ಅಮೂರ್ತತೆಯಿಂದ ಜೀವಂತಿಕೆಯೆಡೆಗೆ: ಒಂದು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಅನುಭವ

ಆರುಣಿ ಜೋಸೆಫ್

ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಲ್ಲಿ ನಾನು ಶಿಕ್ಷಣಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಂ.ಎ. ಮಾಡುವಾಗ ಕ್ಷೇತ್ರ ಅಭ್ಯಾಸದ ಭಾಗವಾಗಿ ಅಕ್ಟೋಬರ್–ನವೆಂಬರ್ 2022 ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ರಾಜಸ್ಥಾನದ ಗ್ರಾಮೀಣ ಸರ್ಕಾರಿ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧಿಸಿದ ನನ್ನ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಿದ್ದೇನೆ. ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಎದುರಿಸುತ್ತಿರುವ ಕಠಿಣತೆಗಳನ್ನು ಅರಿಯಲು ಕ್ಷೇತ್ರಾನುಭವ ನನಗೆ ಅಪಾರ ನೆರವು ನೀಡಿತು. ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವಾಗ ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ಅಭಿಮುಖತೆಗಳಲ್ಲಿ (orientation) ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮಕ್ಕಳು ಎದುರಿಸುತ್ತಿರುವ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ನಾನು ಗಮನಿಸಿ ಪರಿಹರಿಸಲು ಯತ್ನಿಸಿದೆ. ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಬೋಧನೆ–ಕಲಿಕೆಗೆ ಬಹು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮೂರ್ತ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಕೊರತೆ ಇತ್ತು ಮತ್ತು ಆಗ ಬೋಧನೆಗೆ ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದ ಏಕೈಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲವೆಂದರೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಾತ್ರ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ನಾನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಎಂದು ಕಂಡುಬಂದ ಕೆಲವು ಶಿಕ್ಷಣ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಮಕ್ಕಳು ರೇಖಾಗಣಿತವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ?

ರೇಖಾಗಣಿತದ ಮೂಲಕ, ಮಕ್ಕಳು ಕಲ್ಪನಾ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ, ಅವ್ಯಕ್ತ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಗಳಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಚಲನಶೀಲ ಎಂದು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ರುಜುವಾತುಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಸತ್ಯಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆ (ಜಾನ್ ಸ್ವನ್–ವೈಲ್ಡರ್, 2005). ಪಿಯರೆ ಮತ್ತು ಡಿನಾ ವ್ಯಾನ್ ಹಿಲ್ ಅವರ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ, ಮಕ್ಕಳು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯ ಮೂಲಕ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ಪ್ರಗತಿ ಹೊಂದುತ್ತಾ ಸಾಗುತ್ತಾರೆ (ವ್ಯಾನ್ ಹಿಲ್ 1986). ಮಕ್ಕಳು ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಅದರ ಸ್ಥೂಲನೋಟದಿಂದ ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಿಂದ ಮುಂದೆ ಸಾಗಿ ಆಕೃತಿಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅದರ ನಂತರ, ಅವರು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಒಂದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ, ಮಕ್ಕಳು ಔಪಚಾರಿಕ ಗಣಿತದ ರೀತ್ಯಾ ತರ್ಕಿಸಲು ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ. ವ್ಯಾನ್ ಹಿಲ್ ಅವರ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಕಲಿಕೆಯ ಮಟ್ಟಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ 1 ರಲ್ಲಿ ನೋಡಿ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: *ಜ್ಯಾಮಿತಿ, ಕೋನಗಳು, ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆ, ಗಣಿತ ಬೋಧನಾ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿ, ಆಟಗಳು*

ಪಟ್ಟಿ 1

ಮಟ್ಟ	ಹೆಸರು	ವಿವರಣೆ	ಉದಾಹರಣೆ
1	ದೃಷ್ಟಿಗೋಚರ ಮಟ್ಟ	ಮಕ್ಕಳು ಸ್ಥೂಲನೋಟದಿಂದ ಸರಳ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. .	ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿರುವ ಮಗು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ಅದನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತದೆ.
2	ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮಟ್ಟ	ಮಕ್ಕಳು ಸರಳ ಆಕೃತಿಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಹೊಂದಿರುತ್ತಾರೆ.	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾಗಿ ಇರುವ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿರುವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಆಯತ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲು ಮಗುವಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.
3	ಅಮೂರ್ತ ಮಟ್ಟ	ಮಕ್ಕಳು ಆಕೃತಿಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ನಡುವೆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತಾರೆ	ಚೌಕವೂ ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅದನ್ನು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು
4	ಔಪಚಾರಿಕ ನಿಗಮನ (deduction)	ಅಂತಿಮ ನಿರ್ಣಯವನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಸ್ವತಂತ್ರ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ರಚಿಸುತ್ತಾರೆ.	ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣವು ಅದನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವ ತಾರ್ಕಿಕ ಹಂತಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಮಗುವಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.
5	ಕಠಿಣ ಯಾ ಕಟ್ಟುನಿಟ್ಟಿನ (Rigour)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿವಿಧ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುತ್ತಾರೆ.	ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಬೇಕಿರುವ ಅವಶ್ಯಕ ಮತ್ತು ಸಂಪೂರ್ಣ ಷರತ್ತುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ ತೋರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವಾಗ ನನಗಾದ ಅನುಭವಗಳು

ನಾನು ರಾಜಸ್ಥಾನದ ಸಿರೋಹಿ ಜಿಲ್ಲೆಯ ಪಾಲ್ಡಿ–ಎಂನ ಮಹಾತ್ಮ ಗಾಂಧಿ ಸರ್ಕಾರಿ ಶಾಲೆಯ 7 ನೆಯ ತರಗತಿಯ 35 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 40 ನಿಮಿಷಗಳ 25 ಅವಧಿಗಳನ್ನು ನಡೆಸಿದೆ. ಆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ, ಕೋನಗಳ ಪ್ರಕಾರಗಳು, ಕೋನಮಾಪಕ ಬಳಸಿ ಕೋನಗಳ ರಚನೆ ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಆ ವೇಳೆಗಾಗಲೇ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಲಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಆರಂಭಿಕ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳು ನಮ್ಮ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂದವು :

- 25% ರಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳು ವಿವಿಧ ಅಭಿಮುಖತೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಎದುರಿಸುತ್ತಿದ್ದರು
- 70% ಮಕ್ಕಳು ಕೋನಮಾಪಕ ಬಳಸಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಕಷ್ಟಪಡುತ್ತಿದ್ದರು
- ತರಗತಿಯ 5 ಮಕ್ಕಳು ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿರಲಿಲ್ಲ
- ಕೋನಗಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಯಾವುದೇ ಬೋಧನಾ–ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಪರಿಚಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಇರಲಿಲ್ಲ

ನಾವು ಬಳಸಿದ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನಗಳು

ಮಕ್ಕಳು ಎದುರಿಸುತ್ತಿರುವ ತೊಂದರೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು, ಮೂರ್ತ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಬಳಕೆ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿನ ವಿಷಯದ ವಿಸ್ತರಣೆ ಇವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಕೆಲವು ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಯಿತು. ಕೋನಗಳ ನಿರೂಪಣೆ, ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ, ಪೂರಕ ಮತ್ತು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಂತಹ ಜೋಡಿಕೋನಗಳ ಮತ್ತು ಛೇದಕವು ಒಂದು ಜೋಡಿ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ರೂಪುಗೊಂಡ ಜೋಡಿಕೋನಗಳು ಇವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಇವು ಉಪಯುಕ್ತ ಸಾಧನಗಳಾಗುತ್ತವೆ.

a. ಬೋಧನಾ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಬಳಕೆ (TLMs)

ಕೋನಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಮೂರ್ತತೆಯನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ TLMಗಳು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಯಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಅವರ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳು ಎಲ್ಲೆಡೆಯೂ ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದು ನಿಜವಾದರೂ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯುವುದು ಚಿಕ್ಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸರಳವಲ್ಲ, (ವ್ಯಾಟ್ಸನ್, 2013). ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಳಸಿದ ಕೆಲವು ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ವೃತ್ತಪತ್ರಿಕೆಗಳಂತಹ ಮರುಬಳಕೆ ಮಾಡಬಹುದಾದ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ತಯಾರಿಸಲಾಗಿತ್ತು.

ಕಾಗದದ ಬೀಸಣಿಕೆ

ನಮ್ಮ ಬೋಧನೆಯು ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ ಎರಡು ರೇಖೆ/ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೋನಗಳನ್ನು

ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವುದರ ಮೇಲೆಯೇ ಗಮನ ಹರಿಸುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಇತರ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗಿಂತ ಚಲನೆಯ (ತಿರುವು) ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿಯೇ ಕೋನದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಅರಿವು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಹೋಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಸರಳವಾಗಿ ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಪುರಾವೆಗಳಿವೆ (ನೂನ್ಸ್, 2009).

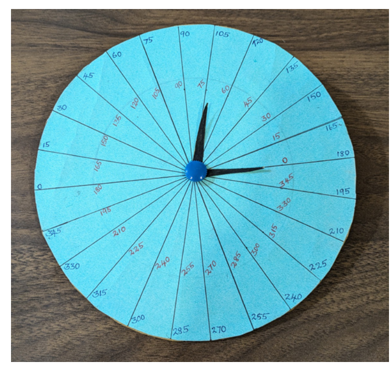
ಚಿತ್ರ 1

ಕಾಗದದ ಬೀಸಣಿಕೆಗಳನ್ನು (ಚಿತ್ರ 1) ಮಾಡಲು ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ಸ್ಟಿಕ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ವೃತ್ತಪತ್ರಿಕೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೆವು ಮತ್ತು ಚಲನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕೋನವನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಅದನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಐದೈದು ಮಕ್ಕಳ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಚಟುವಟಿಕೆ ನಡೆಯಿತು. ಬೀಸಣಿಕೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುವಾಗ ಅವರು ನೋಡಿದನ್ನು ಮತ್ತು ಗಮನಿಸಿದ್ದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ತಿಳಿಸಲಾಯಿತು. ಅವರು ವಿವಿಧ ಬಗೆಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿದರು. "ಇದು 90° ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ ಮತ್ತು ಇದೊಂದು ವಿಶಾಲ ಕೋನವಾಗಿದೆ."

ಅವರು ತಮ್ಮ ಅರಿವಿಗೇ ಬಾರದಂತೆ ಬೀಸಣಿಕೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದಂತೆ ವಿಭಿನ್ನ ಅಭಿಮುಖತೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರು. ಅವರ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಲು ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಲಾಯಿತು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ವಿಶಾಲ ಕೋನವನ್ನು ತರಗತಿಗೆ ತೋರಿಸಲಾಯಿತು. ಮಕ್ಕಳು ಅದನ್ನು ವಿಶಾಲ ಕೋನವೆಂದು ಗುರುತಿಸಿದರು. ಅದರ ನಂತರ, ಅಳತೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ ಕೋನದ ಅಭಿಮುಖತೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಲಾಯಿತು ಮತ್ತು ಅದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ಕೋನ ಎಂದು ಅವರನ್ನು ಕೇಳಲಾಯಿತು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮೌನವಾಗಿರುತ್ತಿದ್ದ ಸುಮನ್ ಹೇಳಿದ್ದು 'ವಿಶಾಲ ಕೋನ'. ಹೀಗೇಕೆ ಎಂದು ಕೇಳಿದಾಗ ಅವಳ ಉತ್ತರ ಹೀಗಿತ್ತು, "ನೀವು ಕೋಲುಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಲಿಲ್ಲ, ನೀವು ಅದನ್ನು ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ಮಾಡಿದ್ದೀರಿ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಇದು ಮೊದಲಿದ್ದ ಕೋನವೇ ಆಗಿದೆ. " ಗುಂಪಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಚರ್ಚೆಗೆ ಉತ್ತೇಜನ ನೀಡಿತು. ಅವರ ಮತ್ತು ಸಹಪಾಠಿಗಳ ವಿವರಣೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ, ಸಮರ್ಥಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ವಿಮರ್ಶಿಸುವ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಲು ತರಗತಿಯ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು (ವ್ಯಾಟ್ಸನ್, 2013).

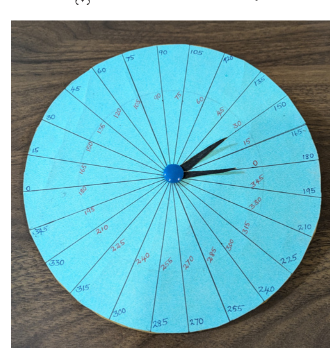
360° ಕೋನಮಾಪಕ

ಕೊಟ್ಟ ಚಿತ್ರವೊಂದರಲ್ಲಿ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯುವುದು, ಅದರಲ್ಲಿಯೂ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಆಕೃತಿಯು ಮಾಮೂಲಿ ಅಭಿಮುಖತೆಯಲ್ಲಿ ಇರದಿದ್ದಾಗ ಅಳೆಯುವುದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಷ್ಟಕರವಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ ಸವಾಲಿನ ಕೆಲಸವೂ ಹೌದು. ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಅಳೆಯಲು ಕೈನಲ್ಲೇ ತಯಾರಿಸಿದ 360° ಕೋನಮಾಪಕ (ಚಿತ್ರ 2) ವನ್ನು ದೃಶ್ಯ ಸಹಾಯಕವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗಿತ್ತು. ಇದು ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಕೋನಮಾಪಕನ ಮಿತಿಯಾದ 180° ಗಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಟ್ಟಿತು. ಎರಡು ಮುಳ್ಳುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಈ ಸಾಧನವನ್ನು ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್ ಬಳಸಿ ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಪಿನ್ನು ಹಾಗೂ ಸ್ಪಂಜಿನ ಚೂರನ್ನು ಬಳಸಿ ಭದ್ರಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಮ್ಮ ಸೂಚನೆಯಂತೆ ನಾಲ್ಕು-ನಾಲ್ಕು ಮಕ್ಕಳ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಸಾಧನವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿದರು. ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹೇಳಲಾಯಿತು.

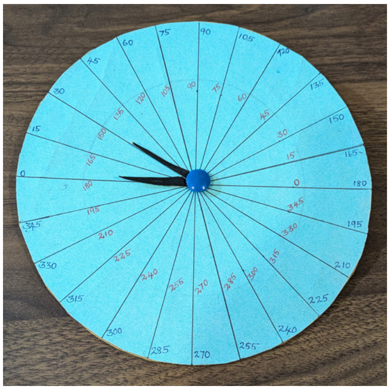


ಚಿತ್ರ 2

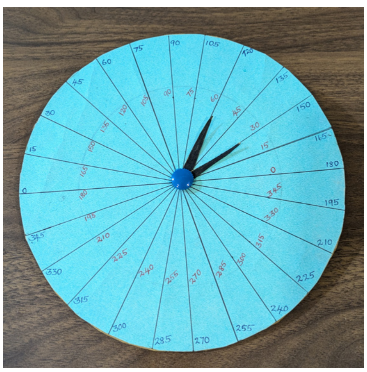
ಅವರು ಮಾಡಿದ್ದನ್ನು ವಿವರಿಸಿದರು. "ಇದು 120 ° ಮತ್ತು ಒಂದು ವಿಶಾಲ ಕೋನ", "ನಾವು ವಿಶಾಲ ಅಥವಾ ಲಘುಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ಕಡೆ ಸರಳಾಧಿಕ ಕೋನವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ". ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಗಳಲಿ 30° ಕೋನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಕೇಳಿದಾಗ, ನೀಡಿದ ಕೆಲವು ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 3, 4 ಮತ್ತು 5 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ನಂತರ, ಕೋನಮಾಪಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ರಚಿಸುವಲ್ಲಿ ಗಮನಾರ್ಹ ಸುಧಾರಣೆ ಕಂಡುಬಂದಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 3



ಚಿತ್ರ 4



ಚಿತ್ರ 5

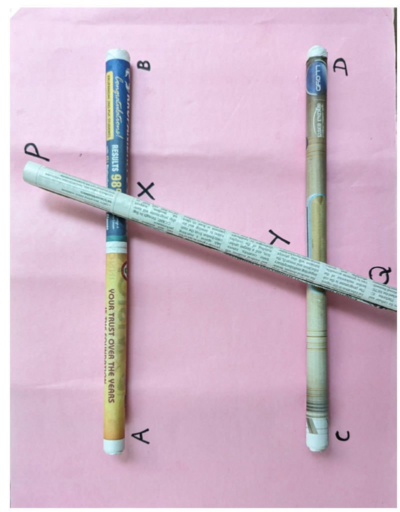
ಬಣ್ಣದ ಸ್ಟ್ರಾಗಳು

ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಕವೊಂದು ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಮತ್ತು ಗುರುತಿಸಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಚಿಕ್ಕ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಕೇಳಲಾಯಿತು. ಅಂತಹ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಂಟು ಕೋನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಮಕ್ಕಳು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು.

ಚಿತ್ರ 6

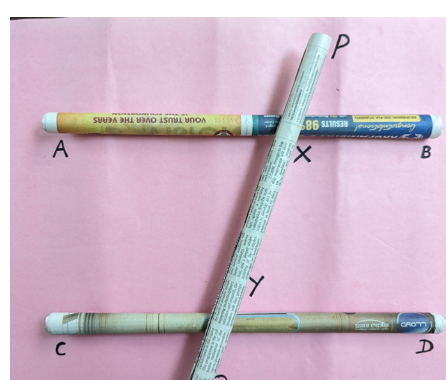
ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಕವು ಕತ್ತರಿಸುವ ಮಾದರಿ

ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಕವೊಂದರಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ಆಗ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಚಿತ್ರ 7 ರಲ್ಲಿನ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಲಾಯಿತು. ಉದಾ: ∠AXP ಮತ್ತು ∠CYX ನ ಅಳತೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು? ಹಾಗೆಯೇ ∠AXY ಮತ್ತು ∠DYX ಕೂಡ. ಮಕ್ಕಳು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದ ನಂತರ, ನಾವು ಸಾರ್ವತ್ರಿಕವಾಗಿ ಅಂಗೀಕರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಅವುಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು – ಅಂದರೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಪರ್ಯಾಯ ಆಂತರಿಕ ಕೋನಗಳು– ಕಲಿಯುವ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಸಾಗಿದೆವು.



ಚಿತ್ರ 7

ತಾವು ಮೊದಲು ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಮಾದರಿಯ ಅಭಿಮುಖತೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಲಾಯಿತು (ಚಿತ್ರ 8). ಅಭಿಮುಖತೆಯಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಯು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯನ್ನು ಅಥವಾ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಮಕ್ಕಳು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು.



ಚಿತ್ರ 8

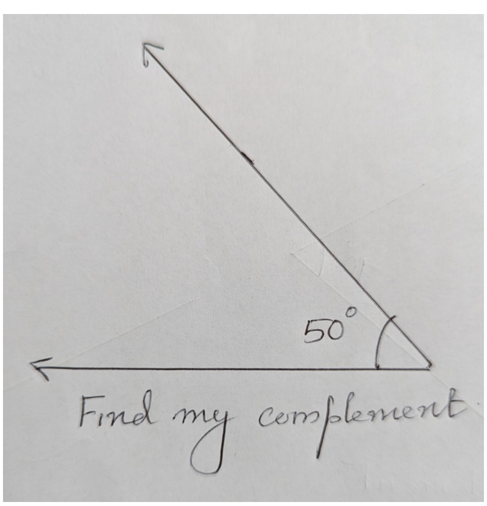
ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವ, ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವ ಮತ್ತು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳು ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಗ್ನರಾಗಿದ್ದರು. ಬರೆಯುವ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಇಲ್ಲದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆ ಪ್ರಯೋಜನಕಾರಿ ಎಂದು ಕಂಡುಬಂದಿತು. ಚಟುವಟಿಕೆಯ ನಂತರ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ನೋಡಿದ್ದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಕೇಳಲಾಯಿತು. ಅವರು ಕೋನ ಜೋಡಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು 180° ಮತ್ತು 90° ಇದೆ ಎಂದೂ, ಇದು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಪೂರಕ ಮತ್ತು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿದ್ದಾರೆಯೇ ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದನ್ನು ಕೇಳಲಾಗಿತ್ತು.

ಬಿ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ವಿಸ್ತರಣೆ

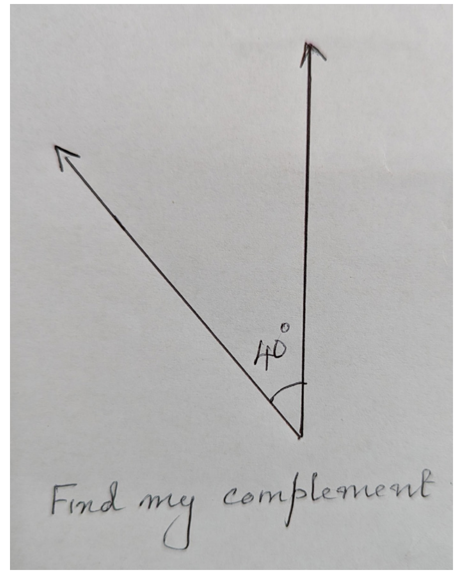
NCERT ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗಿತ್ತು.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಆಟಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವಿಕೆ

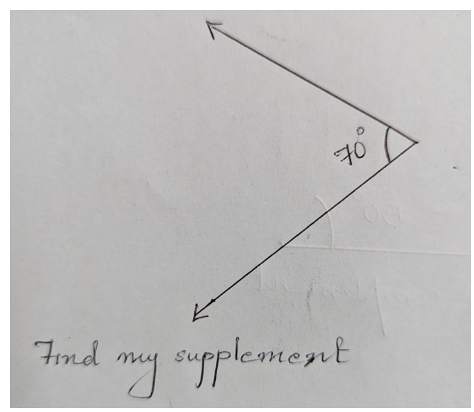
ಅಂತಹ ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯು ಪೂರಕ ಮತ್ತು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಕುರಿತಾಗಿತ್ತು. ಮಕ್ಕಳನ್ನು 2 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದೆವು. ಒಂದು ಗುಂಪಿನ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು (ಚಿತ್ರಗಳು 9, 10, 11, 12). ಇತರ ಗುಂಪಿನ ಮಕ್ಕಳ ಬಳಿ ಇರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಪೂರಕ ಅಥವಾ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನವನ್ನು ಅವರು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿತ್ತು.



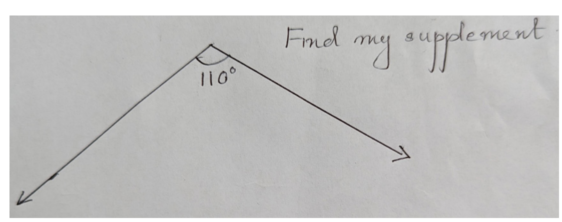
ಚಿತ್ರ 9



ಚಿತ್ರ 10

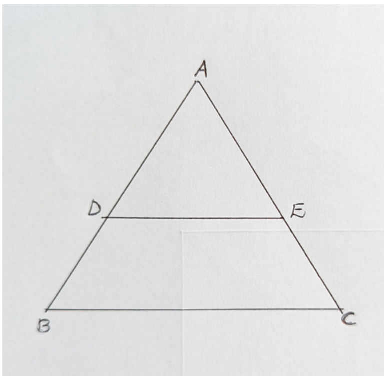
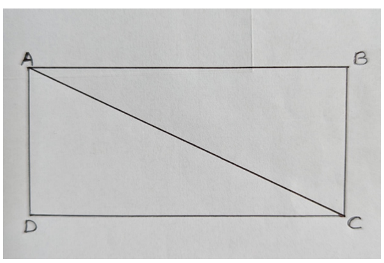


ಚಿತ್ರ 11



ಚಿತ್ರ 12

ಪಟ್ಟಿ 2

ಉನ್ನತ ತರಗತಿಗಳ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಿಂದ ಆಯ್ದ ಭಾಗಗಳು	ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು
	1. ಛೇದಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ 2. ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
	1. ಛೇದಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. 2. ಪರ್ಯಾಯ ಆಂತರಿಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. 3. ಸಹ-ಆಂತರಿಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. *ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು* ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಕ್ಕಳು AC ಯನ್ನು ಛೇದಕ ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿದರು. ಆಯತದ ಬಾಹುಗಳು ಕೂಡ ಛೇದಕಗಳಾಗಿವೆ ಎಂದು ಕಮಲ್ ಹೇಳಿದ.ಇದು ಚರ್ಚೆಗೆ ನಾಂದಿ ಹಾಡಿತು. ಅಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಿದರು, ಚರ್ಚಿಸಿದರು ಮತ್ತು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದರು, ಇದು ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಲು ನನ್ನನ್ನು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿತು. ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯೂ ಇದೆ, ಅದನ್ನು ಮುಂದಿನ ಚರ್ಚೆಗೆ ಬಳಸಬಹುದು.

ಈ ರೀತಿಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಂದ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡುವಂತಹ ಉನ್ನತ-ಸ್ತರದ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಮಕ್ಕಳು ಅವಕಾಶವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾರೆ. ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಕೇಳಿದಾಗ, ಅದು ಪರಿಶೋಧನೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ, ಅವರು ಯೋಚಿಸಲು, ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಲು, ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಕಲಿಯಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತದೆ. ರೇಖಾಗಣಿತದ ಶಿಕ್ಷಕರು ವ್ಯಾನ್-ಹೀಲ್ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿ ಮಕ್ಕಳ ಪ್ರಗತಿಗೆ ತೀವ್ರತೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದು. ತರಗತಿಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆ-ಪರಿಹರಿಸುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆ-ರೂಪಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಬೇಕು (ವ್ಯಾಟ್ಸನ್, 2013).

ಪ್ರಮುಖ ಫಲಿತಗಳು

- ಚಲನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವುದು ಮತ್ತು, ವಿವಿಧ ಅಭಿಮುಖತೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಂಬಂಧೀಕರಿಸಿದ ಅಳತೆಗಳನ್ನಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸುವುದು ಈ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡುವಲ್ಲಿ ಕಾಗದದ ಬೀಸಣಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು 360° ಕೋನಮಾಪಕಗಳಂತಹ ಕುಶಲ ಸಾಧನಗಳು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಎಂದು ಕಂಡುಬಂದಿತು. ಈ ಅನುಭವದ ನಂತರ, ಕೋನಮಾಪಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ರಚನೆಯ ಕೌಶಲದಲ್ಲಿ ಗಮನಾರ್ಹ ಸುಧಾರಣೆ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬಂದಿತು.
- 180°ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗದ ಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ಕೋನಮಾಪಕದ ಮಿತಿಯನ್ನು ಮೀರಲು 360° ಕೋನಮಾಪಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಈ ಸಾಧನವನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ತಯಾರಿಸಿದರೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಮತ್ತು ರಚಿಸಲು ಕೂಡ ಇದನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.
- ಆಟಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವುದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಜಿಜ್ಞಾಸೆಯನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬಹುದು, ಹೀಗಾಗಿ ಕಲಿಕೆಯು ಆನಂದದಾಯಕವಾಗಿದ್ದು ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆಯೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.
- ವ್ಯಾನ್ ಹೈಲೆ ಅವರ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಕಲಿಕೆಯ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರ್ತ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದರಿಂದ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಯಿಂದಾಗಿ ಅವರ ಕಲಿಕೆಯ ವೇಗ ಹೆಚ್ಚಾಯಿತು.

ಪರಾಮರ್ಶನೆಗಳು

1. Clements, D. H. (2003). Chapter 11. Teaching and Learning Geometry. In *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics.* NCTM
2. Johnston-Wilder, S., & Mason, J. (2005). *Developing thinking in geometry* (pp. 209-211). Open University in Association with Paul Chapman Pub.
3. Nunes, T., Bryant, P., & Watson, A. (2009). Paper 5. Understanding space and its representation in mathematics. In *Key understandings in mathematics learning*. Nuffield Foundation. London.
4. Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Academic Press. Orlando.
5. Watson, A., Jones, K and Pratt, D. (2013). Chapter 5. Spatial and geometrical reasoning. In *Key ideas in teaching mathematics: research-based guidance for ages 9-19* (pp. 92-116). OUP.
6. NCERT Mathematics textbooks for grades 7 and 9.

ಆರುಣಿ ಜೋಸೆಫ್ ಅವರು ತಮ್ಮ ವೃತ್ತಿಜೀವನವನ್ನುಐಟಿ ಉದ್ಯೋಗಿಯಾಗಿ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಐಟಿ ಉದ್ಯಮದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಶಕವನ್ನು ಕಳೆದ ನಂತರ, ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮನೆಪಾಠ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡರು. 2023ರಲ್ಲಿ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಶಿಕ್ಷಣಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಂ.ಎ. ಪದವಿ ಪಡೆದರು. ನಂತರ ಅವರು ಗುಬ್ಬಚ್ಚಿ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಕಮ್ಯುನಿಟಿಯನ್ನು ಸೇರಿ, ಬೆಂಗಳೂರಿನಲ್ಲಿ ಶಾಲೆಯಿಂದ ಹೊರಬಿದ್ದಿರುವ ವಲಸೆ ಕಾರ್ಮಿಕರ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟರು. ಈಗ ಅವರು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಪ್ರಕ್ರಿಯಾ ಗ್ರೀನ್ ವಿಸ್ಡಮ್ ಸ್ಕೂಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಆರುಣಿಯವರನ್ನು arunipradeep@gmail.com ಅಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

● ಅನುವಾದ: **ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

A Journey from Euclidean to Non-Euclidean Geometry

Euclid's postulates, Elements' true signature,
Akin to nature's basic elements, a divine scripture.
Euclid's five, building blocks to Geometry,
Nature's five mirror our being's symmetry.

Two points uniquely determine a straight line,
Extend indefinitely, a terminated line's design.
Circles constructed, varied in size and location,
Congruent right angles, Euclidean geometry's foundation.

The fifth, the Parallel postulate, sparked a mathematical divergence,
Paving a way to non-Euclidean geometry's emergence.
A traditional shift, where parallels take an unusual stance,
In hyperbolic and elliptic realms, mathematical refinement enhance.

Euclidean geometry initiated through Euclid's sage,
Riemann's elliptic geometry, an elegant grace.
Lobachevsky, Bolyai, and Gauss in hyperbolic fervour,
A tribute to minds with questioning valour.

Composed by:
Ravindra K Bisht
Department of Mathematics, NDA, Khadakwasla, Pune,India