

# ಗುಣಕಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರಭುತ್ವಮಟ್ಟದ ಕಲಿಕೆ

ಪದ್ಮಪ್ರಿಯ ಶಿರಾಲಿ

# ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರಭುತ್ವಮಟ್ಟದ ಕಲಿಕೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತತ್ವವನ್ನು ಪ್ರಭುತ್ವ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದಾನೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಯಾವಾಗ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು? ಕಲಿತ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ ಕೌಶಲವಾಗಲೀ, ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು (algorithm) ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವಾಗಲೀ ಆ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಸಂಪೂರ್ಣ ಪರಿಣತಿ ಸಾಧಿಸಿರುವುದರ ಸೂಚನೆ ಖಂಡಿತ ಅಲ್ಲ. ಆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಪರೋಕ್ಷವಾಗಿ ಅಳವಡಿಕೆಯಾಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಆ ತತ್ವವನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಿವೆ ; ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿವೆ (ಇವನ್ನು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿಲ್ಲ). ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಅನ್ವಯದ ಅರಿವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಲು ಇವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಕೆಲವು ಶುದ್ಧ ತರ್ಕ ಆಧಾರಿತ; ಉಳಿದವು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು, ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವುದು, ಗುಣಾಕಾರದ ಸುಲಭೋಪಾಯಗಳು, ಎಣಿಕೆ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ.

ಅಮೂರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನಮ್ಮವಾಗಿ ಬಳಸುವ ತರ್ಕವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಆಳವಾದ ಅರಿವನ್ನು ಬೇಡುತ್ತವೆ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಆಯಾ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದು ಅವುಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಸೂತ್ರಗಳಂತೆ ಬಳಸುವ ರೀತಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಗುಣಾಕಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಿಂದ ಹೊರಹೊಮ್ಮಿದ ವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಗುಣಾಕಾರ ಒಳದಾರಿ ಅಥವಾ ಸಮೀಪಮಾರ್ಗ (Shortcut)ಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತವೆ. ಅವು ಹಲವಾರು ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ ಆಧಾರಿತ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಲೂ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಗುಣಾಕಾರ ಒಳದಾರಿಗಳು ನಿತ್ಯಜೀವನದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿರುವ ಮಾನಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗುತ್ತವೆ.

ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರ್ತ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬಹುದು. ಈ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ನೋಡಲು ಯಾವುದೇ ಮಾನಕ ವಿಧಾನಗಳಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಅವು ಆಯಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ದೃಶ್ಯೀಕರಣ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಉದ್ದೇಶ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದಲ್ಲ, ಬದಲಾಗಿ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರೆರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವ ಆಕಾಂಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು. ಇದು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿರಲಿ. .

ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಗತ್ಯವೆನಿಸಿದರೆ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಡ್ರಾಯಿಂಗ್ ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಮೊದಮೊದಲಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದೆನ್ನುವುದು ನಮ್ಮ ಶಿಫಾರಸು. ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೂಡಿ ತಾವು ಬಳಸಿದ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು. ಇದರಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಗ್ರಹಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಲು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ. ಇತರರು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ತಾವೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸಿ.

ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗುವ ಪ್ರಮುಖ ಕಲಿಕೆಯೆಂದರೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಸೌಕರ್ಯದ ಮಟ್ಟದ ಸ್ಥೂಲ ಪರಿಚಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಳಸುವ ಚಿಂತನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕತೆವನ್ನು ಅರಿತುಕೊಳ್ಳಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೊಂದು ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಪೂರ್ವಾಪೇಕ್ಷಿತ ಜ್ಞಾನ: ಈ ಎಲ್ಲಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಹಿಂದೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಪವರ್ತನಗಳು, ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾರೆ ಎಂಬ ನಿರೀಕ್ಷೆಯಿದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, ಇವು 5ನೇ ಅಥವಾ 6ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಗುಣಾಕಾರ; ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು; ತಂತ್ರಗಾರಿಕೆ; ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆ

## ಸಮಸ್ಯೆ 1:

ಉದ್ದೇಶ: ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಬೆಳೆಸುವುದು

ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು: ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳು

$6 \times 10 = 60$  ಆದರೆ  $12 \times 5$  ಎಷ್ಟು?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು  $12 \times 5$ -ರ ಗುಣಾಕಾರ ನಿಜಾಂಶಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಇವೆರಡರ ಉತ್ತರ ಕೂಡ ಒಂದೇ ಎಂದು ತಿಳಿದಿರಬಹುದು.

ಅವರು ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳ, ಅಂದರೆ,  $6 \times 10$  ಮತ್ತು  $12 \times 5$  ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸುವರೇ?

ಅವೆರಡೂ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಏಕೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದರ ಒಟ್ಟು ಪರಿಣಾಮವೇನು?

ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತಾವೇ ರಚಿಸುವಂತೆ ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು  $6 \times 10$  ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮತ್ತೊಂದು ಜೋಡಿಯನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

$30 \times 2$  ಮತ್ತೊಂದು ಜೋಡಿ. ಅದು  $6 \times 10$  ಜೋಡಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ?

ಈಗ 2 ಅಂದರೆ 10 ರ ಐದನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗ ಮತ್ತು 30 ಅಂದರೆ 6 ಗುಣಿಸು 5 ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅರಿವಾಗಿದೆಯೇ?

ಈ ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಸಂದರ್ಭಗಳು ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರುವುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ತುಂಬ ಒಳ್ಳೆಯದು. ಮೊದಲ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡನೇ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವು 5 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿದೆ ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಅಪವರ್ತನವು ಐದನೆಯ ಒಂದರಷ್ಟು ಆಗಿದೆ.

$100 \times 9 = 900$  ಇದ್ದರೆ,  $25 \times 36$  ಎಷ್ಟು?

ಈ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

$25 \times 36$  ಜೋಡಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇತರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಯಾವ ಯಾವ ವಿಭಿನ್ನ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ?

ತತ್ವವನ್ನು ವಿಶದಗೊಳಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದೇ ತರಹದ ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ಈ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳು, ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

$$6 \times 10 = 60$$

$$12 \times 5 = ?$$

$$100 \times 9 = 900$$

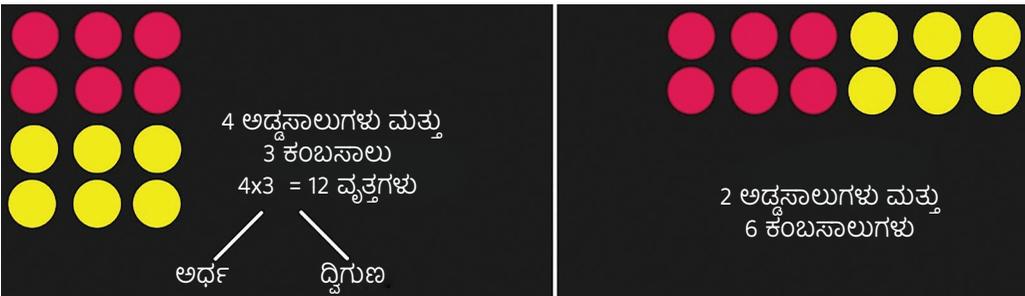
$$25 \times 36 = ?$$

## ಸಮಸ್ಯೆ 2

ಉದ್ದೇಶ: ಗುಣಾಕಾರದ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವ ತಂತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವ್ಯೂಹಗಳ (Array) ಮೂಲಕ ಅನುಷ್ಠಾನ.

ಸಾಮಗ್ರಿ: ಪೆನ್-ಬೋರ್ಡ್ ಅಥವಾ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆ.

ಇದು 4 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು 3 ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು 2 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು 6 ಕಂಬಸಾಲುಗಳಾಗಿ ಮರುಜೋಡಣೆ ಮಾಡಿರುವ ಚಿತ್ರಣವಾಗಿದೆ.



ಈಗ  $8 \times 6$  ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಒಂದು ವ್ಯೂಹವನ್ನು ರಚಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

ಅವರು ಪೆಗ್‌ಗಳನ್ನು ಇತರ ಸಂಭಾವ್ಯ ವ್ಯೂಹಗಳಂತೆ ಮರುಜೋಡಣೆ ಮಾಡಲಿ. ಇತರ ಜೋಡಿಗಳು ಮೂಲ ಜೋಡಿಯ ಜೊತೆ ಯಾವ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿವೆ?

ಅಂದರೆ,  $8 \times 6$ :

$2 \times 24$  (2 ಅಂದರೆ 8 ರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಒಂದು ಮತ್ತು 24 ಅಂದರೆ 6 ರ 4 ಪಟ್ಟು)

$3 \times 16$  (3 ಅಂದರೆ 6 ರ ಅರ್ಧ ಮತ್ತು 16 ಅಂದರೆ 8 ರ ಎರಡರಷ್ಟು)

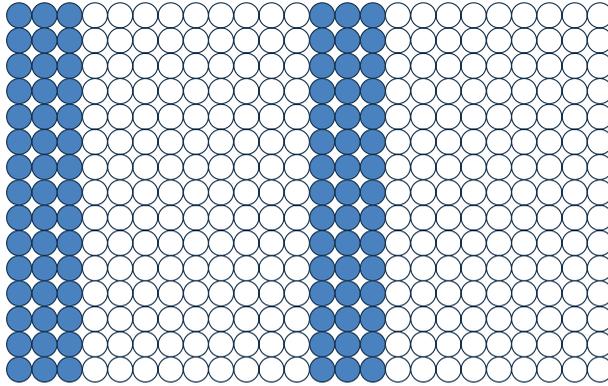
$4 \times 12$  (4 ಅಂದರೆ 8 ರ ಅರ್ಧ ಮತ್ತು 12 ಅಂದರೆ 6 ರ ಎರಡರಷ್ಟು)

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಏನನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುತ್ತಾರೆ?

$3 \times 16$  ಮತ್ತು  $4 \times 12$  ವ್ಯೂಹದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡಲಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವ ಮತ್ತು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರವು ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,  $15 \times 24$  ರಲ್ಲಿ ನಾವು 15 ರನ್ನು 30 ಕ್ಕೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು 24 ರನ್ನು 12 ಕ್ಕೆ ಅರ್ಧಗೊಳಿಸಬಹುದು.

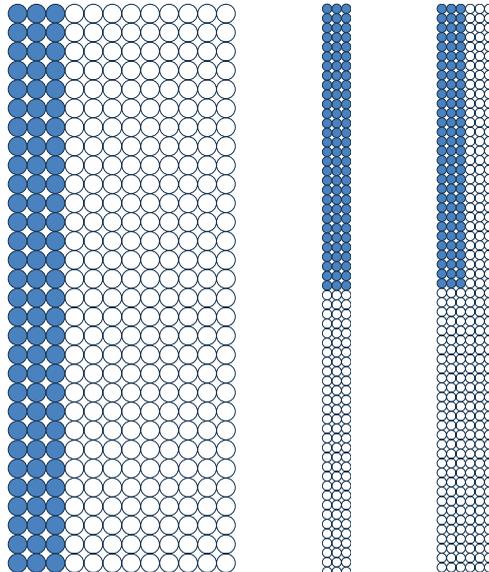


$15 \times 24$
$30 \times 12$
$60 \times 6$
$120 \times 3$

ಚಿತ್ರ 2

ಗುಣಕಾರ ಸುಲಭವಾಗುವವರೆಗೆ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಮುಂದುವರಿಯಬಹುದು. 30 ಅನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿ 60 ಮಾಡಬಹುದು ಮತ್ತು 12 ಅನ್ನು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸಿ 6 ಮಾಡಬಹುದು.

$60 \times 6$  . ಇದು ಸುಲಭ. ಉತ್ತರ= 360.



ಚಿತ್ರ 3

ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಲು ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಹೇಗೆ ಸಹಾಯಕ ಎಂದು ಚರ್ಚಿಸಿ. ಅದೆಷ್ಟು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಎಂದು ಗಮನಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಲವು ಆಯ್ದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಿ.

ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನವು ಯಾವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ?

ಅವರು ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ವ್ಯೂಹಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಲಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 6 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು, 7 ಕಂಬಸಾಲುಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿ (ಅಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮ ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಸ).

ಈ ವಿಧಾನವು  $11 \times 13$  ಗೆ ಸೂಕ್ತವೇ? ಹಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಏಕೆ?

ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಈ ವಿಧಾನ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?

ಅಂತಹ ವಿಧಾನವು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪರಿಹರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಾವೇ ರಚಿಸಲು ಹೇಳಿ.

5 ರಿಂದ ಅಪವರ್ತನೀಕರಣ ಮಾಡಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸರಳವಾಗಿಸುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

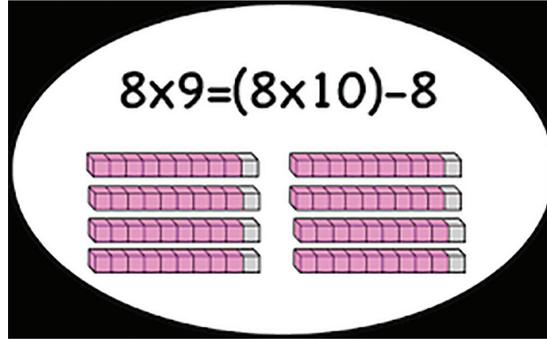
ಉದಾಹರಣೆ,  $375 \times 28 = 75 \times 140 = 15 \times 700$ , ಇತ್ಯಾದಿ.

### ಸಮಸ್ಯೆ 3

**ಉದ್ದೇಶ:** ಪರಿಕಲ್ಪನೆ, ಸಹವರ್ತನೀಯ ಮತ್ತು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದು.

#### ಸಮಸ್ಯೆ 3.1

ಇಲ್ಲಿ  $8 \times 9$ -ರ ದೃಶ್ಯ ನಿರೂಪಣೆಯಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4

ಆದರೆ,  $18 \times 9$  ಅಥವಾ  $98 \times 9$  ಬಗೆಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?

#### ಸಮಸ್ಯೆ 3.2

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಬೇಗ ಮಾಡಲು ಶಕ್ತರಾಗಿದ್ದಾರೆಯೇ? 53 ಅಂದರೆ 50 ಗಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಅವರು  $9 \times 3$  ಅಥವಾ 27 ನ್ನು ಆ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

$$9 \times 53 = 9 \times 50 + 9 \times 3$$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರದ ಆಯ್ಕೆಯು ಸಂಖ್ಯಾ ನಿಜಾಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಅವರು ಹೊಂದಿರುವ ಸೌಕರ್ಯವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು ಬೇರೆಬೇರೆಯಾಗಿರುವುದು ಸಹಜವೇ.

$$9 \times 50 = 450$$

$$9 \times 53 = ?$$

### ಸಮಸ್ಯೆ 3.3

$$\begin{aligned}7 \times 8 &= (5 + 2) \times 8, \\6 \times 7 &= (5 + 1) \times 7, \\9 \times 7 &= (10 - 1) \times 7, \\8 \times 6 &= (10 - 2) \times 6\end{aligned}$$

### ಸಮಸ್ಯೆ 3.4

ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮದ ಬಳಕೆ

$$8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12$$

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಯಾವ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ?

ಅವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪುನಃ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆಯೇ?

$$\text{ಉದಾಹರಣೆಗೆ, } 8 \times 12 \times 9 \times 11 \times 10 = ?$$

$$8 \times 12 = 96 \text{ ಮತ್ತು } 9 \times 11 = 99$$

ಈಗ ಸಮಸ್ಯೆ ಬದಲಾಗಿ  $96 \times 99 \times 10$  ಆಯಿತು.

99 ನಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂದರೆ  $(100 - 1)$  ನಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು. ಅಲ್ಲವೇ?

$$(96 \times 100 - 96 \times 1) \times 10$$

$$(9600 - 96) \times 10$$

$$9504 \times 10 = 95040.$$

### ಸಮಸ್ಯೆ 3.5

ಇಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

$$\begin{aligned}11 \times 12 &= 132 \\66 \times 12 &= ?\end{aligned}$$

### ಸಮಸ್ಯೆ 3.6

$$\begin{aligned}600 \times 15 &= 9000 \\600 \times 45 &= ?\end{aligned}$$

### ಸಮಸ್ಯೆ 3.7

ಈ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಗೆ ಯೋಚಿಸುತ್ತಾರೆ? ಬಳಸಿದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಈ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರಬಹುದು.

What is  $128 \times 8$ ?

$128 \times 8$  ಎನ್ನುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

$$128 \times 8 = 256 \times 4 = 512 \times 2 = 1024 \times 1$$

What is  $26 \times 17$ ?

ಅಥವಾ

$$128 \times 8 = 128 \times (10 - 2) = 1280 - 256 = 1024$$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಪರಸ್ಪರರಿಗೆ ನೀಡಬಹುದು. ತಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಒಬ್ಬರಿಗೊಬ್ಬರು ವಿವರಿಸಲು ಅವರನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸಿ.

## ಸಮಸ್ಯೆ 4

ಉದ್ದೇಶ: ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು.

ಪರಿಹರಿಸಲು ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

### ಸಮಸ್ಯೆ 4.1

ಎರಡು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಮನೆಗಳು ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.  
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರಾ?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವರೇ?

Position the digits 3, 4 and 5 to make the product as large as possible:

$$\square \square \times \square =$$

### ಸಮಸ್ಯೆ 4.2

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸದೃಶ ಮತ್ತು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಿನ್ನ?

ಜಾಣ ಸಮಸ್ಯೆ: ಒಂದು-ಅಂಕಿಯಿರುವ ಹತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವೆಷ್ಟು?

If  $4 \times 6 = 24$  what is  $4 \times 600 = ?$

$$400 \times 6 = ?$$

$$40 \times 60 = ?$$

$$4000 \times 0.6 = ?$$

### ಸಮಸ್ಯೆ 4.3

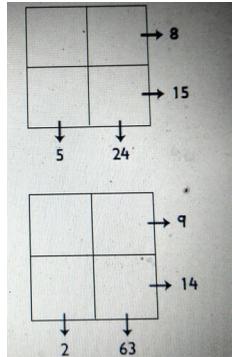
ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಗುಣಲಬ್ಧದ ಸಮಸ್ಯೆ ಇದೆ. ಇದು a, b, c, ... ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸುವಲ್ಲಿ ತರ್ಕದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಅಗತ್ಯವಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಅಕ್ಷರವು ಒಂದು-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

X	a	b	c
d	12	<input type="text"/>	36
e	18	<input type="text"/>	54
f	<input type="text"/>	56	<input type="text"/>

ಚಿತ್ರ 5

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆಯೇ?

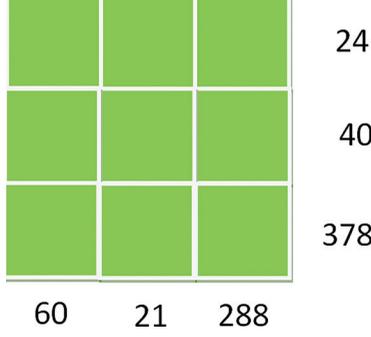
### ಸಮಸ್ಯೆ 4.4



ಚಿತ್ರ 6

ಇದು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವ ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಸಮಸ್ಯೆ. ಇಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಬೇಕು (ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಚಿತ್ರದ ಕೆಳಗಡೆ ಇರುವಂತೆ).

## ಸಮಸ್ಯೆ 4.5



ಚಿತ್ರ 7

ಇದು NRICH ನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಉತ್ತಮ ಸಮಸ್ಯೆ. (<https://nrich.maths.org/11750>)

ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಬಳಸಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನ-ಪ್ರಮಾದ (trial and error) ಬಹಳ ಕಡಿಮೆ ಎನ್ನುವ ಸಂಗತಿ ನನಗೆ ಇಷ್ಟವಾಯಿತು. ಇದು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಅಪವರ್ತಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸುವ ಉತ್ತಮ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ.

ನೀಡಲಾದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು 1 ರಿಂದ 9 ರವರೆಗೆ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿರುವ ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

## ಸಮಸ್ಯೆ 5

ಉದ್ದೇಶ: ಹೊಸ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವುದು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಸರಣಿಯನ್ನು ಕೊಡಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಸಂಬಂಧಿತ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹುಡುಕಲಿ.

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

8 × 10 ಮತ್ತು 9 × 9 ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? (8 ಮತ್ತು 10 ಎರಡೂ 9 ರಿಂದ ಒಂದು ಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

8 × 10 = 80 ಇದು 81 ಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ.

7 × 11 ಮತ್ತು 9 × 9 ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? (7 ಮತ್ತು 11 ಎರಡೂ 9 ರಿಂದ ಎರಡು ಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

7 × 11 = 77 ಇದು 81 ಕ್ಕಿಂತ 4 ಕಡಿಮೆ.

6 × 12 ಮತ್ತು 9 × 9 ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? (6 ಮತ್ತು 12 ಎರಡೂ 9 ರಿಂದ ಮೂರು ಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

6 × 12 = 72 ಅದು 81 ಕ್ಕಿಂತ 9 ಕಡಿಮೆ.

ಈ ಸಂಬಂಧದ ಆವಿಷ್ಕಾರವನ್ನು ನಂತರ  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  ಗೆ ತಳುಕು ಹಾಕಬಹುದು.

ಈಗ 5 × 13 ಗುಣಲಬ್ಧವು 81 ಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಊಹಿಸಬಹುದೇ?

ಅವರು ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಹುಡುಕಾಟಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು?

ಸಂಖ್ಯಾಜೋಡಿಗಳು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿ ಇದ್ದಾಗ ಅವೆರಡರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದು ನಮಗೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

ಈಗ, 45 × 45 = 2025. ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 41 × 49 ಎಷ್ಟೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು?

$$45 \times 45 = 2025$$

$$41 \times 49 = ?$$

ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅವರು ವಿವರಿಸಬಹುದೇ? ಆ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಇದೇ ಬಗೆಯ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಮೂಲಕ ಈ ಆವಿಷ್ಕಾರವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

What is  $197 \times 197$ ?

ಈ ಪರಿಷ್ಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮೀಪದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ? 200 ಅಂದರೆ 197 ಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು  $200 \times 194$  (ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ಮನೆ ಹಾರಿ) ಎಂದು ಬದಲಿಸಬಹುದು, ಇದು 38,800 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಈಗ ಅವರು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ  $3 \times 3 = 9$  ಸೇರಿಸಿ 38,809 ಪಡೆಯಬಹುದು.

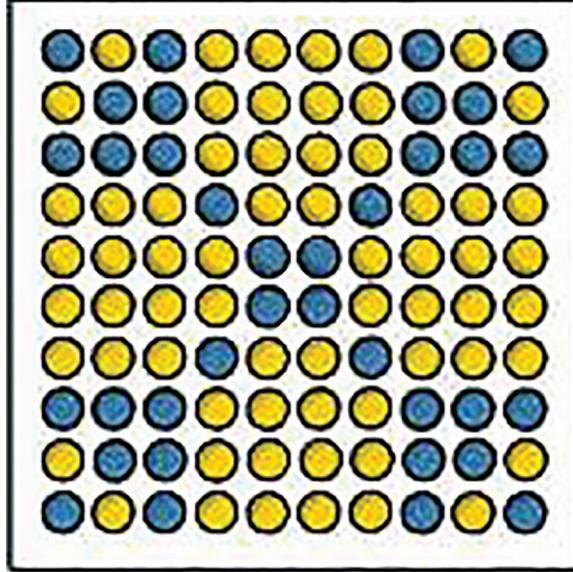
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇತರ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿ ಒಬ್ಬರನ್ನೊಬ್ಬರು ಕೇಳಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

## ಸಮಸ್ಯೆ 6

ಉದ್ದೇಶ: ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ

### ಸಮಸ್ಯೆ 6.1

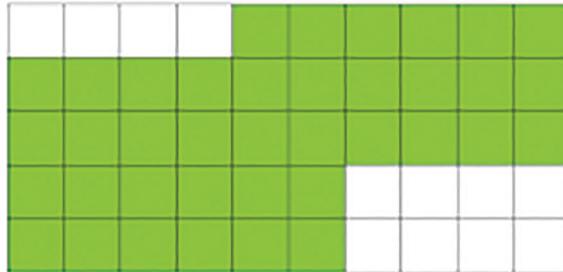
ಎಷ್ಟು ಹಳದಿ ವೃತ್ತಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 8

### ಸಮಸ್ಯೆ 6.2

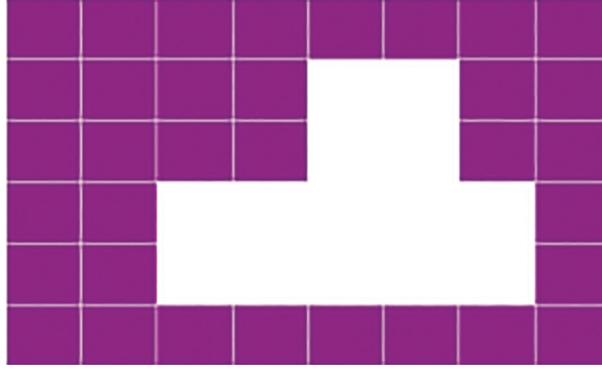
ಎಷ್ಟು ಹಸಿರು ಚೌಕಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 9

### ಸಮಸ್ಯೆ 6.3

ಎಷ್ಟು ನೇರಳೆ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿವೆ?

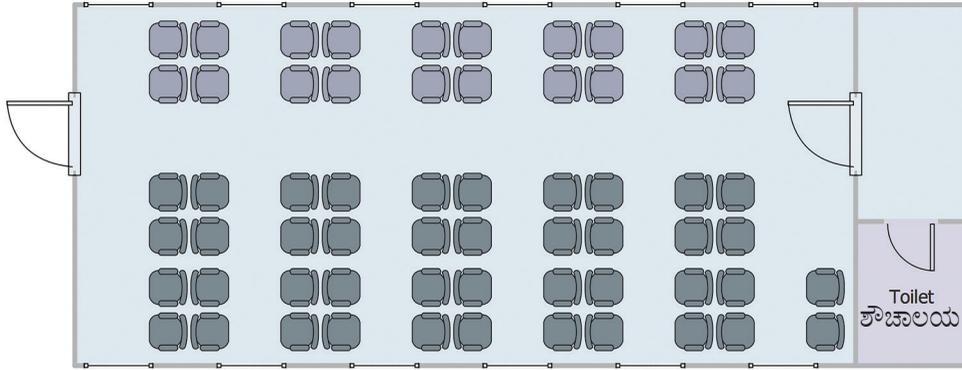


ಚಿತ್ರ 10

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

### ಸಮಸ್ಯೆ 6.4

ಈ ರೈಲಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಆಸನಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 11

### ಸಮಸ್ಯೆ 6.5

ಈ ವಿಮಾನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಆಸನಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 12

## ಸಮಸ್ಯೆ 7: ಪೆಗ್‌ಬೋರ್ಡ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆ

ಉದ್ದೇಶ: ವಿನ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು.

ಮಕ್ಕಳೇ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಮತ್ತು ಎಣಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಪೆಗ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಜೋಡಣೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.

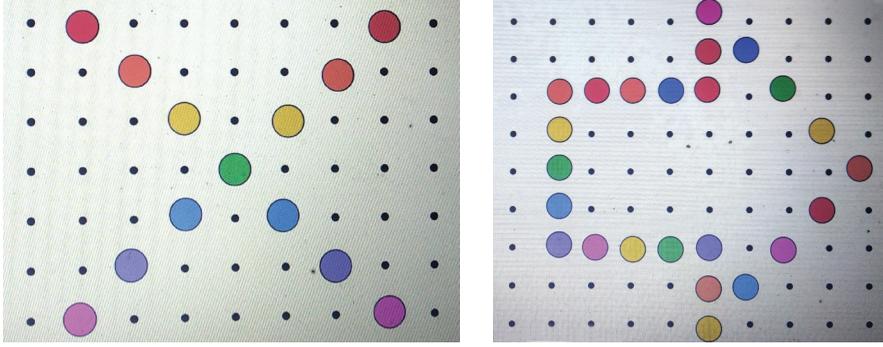
ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪೆಗ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ?

ತಮ್ಮ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿ ನೋಡಬಹುದು.

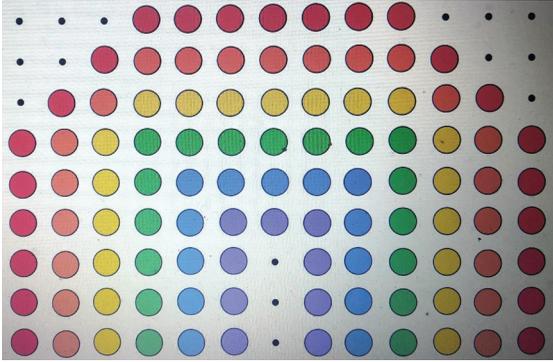
ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಮಾದರಿಗಳಿವೆ. ಇದರ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರದ ಭಾಗವಾಗಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನೂ ಬಳಸಬಹುದು.

### ಸಮಸ್ಯೆ 7.1



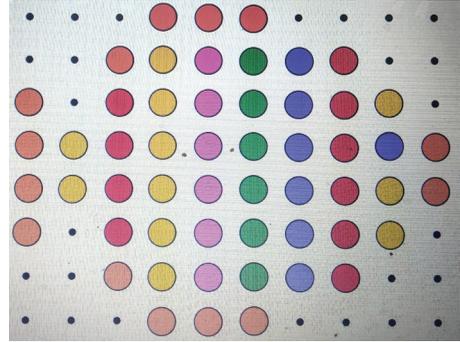
ಚಿತ್ರ 13

### ಸಮಸ್ಯೆ 7.2



ಚಿತ್ರ 14

### ಸಮಸ್ಯೆ 7.3



ಚಿತ್ರ 15

## ಸಮಸ್ಯೆ 8: ರಂಗೋಲಿ ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ

ಉದ್ದೇಶ: ಎಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು

ಇಲ್ಲಿ ರಂಗೋಲಿಯ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಅಥವಾ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಕಲಾವಿದನು ಎಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದಾನೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಣಿಕೆಗೆ ಯಾವ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ?

ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ ಮತ್ತು ತನ್ನ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲಿ.

ಒಂದು ಕಾರ್ಯತಂತ್ರವೆಂದರೆ, ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನಡುವೆ ಕಾಣುವ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಎಣಿಸುವುದಿರಬಹುದೇ?

ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳ ಎಣಿಕೆ ಹೇಗೆ ನಡೆಯುತ್ತದೆ?

ವಿನ್ಯಾಸ 1, 2, 3, ... 7 ವನ್ನು ಸಂಕಲನಕ್ಕಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಾರೆಯೇ?

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$  ರ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ?

$(1 + 7) + (2 + 6) + (3 + 5) + 4$ . ಇಲ್ಲಿ ಮೂರು 8 ಮತ್ತು ಒಂದು 4 ಇವೆ.

$24 + 4 = 28$ .

ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ 28 ಚುಕ್ಕೆಗಳಿರುವ 6 ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ. ಅಂದರೆ, ಒಟ್ಟು 168 ಚುಕ್ಕೆಗಳು. ಚಿತ್ರದ ಅರ್ಧ ಭಾಗದ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಕರ್ಣದ 15, 14, 13, ... 8 ರಿಂದ ಎಣಿಸಬಹುದೇ?

$15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 = (15 + 8) + (14 + 9) + (13 + 10) + (12 + 11)$ , ಇದು ನಾಲ್ಕು 23 ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಚಿತ್ರದ ಅರ್ಧ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 92 ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಇವೆ.

ಪೂರ್ಣ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ 184 ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಇವೆ.

ಒಟ್ಟಾಗಿ ಈ ವಿನ್ಯಾಸ  $184 + 168 = 352$  ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ!

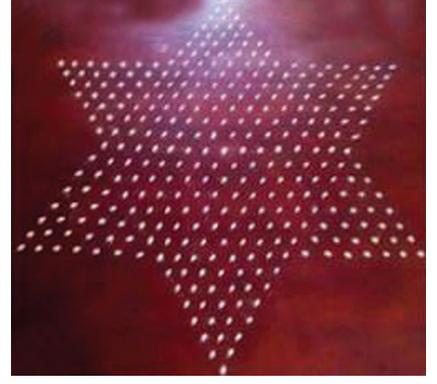
ಮತ್ತೊಂದು ಕಾರ್ಯತಂತ್ರವೆಂದರೆ, ಆಕೃತಿಯ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಚುಕ್ಕೆಗಳು 22, 21, 20, ... ನಿಂದ 15 ಕ್ಕೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಹಿಂದೆ ಹಿಂದೆ ಸಾಗುತ್ತಿವೆ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ ಆಕಾರವಿದೆ.

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಎಣಿಕೆಯ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆಯೇ?

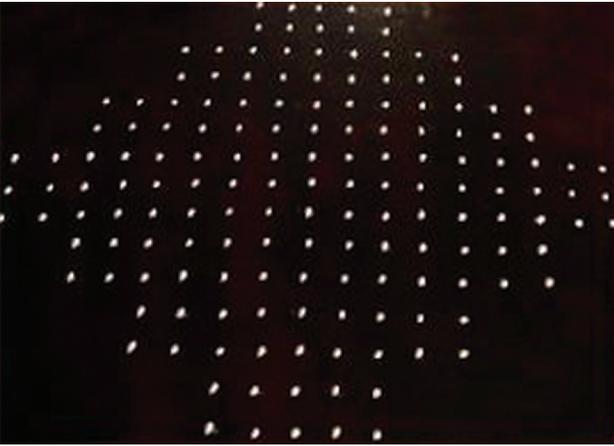
ಈ ವಿನ್ಯಾಸದ ಪ್ರತಿಕೃತಿ ರಚಿಸಬೇಕಾದರೆ, ನೀವು ಹೇಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವಿರಿ?

ನಿಮ್ಮ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. ಗುಡ್ ಲಕ್!

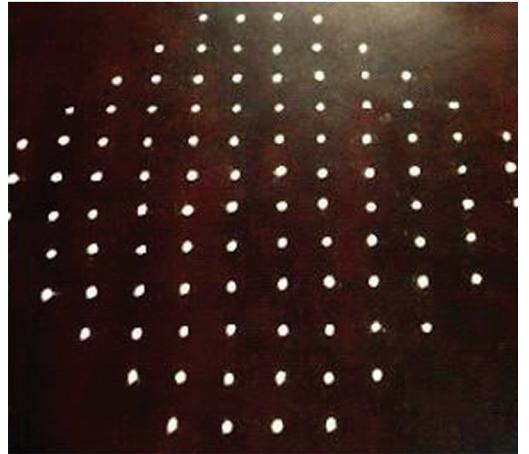
ಇಲ್ಲಿ ಎಣಿಕೆಗಾಗಿ ಇನ್ನೂ ಎರಡು ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿವೆ.



ಚಿತ್ರ 16



ಚಿತ್ರ 17



ಚಿತ್ರ 18

## ಸಮಸ್ಯೆ 9: ಘನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮಾಡಿದ ನಿರ್ಮಿತಿಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ

ಉದ್ದೇಶ: ಎಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು

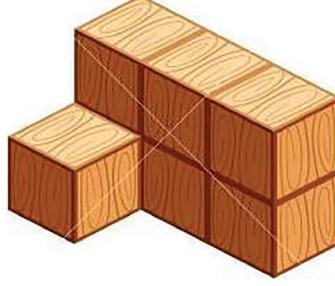
ಜೋಡೋ ಘನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಅಥವಾ ಆನ್‌ಲೈನ್‌ನಲ್ಲಿ ಮ್ಯಾಥಿಗನ್ ಪೊಲಿಪಾಡ್ ಅಥವಾ <https://toytheater.com/cube/> ನಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಎಣಿಕೆಯ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಸರಳ ಘನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಲಿ.

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?

ಬಹುಶಃ ಬಹಳಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದನ್ನು  $6 + 1$  ಎಂದು ಎಣಿಸುತ್ತಾರೆ ಅಂದರೆ,  $(2 \times 3 + 1)$

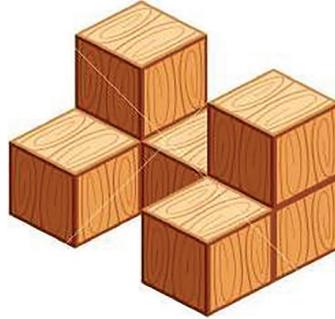
### ಸಮಸ್ಯೆ 9.1



ಚಿತ್ರ 19

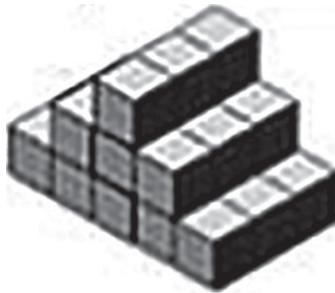
ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಘನದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆಯಬಹುದು.

### ಸಮಸ್ಯೆ 9.2



ಚಿತ್ರ 20

### ಸಮಸ್ಯೆ 9.3



ಚಿತ್ರ 21

ಇದು ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಲಂಬ ಹೋಳು (slice) ಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಲ್ಪಡುವುದೇ?

### ಸಮಸ್ಯೆ 9.4

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಗೆ ನಿಭಾಯಿಸುತ್ತಾರೆ?

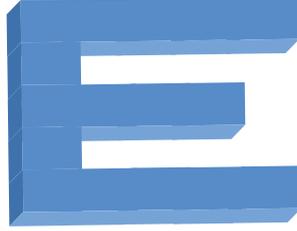
ಕಾಣೆಯಾಗಿರುವ ಭಾಗವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದನ್ನು ಕಡಿತ ಮಾಡಿ ಎಣಿಸುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?



ಚಿತ್ರ 22

### ಸಮಸ್ಯೆ 9.5

ಈ E ಆಕಾರದ ನಿರ್ಮಾಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳ ಬಳಕೆಯಾಗಿದೆ?

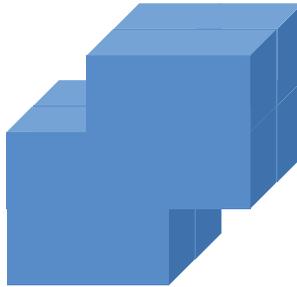


ಚಿತ್ರ 23

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಘನಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಎಣಿಸಿದರೇ? ಅಥವಾ ಅವರು ಮೂರು ಸಾಲುಗಳನ್ನು 3 ನಾಲ್ಕುಗಳಾಗಿ, ನಂತರ 2 ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣಗಳೊಂದಿಗೆ (projections ) ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಘನವುಳ್ಳ ಎರಡು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೇ?

### ಸಮಸ್ಯೆ 9.6

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?



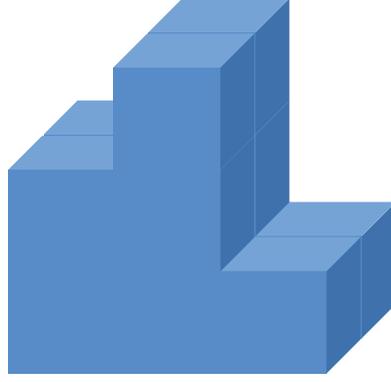
ಚಿತ್ರ 24

ಇದು ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕಲು ಚೆನ್ನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಕೆಲವರು ಇವನ್ನು  $(2 \times 2 \times 2)$  ಗಾತ್ರದ 2 ಘನಗಳಾಗಿ ಎಣಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಘನಗಳನ್ನು ಕಡೆಗಣಿಸಲು ಬಯಸಬಹುದು ಅಥವಾ ಅವರು ಅವುಗಳನ್ನು ಪದರಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆಯೇ?

## ಸಮಸ್ಯೆ 9.7

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?

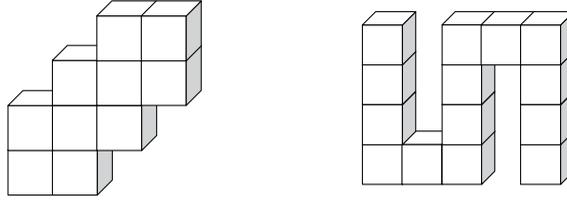


ಚಿತ್ರ 25

ಬಳಸಿದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿಗೆ ಇನ್ನಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿವೆ.

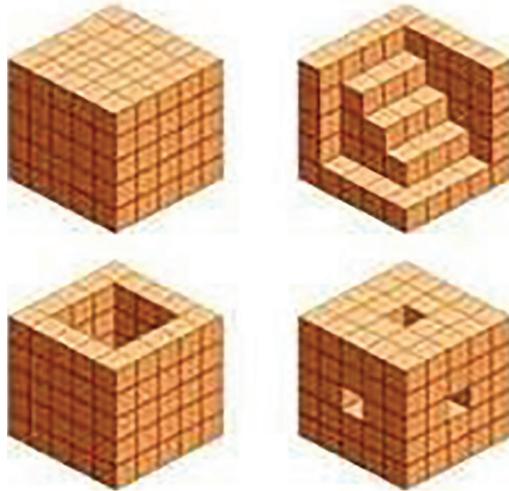
## ಸಮಸ್ಯೆ 9.8



ಚಿತ್ರ 26

## ಸಮಸ್ಯೆ 9.9

ಈ ರಚನೆಗಳಲ್ಲಿ ಘನಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಯಾವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?



ಚಿತ್ರ 27

## ಸಮಸ್ಯೆ 10

**ಉದ್ದೇಶ:** ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು/ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮುನ್ನೂಚಿಸುವುದು

ಅನೇಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಒಂದು ತಪ್ಪು ಊಹೆ ಹೀಗಿದೆ.

ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಯಾವಾಗಲೂ ಗುಣ್ಯ ಮತ್ತು ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅವರ ಊಹೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬೇಕಾದ (ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಲು ಅಲ್ಲ) ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

$$23 \times 0.2$$

$$23 \times 2.4$$

$$543 \times 0.62$$

$$65 \times 0.7$$

$$864 \times 1.2$$

$$98 \times 0.65$$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತರಗಳು ಸುಮಾರಾಗಿ ಎಲ್ಲಿರಬಹುದು ಎಂದು ಮೊದಲೇ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?

ಉತ್ತರವು ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆಯೇ? ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

## ಸಮಸ್ಯೆ 11

**ಉದ್ದೇಶ:** ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು

ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅಳತೆಯ ಗುಣಾಕಾರದ ಜಾಲ (multiplication grid)ವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಹಾಯಕವಾಗಬಹುದು.

ಮಗ್ಗಿಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಯಾವ ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಾಣುತ್ತೀರಿ?

ಯಾವ ಆಕೃತಿಗಳು ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು ಯಾವ ಆಕೃತಿಗಳು ಚತುರ್ಭುಜಗಳು?

7 × 9 ಗುಣಲಬ್ಧವು 8 × 8 ಗಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅಥವಾ 4 × 8 ಗುಣಲಬ್ಧವು 6 × 6 ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲು ಈ ಜಾಲ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ಚಿತ್ರ 29

**ಕೃತಜ್ಞತೆ:**

<https://www.stem.org.uk/resources/elibrary/resource/32124/multiplication>

<https://stevewyborne.com>

● ಅನುವಾದ: ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್ | ಪರಿಶೀಲನೆ: ಮಧುಕರ ಎಸ್. ಪುಟ್ಟಿ



ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಶಿರಾಲಿ ಅವರು ಸಹ್ಯಾದ್ರಿ ಶಾಲೆ (ಪುಣೆ) ಮತ್ತು ಋಷಿ ವ್ಯಾಲಿ (ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ)ಗಳಲ್ಲಿ ನೆಲೆಗೊಂಡಿರುವ ಸಮುದಾಯ ಗಣಿತಕೇಂದ್ರದ ಅಂಗವಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅವರು 1983ರಿಂದ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿದ್ದು, ಗಣಿತ, ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಆಪ್ಲಿಕೇಶನ್, ಭೂಗೋಳ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ, ಪರಿಸರ ಅಧ್ಯಯನ ಮತ್ತು ತೆಲುಗು ಭಾಷೆಯಂತಹ ಹಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. 1990ರಲ್ಲಿ ಇವರು ದಿವಂಗತ ಶ್ರೀ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ ಅವರ ನಿಕಟವರ್ತಿಗಳಾಗಿ ಕೆಲಸಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವರು “ಸ್ಕೂಲ್ ಇನ್ ಎ ಬಾಕ್ಸ್” ಎಂದೇ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿರುವ ಋಷಿ ವ್ಯಾಲಿ ಕೇಂದ್ರದ ಬಹುದರ್ಜೆಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಕಲಿಕಾ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕಿದ ತಂದೆ ಅಂಗವಾಗಿದ್ದರು. ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಅವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚಿ ವಿಳಾಸ: padmapriya.shirali@gmail.com