯತವಾಗಿದೆ ಅಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ನೀವು ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದೇ?
4. ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು 2x2x2 ಘನಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದೇ?
5. ಬೇರೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಯೋಚಿಸಬಹುದು? ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಪರಿಹರಿಸುತ್ತೀರಿ?

ನಿಮ್ಮ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ನೀವು ರಚಿಸಿದ ಯಾವುದೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು AtRightAngles.editor@apu.edu.in ಗೆ ಕಳುಹಿಸಿ.

ಅನುವಾದ: **ಎಂ. ಎನ್. ನಾಗಶ್ರೀ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್ ಪುಟ್ಟಿ**

ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ
ಒಂದು ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ:

   ಎ. $13 \div 4 =$

   ಬಿ. $7 \div 8 =$

   ಸಿ. $3.4 \div 5 =$

   ಡಿ. $0.9 \div 20 =$

2. ಇಲ್ಲಿ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

   ಎ. $12 \div 3 =$

   ಬಿ. $12 \div 0.3 = 12 \div \frac{3}{\square} = 12 \times \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square} = \_\_\_\_\_\_ \div 3$

   ಸಿ. $12 \div 0.03 = 12 \div \frac{3}{\square} = 12 \times \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$

   ಡಿ. $12 \div 0.003 = 12 \div \frac{3}{\square} = 12 \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$

   ಗಮನವಿಟ್ಟು ನೋಡಿ. ಇಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆಯೇ?

   ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ, ಭಾಜಕವನ್ನು ________ ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅದರ ________ವು ________ನ ಘಾತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   ದತ್ತ ಭಾಗಾಕಾರವು ಭಾಜ್ಯ × ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಛೇದ ÷ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಅಂಶ.

   ಗಮನಿಸಿ, ಇದು ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕ ಈ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಭಾಜಕವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವವರೆಗೆ ಬಲಕ್ಕೆ ಕದಲಿಸುತ್ತ ಹೋಗುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸಮ.

3. ಈಗ ಕೆಳಗಿನ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ತುಂಬಿ ಮತ್ತು ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   ಎ. $26 \div 0.5 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$

   ಬಿ. $7 \div 0.08 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$

   ಸಿ. $3 \div 0.12 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$

4. ಅದೇ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.

   ಎ. $1.05 \div 7 =$

   ಬಿ. $1.05 \div 0.7 = 1.05 \div \frac{7}{\square} = 1.05 \times \frac{\square}{7} = \frac{\square}{7} = \_\_\_\_\_\_ \div 7$

   ಸಿ. $1.05 \div 0.07 = 1.05 \div \frac{7}{\square} = 1.05 \times \frac{\square}{7} = \frac{\square}{7} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$

   ಡಿ. $1.05 \div 0.007 = 1.05 \div \frac{7}{\square} = 1.05 \times \frac{\square}{7} = \frac{\square}{7} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$

   ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ದತ್ತ ಭಾಗಾಕಾರವು ಭಾಜ್ಯ × ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಛೇದ ÷ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಅಂಶ.

5. ಈಗ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:

   ಎ. $1.7 \div 0.02 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$

   ಬಿ. $0.003 \div 0.05 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$

   ಸಿ. $0.36 \div 0.9 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$