ಸಂಚಿಕೆ 18 | ಮಾರ್ಚ್ 2024
ತ್ರೈಮಾಸಿಕ | ಬೆಂಗಳೂರು

ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಒಂದು ಪ್ರಕಟಣೆ

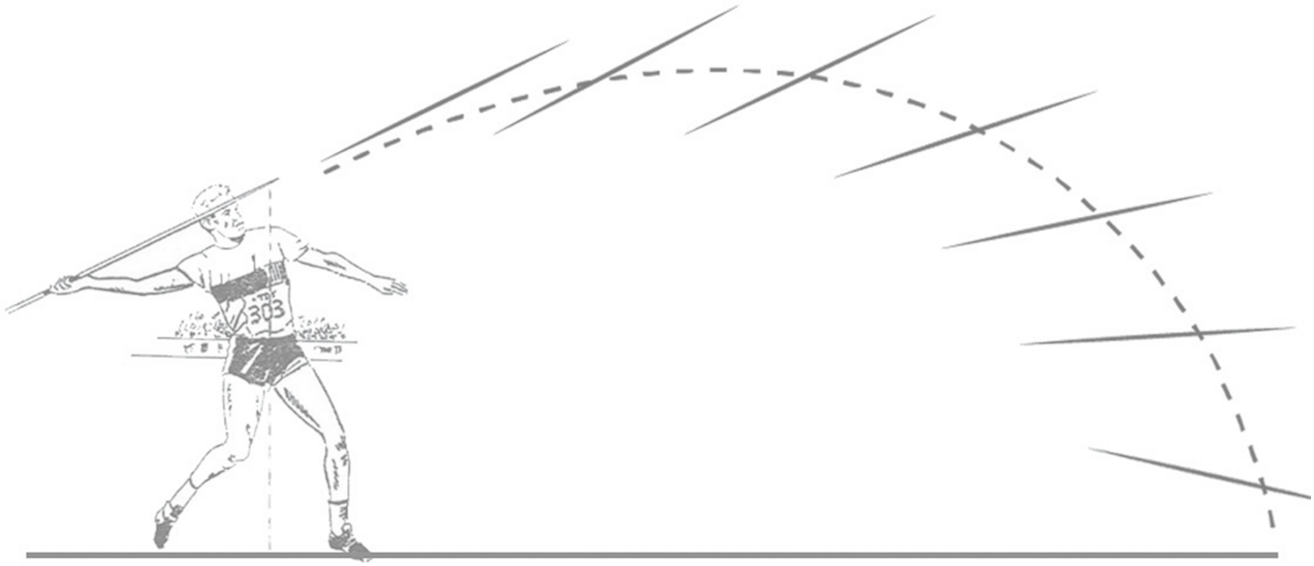
Azim Premji University

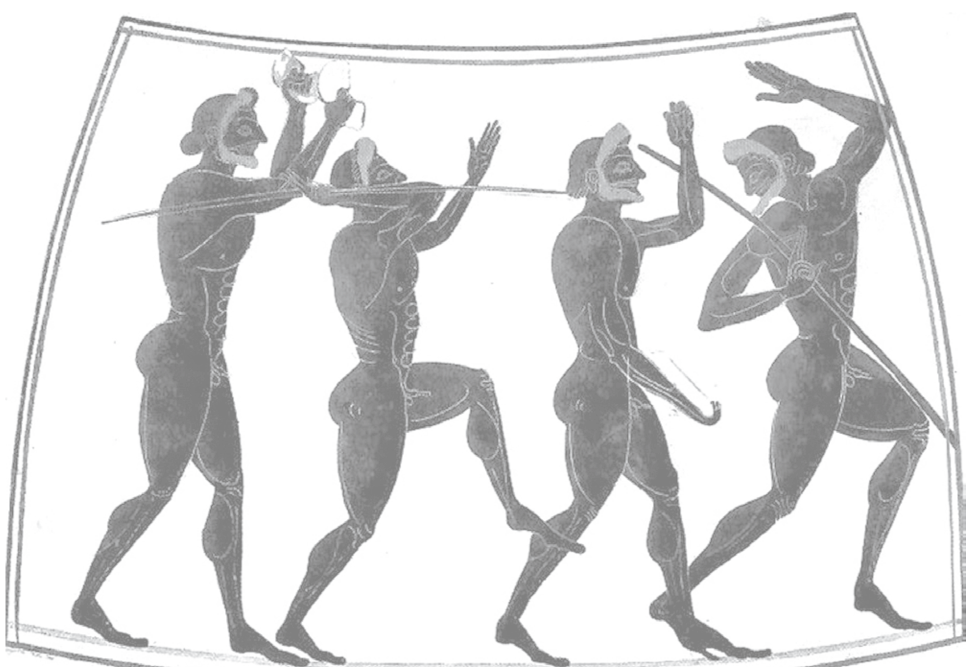
ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್

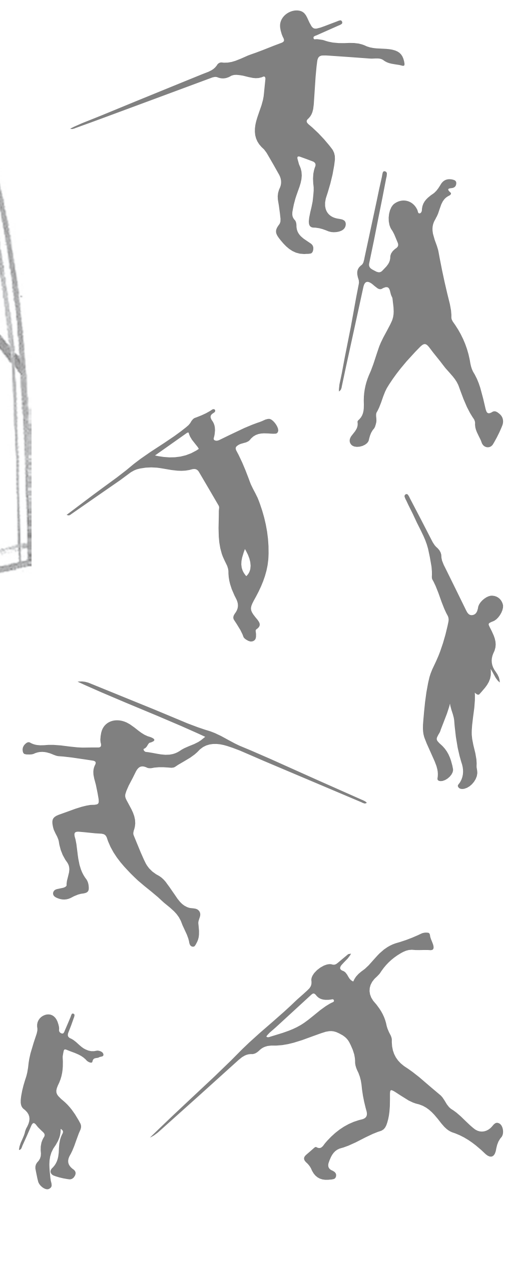
ಶಾಲಾ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸಂಪನ್ಮೂಲ

ಗಣಿತದ ಉದ್ದೇಶ

ಟೂಲ್‌ಕಿಟ್
ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕಲಿಕೆ
ಪ್ರಭುತ್ವಮಟ್ಟದ







‘ಇದೆಲ್ಲದರ ಉದ್ದೇಶವೇನು???’ ತಾವು ಕಲಿಯುತ್ತಿರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳ ‘ಉಪಯುಕ್ತತೆ’ಯ ಬಗ್ಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಿರುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಇದು ಹೆಚ್ಚಿನ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ಎಡಬಿಡದೆ ಕಾಡುತ್ತಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆ ಎಂದರೆ ತಪ್ಪಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ನಮ್ಮೆಲ್ಲರ ಬದುಕಿನಲ್ಲಿ ಗಣಿತವು ಹಾಸುಹೊಕ್ಕಾಗಿ ಸೇರಿಹೋಗಿರುವಾಗ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸುಲಭ; ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಠಿಣ. ಸುಲಭವೇಕೆಂದರೆ ಎಲ್ಲಿ ನೋಡಿದರೂ ಅಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅದನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಮತ್ತು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ವಿವರಿಸುವುದು ಕಷ್ಟ. ಇಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನೇ ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಕ್ರೀಡೆಯಲ್ಲಿ ಆಕೃತಿಗಳು, ಕೋನಗಳು, ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಅಳತೆ, ದತ್ತಾಂಶ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು, ಇತಿಹಾಸ ಮತ್ತು ಸಂಸ್ಕೃತಿ ಇವೆಲ್ಲವೂ ಬೆರೆತುಹೋಗಿವೆ. ಆದರೆ, ಇಂಥ ಸಾಧನೆಯ ಪ್ರಯತ್ನದಲ್ಲಿ ನಾವು ತೊಡಗಿಕೊಂಡಿರುವಾಗ ಗಣಿತ ನಮ್ಮ ಅರಿವಿನ ಪರಿಧಿಯೊಳಗೆ ಬರುತ್ತದೆಯೇ?

ಸಂಪಾದಕರ ನುಡಿ

'ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್' ಪತ್ರಿಕೆಯು ಮಾರ್ಚ್ 2024ರ ಸಂಚಿಕೆಯಿಂದ ಮಹತ್ತರ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಕಾಣಲಿದೆ. ಈ ಹಿಂದೆ, ಅಂದರೆ ನವೆಂಬರ್ 2023 ಸಂಚಿಕೆಯ ಸಂಪಾದಕೀಯದಲ್ಲಿ ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಂಡಿದ್ದೆವು. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ಹಿಂದಿನ ಸಂಚಿಕೆಗಳ ಪ್ರಧಾನ ಸಂಪಾದಕರಾದ ಶೈಲೇಶ್ ಶಿರಾಲಿಯವರಿಗೆ ಅವರ ಕ್ರಿಯಾಶೀಲ ನಾಯಕತ್ವ ಹಾಗೂ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನಕ್ಕಾಗಿ ಧನ್ಯವಾದಗಳನ್ನು ಹೇಳುವುದು ನಮ್ಮ ಕರ್ತವ್ಯ. ಇದರೊಟ್ಟಿಗೆ ನಾವು ಪತ್ರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಹಂತಕ್ಕೆ ತರಲು ಅಪಾರವಾಗಿ ಶ್ರಮಿಸಿದ, ಅಗಾಧ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ ಸಂಪಾದಕೀಯ ಮಂಡಲಿಯ ಸದಸ್ಯರಾದ ಕೆ. ಸುಬ್ರಮಣ್ಯಂ, ಪೃಥ್ವಿಜಿತ್ ಡೇ, ಶಶಿಧರ ಜಗದೀಶನ್, ಎ. ರಾಮಚಂದ್ರನ್ ಮತ್ತು ಜೋನಕಿ ಘೋಷ್ ಇವರೆಲ್ಲರಿಗೂ ಧನ್ಯವಾದಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ. ಇನ್ನು ಮುಂದೆಯೂ ನಾವು ಅವರೆಲ್ಲರಿಂದ ಸಲಹೆ, ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಮತ್ತು ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತೇವೆ.

ನಮ್ಮ ಮುಖ್ಯ ಓದುಗರೆಂದರೆ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿನ ಸರಕಾರಿ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಮತ್ತು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಬೋಧಿಸುತ್ತಿರುವ ಶಿಕ್ಷಕರು. ಆದ್ದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ಎಲ್ಲ ಸಂಚಿಕೆಗಳನ್ನು ಅವರಿಗೆ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಕಲಿಯಲೆಂದು ಶಿಕ್ಷಕರನ್ನು ಸಿದ್ಧಗೊಳಿಸುತ್ತಿರುವ, ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ನೇರವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತವಾಗಬೇಕೆಂಬ ಉದ್ದೇಶದಿಂದ ರೂಪಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ರಾ.ಪ.ಚೌ.2023ರ ಗಣಿತದ ವಿಭಾಗದಿಂದ ಒಂದಷ್ಟು ಒಳನೋಟಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದೇವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ವಿಶೇಷ ಲೇಖನದ ವಿಭಾಗವು ಸಂದೀಪ್ ದಿವಾಕರ್ ಅವರು *ತರಗತಿ 1 ಮತ್ತು 2ರ ಹೊಸ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಸದೇನಿದೆ?* ಎನ್ನುವ ಲೇಖನದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಹೃದಯ ಕಾಂತ ದಿವಾನ್‌ರವರು *ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಾಂದರ್ಭಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು* ಕುರಿತಾದ ತಮ್ಮ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸ್ಥಳೀಯ ವಾಸ್ತವತೆ ಮತ್ತು ಶಾಲಾ ವಾತಾವರಣದೊಳಗೇ ಹೇಗೆ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಗತಿಗಳಿಗೆ, ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಬಹುದೆಂದು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾರೆ. ರೀಮಾ ಕೌರ್ ಅವರು ಗಣಿತದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಉಪವಿಭಾಗಗಳ ನಡುವೆ ಕಂಡೂಕಾಣದಂತಿರುವ ತೆಳುಗೆರೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ತಮ್ಮ *ಗಣಿತದ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳನ್ನು ಯಾರು ಕಲಿಸುತ್ತಾರೆ?* ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಅನ್ವೇಷಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಈ ಬಾರಿಯ ತರಗತಿ ವಿಭಾಗದ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ.

ಅರ್ಧೇಂದು ದಾಸ್ ರವರು ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನದ ಕುರಿತಾಗಿ ತಮ್ಮ ಅನಿಸಿಕೆಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಜಿತೇಂದ್ರ ವರ್ಮಾರವರು *7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯನ್ನು* ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮೂರು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ವಿವರವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್ ಅವರ ಲೇಖನ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸುವ ಒಂದು ಆಟದ ಮತ್ತು ಬಹು ಅಂಕಿ ಭಾಜಕಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವುದರಿಂದಾಗುವ ಅನುಕೂಲತೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿದೆ. ಈ ಎಲ್ಲ ಲೇಖನಗಳಲ್ಲಿ ದೃಶ್ಯೀಕರಣ, ಅಂದಾಜು ಗಣನೆ, ತರ್ಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ತಾರ್ಕಿಕ ಕೌಶಲಗಳಿಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ತರಗತಿಯ ವಿಭಾಗ ಮುಗಿದಾಗ ಅವಲೋಕನ ವಿಭಾಗ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲಿ ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುವ FLU ಪಟ್ಟಿಗಳ ಬಗೆಗಿನ ಪರಿಶೀಲನೆಯಿದೆ.

ನಮ್ಮ ಹೊಸ ವಿಭಾಗವಾದ "**ಗಣಿತದ ಸಂತಸ**"ದಲ್ಲಿ ನಾವು ಮೋಹನ್ ಆರ್ ರವರ ಎರಡು ಲೇಖನಗಳೊಂದಿಗೆ ಗಣಿತದ ಸಂಭ್ರಮವನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಅವೆಂದರೆ *ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸೆತ* ಹಾಗೂ *ಊಹಂದಾಜು (Guesstimation)* ಮತ್ತು *ಫರ್ಮಿ ಅಂದಾಜು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.* ಗಣಿತವು ಹೇಗೆ ಬಗೆಬಗೆಯಾಗಿ ವೇಷ ಮರೆಸಿಕೊಂಡು ಬರುತ್ತದೆ? ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು ಎನ್ನುವುದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಕೋಳಿಗಳು ಮತ್ತು ಮೊಲಗಳ ಕಥೆಯನ್ನು ಓದಿ!

ಎಂದಿನಂತೆ **ಪುಲ್‌ಔಟ್**‌ನೊಂದಿಗೆ ನಮ್ಮ ಸಂಚಿಕೆ ಮುಕ್ತಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. *ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರಭುತ್ವ* ಮಟ್ಟದ ಕಲಿಕೆ ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಶಿರಾಲಿಯವರು ಬಗೆಬಗೆಯ ದಾರಿಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಅವೆಲ್ಲವೂ

ನಿರಂತರ ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ನೀಡುವುದಲ್ಲದೆ ಉನ್ನತ ಮಟ್ಟದ ಚಿಂತನಾ ಕೌಶಲದ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತವಾದರೂ ಅವು ಕಠಿಣ ಎನಿಸದ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒತ್ತಡ ನೀಡದ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು.

ನಾವು ಈ ಹೊಸ ಅವತಾರದಲ್ಲಿ ನೆಲೆಗೊಂಡ ನಂತರದ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ, ಕಂಪ್ಯೂಟೇಶನಲ್ ಚಿಂತನೆ ಕುರಿತು ನಿಮಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ. ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಗಳಿಗೆ ಕಾರ್ಯಹಾಳೆಗಳು ಕೆಲವು ಟೇರ್‌ಔಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸಂದೂಕವಂತೂ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಸದ್ಯಕ್ಕೆ, ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆನಂದಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು AtRightAngles.editor@apu.edu.in ಗೆ ಕಳುಹಿಸಲು ಮರೆಯಬೇಡಿ

ಸ್ನೇಹಾ ಟೈಟಸ್

ಸಂಪಾದಕರು, ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್

ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್: ಇದು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಂಜೀ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಪ್ರಕಟನೆ. ಇದು ಶಿಕ್ಷಕರು, ಶಿಕ್ಷಕ ಅಧ್ಯಾಪಕರು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಅಪಾರ ಆಸಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಕುತೂಹಲವಿರುವ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಇದು ತಲುಪಬೇಕೆನ್ನುವುದು ನಮ್ಮ ಆಶಯ. ಈ ಪತ್ರಿಕೆ ವಿವಿಧ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳು ಮತ್ತು ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ವೇದಿಕೆಯಾಗಿರುವುದಲ್ಲದೆ ಇದು ನೂತನ ಮತ್ತು ಬಹುಶ್ರುತ ನಿಲುಮೆಗಳನ್ನು, ಚಿಂತನಶೀಲ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸುತ್ತದೆ. 'ಅಕೆಡೆಮಿಕ್' ಮತ್ತು 'ವೃತ್ತಿನಿರತ' ಇವೆರಡರ ನಡುವಿನ ಮಧ್ಯಮ ಮಾರ್ಗ – ಇದು ನಾವು ಆರಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಹಾದಿ.

ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ
ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್
ಶಾಲಾ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸಂಪನ್ಮೂಲ
Azim Premji University
ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಒಂದು ಪ್ರಕಟಣೆ

ಪರಿವಿಡಿ

ವಿಶೇಷ ಲೇಖನ

ನಮ್ಮ ಪ್ರಧಾನ ವಿಭಾಗವು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಕುರಿತಾದ ಬಹುವಿಧದ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರ ಹರವು ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯ ಕುರಿತಾದ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯವರೆಗೂ ಇರಬಹುದು. ವೃತ್ತಿನಿರತ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ರಚಿತವಾದ ಈ ಲೇಖನಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಎಳೆಯೆಂದರೆ ಮಹತ್ತ್ವದ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳ ಪ್ರಸ್ತುತಿ ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧಿತ ಚರ್ಚೆ.

ತರಗತಿ

ಈ ವಿಭಾಗದ ಲೇಖನಗಳು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಬೋಧನಾಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲು ಮತ್ತು ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸಲು ನೆರವಾಗುತ್ತವೆ. ಇವು ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಂಡ ಯೋಜನೆಗಳ ವೈಯಕ್ತಿಕ ಬೋಧನಾ ಅನುಭವ ಮತ್ತು ಅಂತರವಲೋಕನವನ್ನು ಆಧರಿಸಿವೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಸುಧಾರಣೆಯ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಹೊಳಹುಗಳನ್ನೂ ನೀವಿಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು. ಇಂಥ ಲೇಖನಗಳು ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿಷಯಜ್ಞಾನವನ್ನು ಮತ್ತು ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನಗಳ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ.

ಗಣಿತದ ಸಂತಸ

ಇದು ಗಣಿತದ ಸಂತಸ ಮತ್ತು ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಸಂಭ್ರಮಿಸುವ ವಿಭಾಗ. ಇಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಗಣಿತದ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಿರುವ ಐತಿಹ್ಯ, ಲಘುಘಟನೆ/ಸಂಕಥನಗಳು, ಕಾಮಿಕ್ ಗಳು, ಕಾರ್ಟೂನುಗಳು, ಪ್ರಬಂಧಗಳು ಇಂಥವು ಕಾಣಸಿಗುತ್ತವೆ.

ಮುಂದುವರಿದಿದೆ...

ಅವಲೋಕನ

ಅವಲೋಕನ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಸಂಬಂಧಿತ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳ ಕುರಿತಾದ ವಿಭಿನ್ನ ಒಳನೋಟಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ನಾವಿಲ್ಲಿ ಬಗೆಬಗೆಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು, – ಅಂದರೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು, ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೃತಿಗಳು, ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು, ಉತ್ತಮ ವೆಬ್ ಸೈಟುಗಳು, ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಆಟಗಳು ಮತ್ತು ತಂತ್ರಾಂಶಗಳು –ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತೇವೆ. ನುರಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿಷಯ ಪರಿಣತರು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಕ್ಷೇತ್ರಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಕೊಂಡಿರುವವರು ಹಾಗೂ ಎಲ್ಲ ಬಗೆಯ ಆಸಕ್ತರು ಬರೆದ ಮೌಲ್ಯಾಂಕನ ಲೇಖನಗಳೂ ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲರನ್ನೂ ಒಳಗೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ವಿಭಿನ್ನ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧ ನಿಲುಮೆಗಳು ಒಂದೇ ಕಡೆ ದೊರೆತು ಸೂಕ್ತ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಆರಿಸಲು ಬೇಕಿರುವ ಸಮಗ್ರ ಹಾಗೂ ಲಭ್ಯ ಪರಾಮರ್ಶೆಗಳು ನಮ್ಮ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಓದುಗರಿಗೆ ಸಿಗುತ್ತವೆ.

ಪುಲ್‌ಔಟ್

ಗಣಿತದ ಮೂಲಭೂತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲಿಸಲು ಪುಲ್‌ಔಟ್ ಚಟುವಟಿಕೆ ಆಧಾರಿತ, ಹ್ಯಾಂಡ್ಸ್–ಆನ್ ವಿಧಾನವನ್ನು ಆಧರಿಸಿದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ತಪ್ಪು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಪರಿಹಾರ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಜೊತೆಗೆ, ಮ್ಯಾನಿಪ್ಯುಲೇಟಿವ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಕಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಗಣಿತೀಯ ಕೌಶಲವನ್ನು ಉತ್ತಮಗೊಳಿಸಲು ಮ್ಯಾನಿಪ್ಯುಲೇಟಿವ್‌ಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬಹುದು, ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ, ಬರವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ದಾಖಲೀಕರಣ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಚಟುವಟಿಕೆ ಆಧಾರಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಸೇರಿಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಕುರಿತೂ ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಲೇಖನಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಪುಲ್‌ಔಟ್ ವಿಷಯಾಧಾರಿತವಾಗಿದ್ದು, ಅದನ್ನು ಪತ್ರಿಕೆಯಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದು.

ಹೊಸ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಸತೇನಿದೆ?

ಸಂದೀಪ್ ದಿವಾಕರ್

ಮಕ್ಕಳ ಆರಂಭಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಹಂತದಲ್ಲಿನ(3 ರಿಂದ 8 ವರ್ಷಗಳು) ಕಲಿಕೆಗಾಗಿ ಸುಭದ್ರ ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದರ ಮಹತ್ವವನ್ನು 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು ಗುರುತಿಸಿದೆ. ಮಕ್ಕಳ ಸರ್ವಾಂಗೀಣ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, 2022ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು- ಬುನಾದಿ ಹಂತವು (NCF-FS, 2022) ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ, ನೈತಿಕ, ಜ್ಞಾನಾತ್ಮಕ, ಭಾಷೆ, ಸೌಂದರ್ಯ ಪ್ರಜ್ಞೆ, ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಧನಾತ್ಮಕ ಕಲಿಕೆಯ ಹವ್ಯಾಸಗಳು ಮುಂತಾದ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಗುರಿಗಳು, ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯ ಫಲಿತಗಳನ್ನು ಶಿಫಾರಸ್ಸು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇದರೊಂದಿಗೆ, ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳೂ ಸೇರಿದಂತೆ ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವಾಗ ಎಲ್ಲಾ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳ ಸಮನ್ವಯತೆಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

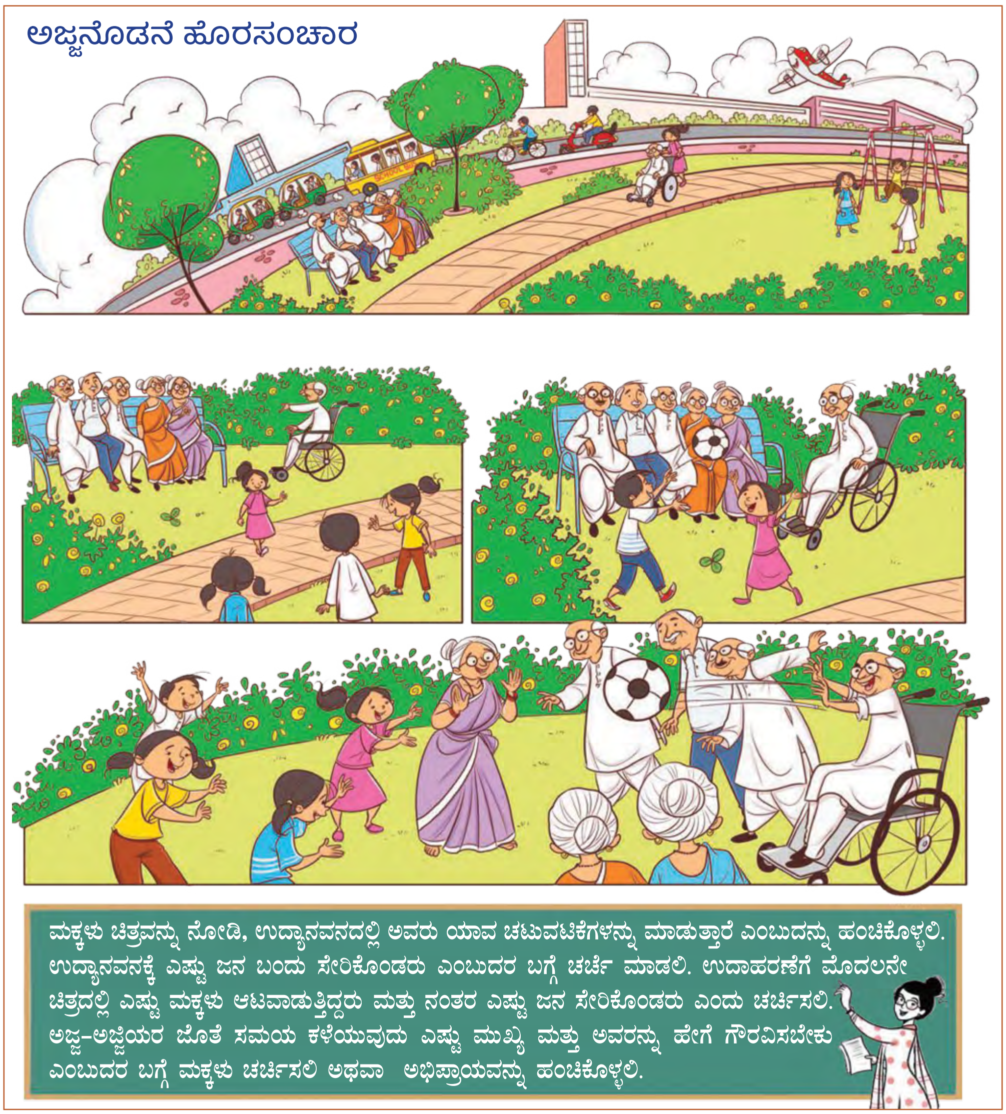
> *''ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಗುರಿಗಳು, ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯ ಫಲಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಒಂದು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ, ಕ್ರಮಾಗತ, ಸುಸಂಗತ ಮತ್ತು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣ ಕಲಿಕೆಯ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ನೆರವಾಗುತ್ತವೆ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ನೀಡುವುದಲ್ಲದೆ ವಿಶ್ವಾಸಾರ್ಹ ಪರಾಮರ್ಶನ ಅಂಶಗಳನ್ನೂ ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ. ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು, ಬೋಧನೆ-ಕಲಿಕೆಯ ವಿಧಾನಗಳು ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಾಂಕನವನ್ನು ಯೋಜಿಸಲು ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವು ಪ್ರಮುಖ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ.''*

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು-ಬುನಾದಿ ಹಂತ, 2022 (NCF–FS, 2022) ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕೆಳಗಿನ ಸಲಹೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ.

1. ಅನುಭವ → ಮಾತನಾಡುವ ಭಾಷೆ → ಚಿತ್ರಗಳು → ಸಾಂಕೇತಿಕ ಭಾಷೆ
2. ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಮಗುವಿನ ನಿಜ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನಕ್ಕೆ ಸಂಪರ್ಕಿಸುವುದು.
3. ಗಣಿತ ವಿಷಯವನ್ನು ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರದ ಒಂದು ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನಾಗಿ ನೋಡುವುದು.

4. ಚರ್ಚೆ ಮತ್ತು ತರ್ಕದ ಮೂಲಕ ಗಣಿತ ಸಂವಹನದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
5. ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯೆಡೆಗೆ ಧನಾತ್ಮಕ ಮನೋಭಾವನೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.

ಹೊಸ ನೀತಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, 2023ನೇ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿಯು 1 ಮತ್ತು 2ನೇ ತರಗತಿಗಳಿಗೆ ಹೊಸ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಿದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಹಲವಾರು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದ್ದು, ಮಕ್ಕಳ ಸರ್ವಾಂಗೀಣ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ ಅನುಭವಾತ್ಮಕ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತಲೇ ತರಗತಿಯ ಒಳಗೆ ಮತ್ತು ಹೊರಗೆ ಸಂಘಟಿತ ಕಾರ್ಯ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುತ್ತವೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ನೈಜ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಮಗುವಿನ ಸುತ್ತಲಿನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಭಾಷೆ ಮತ್ತು ವಯೋ–ಸಹಜ ಭೌತಿಕ ಹಾಗೂ ಮಾನಸಿಕ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸುವ ಪ್ರಯತ್ನವನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವಾಗಿಯೂ ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ ಪುಸ್ತಕವಾಗಿಯೂ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಲಿಯಲು, ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಲು, ಬಣ್ಣ ತುಂಬಲು ಮತ್ತು ಬರೆಯುವುದನ್ನು ಆಟದ ಮೂಲಕ ಕಲಿಯಲು ಸೂಕ್ತ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 1. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 1 ಅಧ್ಯಾಯ 5 ಪುಟ 48

ಈ ಸುಂದರ ಚಿತ್ರಗಳ ಶ್ರೇಣಿಯು ಹಳೆಯ ತಲೆಮಾರಿನವರ ಒಳಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಅವರ ಪ್ರಸ್ತುತತೆ ಹಾಗೂ ಅವರ ಬಗ್ಗೆ ಕಾಳಜಿ ವಹಿಸುವುದರ ಕುರಿತು ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಸಂದೇಶವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಜೊತೆಜೊತೆಗೇ, ಪುಟಾಣಿಗಳಿಗೆ ಎಣಿಕೆಯ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನೂ ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿಭಿನ್ನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಮಕ್ಕಳನ್ನೂ ಕೈ ಬಿಡದೇ, ಎಲ್ಲ ಮಕ್ಕಳೂ ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚೆಂಡು ಬುಟ್ಟಿಯ ಒಳಗಿದೆಯೋ ಅಥವಾ ಹೊರಗಿದೆಯೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಶಬ್ದದಿಂದ ಪತ್ತೆ ಮಾಡಲು ಬುಟ್ಟಿಯ ಒಳ ಮತ್ತು ಹೊರಭಾಗವನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪದಾರ್ಥಗಳಿಂದ ಮಾಡಬಹುದು ಮತ್ತು ಚೆಂಡಿಗೆ ಒಂದು ಗೆಜ್ಜೆಯನ್ನು ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

ಚಿತ್ರ 2. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 1, ಅಧ್ಯಾಯ 1, ಪುಟ 4. ಒಳಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಗೆ ಸಲಹೆಗಳನ್ನು ಈ ಅಧ್ಯಾಯ ಮತ್ತು ಇತರ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ನಾವು ಮಾತಾಡೋಣ

A. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಏನಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಿ.
B. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನೀವು ಯಾವ ಯಾವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದೀರಿ?
C. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮನೆಗಳಿವೆ?
D. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಜನರಿದ್ದಾರೆ?
E. ಮರದ ಎಲೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಎಷ್ಟು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿರಬಹುದು ಎಂದು ಊಹಿಸಿ.
F. ಈ ಚಿತ್ರಕಲೆಗಿರುವ ವಿಶೇಷ ಹೆಸರೇನು ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆಯೇ?
G. ಭಾರತದ ಯಾವ ಭಾಗವು ವರ್ಲಿ ಚಿತ್ರಕಲೆಗೆ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿದೆ?

ಚಿತ್ರ 3. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 1 ಅಧ್ಯಾಯ 8 ಪುಟ 96

ಈ ಸರಳ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕಲೆ–ಸಂಸ್ಕೃತಿಗಳು ಹೇಗೆ ಹಾಸುಹೊಕ್ಕಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 3) ಇಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮಕ್ಕಳ ವೀಕ್ಷಣೆ, ಸಂವಹನ ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತವೆ. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ, ಮಕ್ಕಳ ಸಾಮಾನ್ಯಜ್ಞಾನ ಹೆಚ್ಚಿಸಲೂ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಯೋಜನಾ ಕಾರ್ಯ

A. ಕಲ್ಲು, ಹೂವು, ಎಲೆ, ಲೋಟ, ಬಟ್ಟಲು, ಕಡ್ಡಿ, ಬಳೆ, ನಾಣ್ಯ, ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸದಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ. ಒಡವೆಗಳು, ಹೂಕುಂಡಗಳ ಜೋಡಣೆಗಳು, ಕಲಾತ್ಮಕ ಪ್ರದರ್ಶಕ ವಸ್ತುಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
B. ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಎಲೆಗಳು, ಚಿಟ್ಟೆಗಳು, ಪ್ರಾಣಿಗಳ ಚರ್ಮ (ಬೆಕ್ಕು, ನಾಯಿ, ಹೇಸರಗತ್ತೆ, ಹುಲಿ), ಪರದೆಗಳು, ಸೀರೆಗಳು, ದುಪ್ಪಟ್ಟಾಗಳು, ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳು, ಜೇನುಗೂಡುಗಳು ಇವುಗಳಲ್ಲಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಇಂತಹ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿ.
C. ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಕೊಲಾಜ್ ರಚಿಸಿ.
D. ಚಪ್ಪಾಳೆ ತಟ್ಟುವುದು, ಬೆರಳುಗಳಿಂದ ಚಿಟಿಕೆ ಹೊಡೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಕಾಲಿನ ಹೆಜ್ಜೆಸಪ್ಪಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ನಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಆಕೃತಿಗಳಿವೆ. ನಮ್ಮ ಭಾರತ ದೇಶದಲ್ಲಿರುವ ದೇವಸ್ಥಾನ, ಮಸೀದಿ, ಚರ್ಚ್ ಮತ್ತು ಗುರುದ್ವಾರ ಹಾಗೂ ಸ್ಮಾರಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಸುಂದರ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತಾ, ನಮ್ಮ ದೇಶದ ಶ್ರೀಮಂತ ಪರಂಪರೆಯನ್ನು ಪ್ರಶಂಸಿಸಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ. ವಿವಿಧ ಕಲಾಪ್ರಕಾರಗಳ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ನೃತ್ಯ ಪ್ರಕಾರಗಳ ಚಲನೆಯ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಗಮನಿಸಿದ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ತಿಳಿಸಿ.

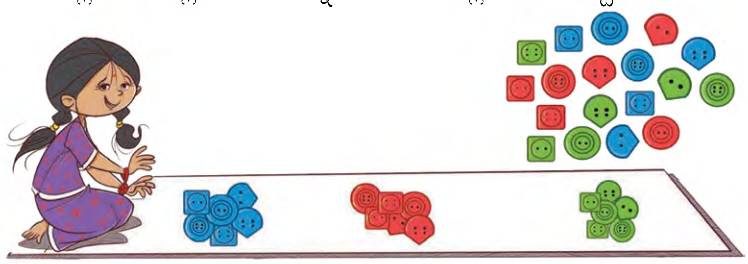
ಚಿತ್ರ 4. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 1 ಅಧ್ಯಾಯ 9 ಪುಟ 104. ವಿವಿಧತೆಯನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಲೇ, ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಕಾಣುತ್ತಾರೆ.

ಹಿಂದಿನ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ವಿವರಣೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದು, ಕೊಟ್ಟ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕೈಗೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಅಡಚಣೆಗಳಿದ್ದವು ಎಂದು ಹಲವಾರು ಶಿಕ್ಷಕರು ದೂರಿದ್ದರು. ಹಳೆಯ ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಕೊರತೆ ಇತ್ತು ಎಂದೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಭಿಪ್ರಾಯಪಟ್ಟಿದ್ದರು. ಇದೀಗ ಈ ಅನಿಸಿಕೆಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪ್ರಯತ್ನವನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಬಹಳಷ್ಟು ಅಧ್ಯಾಯಗಳು ಮಕ್ಕಳ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಒಂದು ಪದ್ಯ, ಆಟ, ಸಣ್ಣ ಕಥೆ ಅಥವಾ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 1ನೇ ತರಗತಿಯ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬೆಕ್ಕು ಅಲ್ಲಲ್ಲಿ ಬಚ್ಚಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಕಿಟಕಿಯ ಮೇಲೆ, ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಹಾಸಿಗೆಯ ಕೆಳಗೆ, ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಕಾರಿನ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ನೆಲಹಾಸಿನ ಕೆಳಗೆ ಅಡಗಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ, ಸಾಂಖ್ಯಿಕ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಲು ಸುಲಭವಾಗಿ ದೊರೆಯುವಂತಹ ಕಲ್ಲು, ಎಲೆ, ಗುಂಡಿ (buttons) ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಬಳಸುವಂತೆ ಸಲಹೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸ್ಥಳೀಯವಾಗಿ ದೊರೆಯುವ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ (ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳು, ಮರದ ತುಂಡುಗಳು, ಬೆರಳುಗಳು, ಗುಂಡಿಗಳು)ಕಡಿಮೆ ವೆಚ್ಚದ ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳ ತಯಾರಿಕೆ ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ, ಸಂಖ್ಯಾಮಾಲೆ(ginladi), ಚುಕ್ಕಿ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳು, ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಗಳ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನೂ ಹೇಳಲಾಗಿದೆ. ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವುದು, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಸಂವಹನ, ಮುಕ್ತ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಚರ್ಚೆಗಳ ಕಡೆಗೆ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ವಾಲುತ್ತವೆ.

ಚಿತ್ರ 5. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 2 ಅಧ್ಯಾಯ 2 ಪುಟ 19. ಆಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರ ಅರಿವನ್ನು ಸಂರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿರುವುದು.

ನಾವು ಮಾಡೋಣ

ಸುವಾಲಿ, ಇಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಗುಂಡಿಗಳನ್ನು 3 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದ್ದಾಳೆ.



ಸುವಾಲಿ ಏಕೆ ಅಂತಹ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾಳೆ?

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಗುಂಡಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಲು ಸುವಾಲಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಿ. ಆ ಗುಂಪುಗಳ ಚಿತ್ರವನ್ನೂ ಬರೆಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರ 6. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 1 ಅಧ್ಯಾಯ 1 ಪುಟ 9.

ಇಂತಹ ಆಟ-ಆಧಾರಿತ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು (ಚಿತ್ರ 5 ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 6) ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಗಣಿತದೆಡೆ ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸದಿಂದ ಮುನ್ನಡೆಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಯೋಜನಾ ಕಾರ್ಯ

0 ಯಿಂದ 9 ರವರೆಗೆ ಬರೆದಿರುವ 9 ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಮೊತ್ತ 9 ಬರುವಂತೆ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

ಈ ರೀತಿ ಜೋಡಿಸುವ ಹಲವಾರು ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಲ್ಲಿರಿ?

$\square + \square = 9$

$\square + \square + \square = 9$

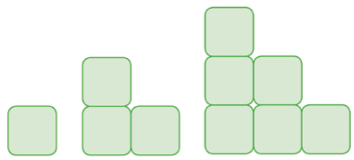
$\square + \square = 9$

ಚಿತ್ರ 7. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 1 ಅಧ್ಯಾಯ 5 ಪುಟ 56.

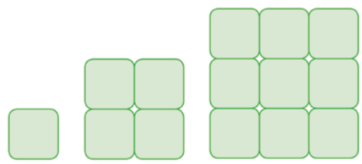
ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಈ ಮೊದಲೇ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಮತ್ತು ಒಂದಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿತ್ತು. 3ನೇ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಯೋಜನಾ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ತಾವೇ ಸ್ವತಃ ತಮ್ಮ ಸಂಖ್ಯಾ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುತ್ತಾರೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಕೊರತೆ ಇಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಮಕ್ಕಳು ಸಂಕಲನವನ್ನು ಸಂತಸದಿಂದ ಮತ್ತು ಮುಕ್ತ-ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇದು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವಿಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿಕೊಂಡು ಅವರ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.

ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದು

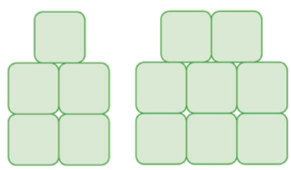
ಕೆಳಗಿನ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಿ.

A. 

1 3 6 ____________ ____________

B. 

1 4 9 ____________ ____________

C. 

5 8 ____________ ____________

ಚಿತ್ರ 8. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 2 ಅಧ್ಯಾಯ 3 ಪುಟ 31.

ಈ ರೀತಿಯ ದೃಶ್ಯೀಕರಣದಿಂದ (ಚಿತ್ರ 8) ವಿಭಿನ್ನ ಕಲಿಕಾ ಶೈಲಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಂಖ್ಯಾವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಉತ್ತಮ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಗತ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರೂ ಸಹ ಇಂತಹ ಒಗಟುಗಳಿಂದ ಸ್ಫೂರ್ತಿಗೊಂಡು, ಬಿಲ್ಲೆಗಳು ಮತ್ತು ಆಟಿಕೆಯ ಘನಗಳನ್ನು (building blocks) ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಮಕ್ಕಳ ಅನುಭವಕ್ಕೆ ನಿಲುಕುವಂತಹ ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಆಶಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ

ನಾನು ಯಾರು?

ಎ. ನಾನು ಎರಡಂಕಿಯ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ

ಬಿ. ನಾನು, ಯಾವುದೇ ಅಂಕಿ ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿರದ ಎರಡಂಕಿಯ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ

ಸಿ. ನಾನು ಎರಡಂಕಿಯ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ

ಡಿ. ನಾನು, ಅಂಕಿಗಳು ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿರುವ ಎರಡಂಕಿಯ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ;

ಇ. ನಾನು, 3 ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡಂಕಿಯ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ

ಎಫ್. ನಾನು, 2 ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡಂಕಿಯ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ.

ನೀವೂ ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ 9. ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತರಗತಿ 2 ಅಧ್ಯಾಯ 1 ಪುಟ 13.

ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿರುವುದರ ಮುಖ್ಯ ಸೂಚಕವೆಂದರೆ, ಮಕ್ಕಳೇ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತೆರೆದಿಡುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚಿತ್ರ 9 ನ್ನು ನೋಡಿ. ಎರಡೂ ತರಗತಿಗಳ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಒಗಟುಗಳಿದ್ದು, ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ತರ್ಕವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತವೆ. ಶಿಕ್ಷಕರೂ ಸಹ ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಒಗಟುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಬಿಡಿಸಲು ಹೇಳಬಹುದು ಎನ್ನುವುದು ಈ ಒಗಟುಗಳ ಮತ್ತೊಂದು ಉದ್ದೇಶ. ರಾಷ್ಟ್ರ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಅಖಂಡ ಭಾರತದ ವಿವಿಧತೆಯನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಗಿದೆ, ಆದರೆ ಅವುಗಳಿಗೂ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಮಿತಿಗಳಿವೆ. ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು ಕೆಲವು ಪ್ರಾಂತ್ಯಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಪರಿಚಯವಿದ್ದು, ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಾಂತ್ಯಕ್ಕೆ ಅವು ಪರಕೀಯ ಎನಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದಲೇ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸ್ಥಳೀಯ ಆಟಗಳು ಮತ್ತು ಆಟಿಕೆಗಳು ಹಾಗೂ ಸ್ಥಳೀಯವಾಗಿ ದೊರೆಯುವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಬೇಕು ಎಂಬ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸಹಜವಾಗಿಯೇ, ಶಿಕ್ಷಕರು ತಮ್ಮ ಸಿದ್ಧತೆಗಾಗಿ ಸೂಚಿಸಿರುವ ಬೋಧನೆಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಅಧ್ಯಾಯಗಳಿಗೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾದ ಪೂರ್ವ ತಯಾರಿಯನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅವಶ್ಯಕವಾಗಿದೆ.

ಹಿಂದಿನ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಸುಮಾರು ಹದಿನಾರು ವರ್ಷಗಳ ಮೊದಲು ಇದೇ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿಯೇ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಕಲಿಸಬೇಕಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ನಿರ್ಧರಿಸಲಾಗುವ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಾಂಕನಗಳ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವಿಚಾರಗಳನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಅವುಗಳಿಗೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಹೊಸ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಹೋಲುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಥೀಮ್ ಅಧ್ಯಾಯಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿತ್ತಾದರೂ, ವಾಸ್ತವ ಸಂಗತಿ ಏನೆಂದರೆ, ಈ ಅಂಶವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಮೆಚ್ಚಲಿಲ್ಲ. ಇದೀಗ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಉದ್ದೇಶಗಳು 1 ಮತ್ತು 2ನೇ ತರಗತಿಗಳ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಿಗೆ ನೇರವಾಗಿ ಭಟ್ಟಿ ಇಳಿದಿವೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಚಿಮ್ಮುಹಲಗೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಗ್ರಹಿಕೆ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ, ತನ್ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳು ಇಡೀ ಜಗತ್ತನ್ನು NCF-FS ನ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಗುರಿಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಲಾಗಿರುವ ಪ್ರಮಾಣ, ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಗುರುತಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಆಶಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಸಂಪಾದಕರ ಸೂಚನೆ: ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎನ್‌ಸಿಇಆರ್‌ಟಿ ಇಂದ ಅನುಮತಿ ಪಡೆದು ಪ್ರಕಟಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪರಾಮರ್ಶನೆ:

1. ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿಗಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪರಿಷತ್ (NCERT). (2023). Joyful mathematics (Class 1 and Class 2). https://ncert.nic.in/textbook.php?aejm1=11-13

ಸಂದೀಪ್ ದಿವಾಕರ್ ಅವರು ಮಧ್ಯಪ್ರದೇಶದ ಭೋಪಾಲ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಫೌಂಡೇಷನ್‌ನಲ್ಲಿ 2012ರಿಂದ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿ ಕಾರ್ಯ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಇವರು ಉನ್ನತ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯ ಅನುಭವವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ ಮತ್ತು ಭೋಪಾಲ್‌ನ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಾ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 15 ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲ ಉಪನ್ಯಾಸಕರಾಗಿ ಕರ್ತವ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಸಂದೀಪ್ ಅವರು, ಶಿಕ್ಷಕರ ತರಬೇತುದಾರರಿಗಾಗಿ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ, ರಾಜ್ಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು, ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು, ತರಬೇತಿ ಮಾಡ್ಯೂಲ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಇವರ ಲೇಖನಗಳು ಶೈಕ್ಷಿಕ್ ಪಲಶ್, ಪ್ರಾಥಮಿಕ್ ಶಿಕ್ಷಕ್, ಶೈಕ್ಷಿಕ್ ಸಂದರ್ಭ ಮೊದಲಾದ ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಗೊಂಡಿವೆ. ಇವರನ್ನು sandeep.diwakar@azimpremjifoundation.org ಮೂಲಕ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಅನುವಾದ: **ಶಾರದ ಹೆಚ್. ಎಸ್.** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ದೀಪಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿ.

ನಾವು ಒಂದು ಆಟವಾಡೋಣ! ಚಿತ್ರ 1ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ನಾಲ್ಕು ಚೌಕಾಕಾರದ ಕೋಣೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಮನೆಯನ್ನು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತೀ ಕೋಣೆಗೂ ಒಂದು ದೀಪವಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದೀಪವನ್ನು ಮನೆಯ ಹೊರಗಿರುವ ಸ್ವಿಚ್ ಮೂಲಕ ನಿಯಂತ್ರಿಸಬಹುದು. ಈ ಮನೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದರೆ, x ಎಂಬ ಕೋಣೆಯ ದೀಪವನ್ನು ಹಾಕಿದಾಗ ಅಥವಾ ಆರಿಸಿದಾಗ, x ಕೋಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಗೋಡೆಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಂಡಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಕೋಣೆಗಳ ದೀಪಗಳು ತಮ್ಮ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಬದಲಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಎಂದರೆ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ದೀಪ ಆರಿದ್ದರೆ ಹೊತ್ತುತ್ತವೆ; ಅಥವಾ ಹೊತ್ತಿದ್ದರೆ ಆರುತ್ತವೆ. ನೀವು ಮನೆಗೆ ಬಂದಾಗ ಎಲ್ಲಾ ಕೋಣೆಗಳ ದೀಪಗಳು ಹೊತ್ತಿಕೊಂಡಿವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಆಗ ನೀವು ಎಲ್ಲಾ ದೀಪಗಳನ್ನು ಆರಿಸಲು ಕೆಳಗಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಬಹುದು.

ಕೋಣೆ 1	ಕೋಣೆ 2
ಕೋಣೆ 3	ಕೋಣೆ 4

ಚಿತ್ರ 1

ಕೊಂಚ ಯೋಚಿಸಿ. ಈ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಕೊಡಬಹುದು?

ಸಲಹೆಗಳಿಗಾಗಿ ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ 48ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. **ಕೃಪೆ: ಮೋಹನ್ ಆರ್**

ಅನುವಾದ: **ಎಂ. ಎನ್. ನಾಗಶ್ರೀ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್ ಪುಟ್ಟಿ**

ಗಣಿತದ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳನ್ನು ಯಾರು ಕಲಿಸುತ್ತಾರೆ?

ರೀಮಾ ಕೌರ್

ಈ ಶಬ್ದಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಶಬ್ದಚಿತ್ರ 1

ಕ್ರಿಷ್ಣಿನಾ ಇತ್ತೀಚೆಗೆ ಒಂದನೆಯ ತರಗತಿಗೆ ಸೇರಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳ ತರಗತಿ ಶಿಕ್ಷಕಿ (ಅವಳ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕಿಯೂ ಹೌದು) ಸೆಮಿಸ್ಟರ್ ಕೊನೆಯ ಪಾಲಕರ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ ಅವಳ ಪಾಲಕರಿಗೆ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ – “ನಾನು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಪರಿಹಾರ ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟರೂ ಸಹ **ಕ್ರಿಷ್ಣಿನಾ**ಳಿಗೆ ಸರಳ ನಿತ್ಯಜೀವನದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತಿಲ್ಲ.. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಲು ನೀವು ದಯವಿಟ್ಟು ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಶಿಕ್ಷಕಿಯೊಂದಿಗೆ ಮಾತನಾಡಿ, ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಭವಿಷ್ಯದಲ್ಲಿ ಈ ಸಮಸ್ಯೆ ಉಲ್ಬಣಗೊಳ್ಳಲಿದೆ.” ಪಾಲಕರಿಗೆ ನಿಜಕ್ಕೂ ಗೊಂದಲ. ಏಕೆಂದರೆ **ಕ್ರಿಷ್ಣಿನಾ** ಮನೆಯಲ್ಲಿ (3+5 ಅಥವಾ 7−3) ತರಹದ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಳು. **ಕ್ರಿಷ್ಣಿನಾ**ಳ ತಾಯಿ ಅವಳ ನೋಟ್ ಬುಕ್ಕನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಾರೆ:

> ಜೆನ್ನಿಫರ್ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 8 ಬಾರಿ ಹಗ್ಗದಾಟ ಆಡಿದಳು. ಆಕೆ ಸಂಜೆ 3 ಬಾರಿ ಹಗ್ಗದಾಟ ಆಡಿದಳು. ಆಕೆ ದಿನದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಹಗ್ಗದಾಟ ಆಡಿದಳು?
>
> ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾಳ ಉತ್ತರ: 5
>
> ಲಿನ್ಸು ನದಿಗೆ ಹೋಗಿ 7 ಮೀನುಗಳನ್ನು ಹಿಡಿದನು. ಅವನ ಸ್ನೇಹಿತ ನದಿಗೆ ಹೋಗಿ 3 ಮೀನುಗಳನ್ನು ಹಿಡಿದನು. ಲಿನ್ಸು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಮೀನುಗಳನ್ನು ಹಿಡಿದನು?
>
> ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾಳ ಉತ್ತರ: 10
>
> ಪ್ರಸಿಡಾಳ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ 5 ಇಡ್ಲಿಗಳಿವೆ. ಆಕೆ 2 ಇಡ್ಲಿಗಳನ್ನು ತಿನ್ನುತ್ತಾಳೆ. ಈಗ ಅವಳ ಬಳಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಇಡ್ಲಿಗಳಿವೆ?
>
> ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾಳ ಉತ್ತರ: 7

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: *ಬುನಾದಿ ಹಂತದ ಭಾಷಾಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯಾಜ್ಞಾನ, ಗಣಿತ ಪದಸಂಪತ್ತು, ಬುನಾದಿ ಹಂತ, ಆರಂಭಿಕ ಬಾಲ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ*

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಕಲಿಕೆಯ ಮೊದಮೊದಲ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಾವು ಗುರುತಿಸುವ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನೇ ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾ ಕೂಡ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. ತಪ್ಪುಗಳು ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಉಪಯುಕ್ತ ಎನ್ನುವುದೇನೋ ನಿಜವೇ. ಅವು ಕಲಿಯುವವರಲ್ಲಿ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನದ ಕಾರಣಗಳಿಂದಾಗಿ ಉಂಟಾಗುವ ತಪ್ಪು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಒಂದು ಅವಕಾಶವನ್ನು ಸಹ ನೀಡುತ್ತವೆ. ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾಳ ತಾಯಿಯ ಅನುಭವ ಹಾಗೂ ವರ್ಕ್ ಶೀಟ್‌ನ ಉತ್ತರಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ, ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನವನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದಾಳೆ; ಆದರೆ ಅವಳಿಗೆ ಯಾವಾಗ ಯಾವುದನ್ನು ಬಳಸಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಕೊರತೆಯು, ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾಳ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ಕೂಡ ಅನುಸರಿಸಿದ ಗಣಿತದ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಭ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗಿರಬಹುದು (ಶಿರಾಲಿ, 2016) (10):

- ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವಾಗ ಗೊಂದಲ ತರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಅಥವಾ ಸೂಚನೆ ನೀಡುವ ಪದಗಳನ್ನು ಬಾಯಿಪಾಠದ ಮೂಲಕ ಕಲಿಸುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 'ಹೆಚ್ಚು' ಮತ್ತು 'ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸು' ಪದಗಳ ಅರ್ಥ ಸಂಕಲನ.
- ನಿತ್ಯಬಳಕೆಯ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ನಡುವಿನ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಘರ್ಷಗಳನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಇಲ್ಲಿ ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾ 'skip' ಪದವನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡು ಅಥವಾ ಕಳೆ ಎಂದು ತಪ್ಪಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸಿರಬಹುದು.
- ಸೂಚನಾ ಪಾಲನೆ, ದೃಶ್ಯೀಕರಣ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರದಂತಹ ಮುಖ್ಯ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸದೆ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳಾಗಿ ಕಲಿಸುವುದು.
- ಪದಸಂಪತ್ತಿನ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯನ್ನು ಭಾಷಾ ಸಮಸ್ಯೆಯಾಗಿ ನೋಡುವುದು ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಆಯಾಮವನ್ನು ಕಡೆಗಣಿಸುವುದು.
- ಮಕ್ಕಳ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟೂ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗದ ಕಳಪೆ ಮಟ್ಟದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು.
- ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಆಲೋಚನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಶಾಬ್ದಿಕವಾಗಿ ದಾಖಲಿಸದಿರುವುದು ಅಥವಾ ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವುದು/ಮೌಖಿಕಗೊಳಿಸದಿರುವುದು. ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದರೆ ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಹಾರದ ಹಂತಗಳನ್ನು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸಿ ಪರಿಕಲ್ಪನಾ ಸ್ಪಷ್ಟತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.
- ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವರ ಆಲೋಚನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸದಿರುವುದು.
- ಸ್ವಂತ ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಮತ್ತು ಪರಿಹರಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಡಿಮೆ ಇದೆಯೆಂದು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು.

ಪದಸಂಪತ್ತು ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಕೆಯ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿದೆ. ಸಮೃದ್ಧ ಪದಸಂಪತ್ತು ಹೊಂದಿದ ಮಕ್ಕಳು ಉತ್ಕೃಷ್ಟ ಭಾಷಾ ಪರಿಸರಗಳಲ್ಲಿ ಆಳವಾಗಿ ತೊಡಗಿಕೊಳ್ಳಲು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಂಭಾಷಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸುವುದು, ಆಟವಾಡುವುದು, ಜೋಕ್ಸ್ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಕತೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಲು ಮತ್ತು ಕೇಳಲು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅರ್ಥ ಸ್ಫುರಿಸಲು ಸಹ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾಳಂತೆ, ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಮಸ್ಯೆ ಇರಲಿಲ್ಲವಾದರೂ, ಭಾಷೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಬಳಸಲು ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುತ್ತಿರುವವರು ಇರುತ್ತಾರೆ. ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳ ಸ್ಪಷ್ಟ ಬೋಧನೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗ್ರಹಿಕೆ ಎಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸುಧಾರಿಸಿರುವುದನ್ನು ಸಂಶೋಧನೆಗಳು ತೋರಿಸಿವೆ. ಇದು ಅಂಗವಿಕಲತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿಯೂ ಕೂಡ ನಿಜ (Powell & Driver, 2014).

ಬುನಾದಿ ಮತ್ತು ಸಿದ್ಧತಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ (ಶಾಲಾಪೂರ್ವ – 5ನೇ ತರಗತಿ) ಶಿಕ್ಷಕರು ನೇಮಕಗೊಂಡಾಗ ಅವರು ಎಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುತ್ತಾರೆಂಬ ಬಲವಾದ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಅವರ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ವಾಸ್ತವಿಕತೆ ಬೇರೆಯೇ ಇದೆ:

1. ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಸೇವಾಪೂರ್ವ ಅರ್ಹತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಶಿಕ್ಷಕರೂ ಎಲ್ಲ ಶಾಲಾ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಲಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ತಯಾರಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ.
2. ಒಂದು/ಎರಡು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಾಕಷ್ಟು ತರಗತಿಗಳಿಗೆ ಕಲಿಸುವ ಶಿಕ್ಷಕರು. ಇದರರ್ಥವೆಂದರೆ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ಕಲಿಸುತ್ತಾರೆ. ಈ ಸನ್ನಿವೇಶವು ಶಬ್ದಚಿತ್ರ 1 ನಲ್ಲಿ ಕಂಡ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಇದೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು ತನ್ನ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯನ್ನು ಭಾಷಾ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ದಾಟಿಸಿಬಿಡುತ್ತಾರೆ. ಇದು ವಿಷಯಗಳ ನಡುವಿನ ಸ್ಪಷ್ಟ ವಿಭಜನೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗುತ್ತದೆ, ಇದು ವೇಳಾಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಆಯೋಜಿಸುವಾಗಲೂ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಬುನಾದಿ ಮತ್ತು ಸಿದ್ಧತಾ ಹಂತದ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿಫುಲ , ಸಹಜ ಅವಕಾಶಗಳು ಇರುವಾಗಲೂ ಅಂತರ್ ಸಂಬಂಧಗಳು ಅರಳುತ್ತಿಲ್ಲ.
3. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮಟ್ಟದ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಶಿಕ್ಷಕರು. ಹೀಗಾಗಿ ಕೆಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಆಸಕ್ತಿಯಿಂದ ಕಲಿಸುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ಇತರ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಂಡರೆ ಅಷ್ಟಕ್ಕಷ್ಟೇ.
4. ಶಿಕ್ಷಕರಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಭಯ. ಇದು ಅವರ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೂ ತಲುಪುತ್ತದೆ.

ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾಳ ಶಿಕ್ಷಕಿ ಏನು ಮಾಡಬಹುದು?

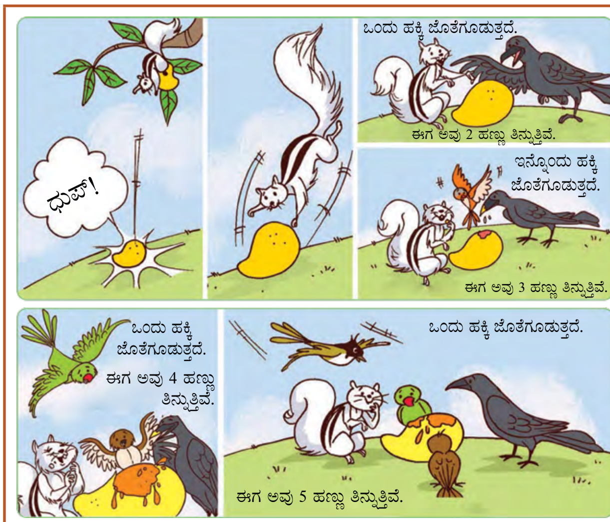
ಕ್ರಿಸ್ಟಿನಾದ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ತಮ್ಮ ಬೋಧನಾವಿಧಾನವನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ (NCF–FS) 2022 (6)ರಲ್ಲಿ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾದ ಬುನಾದಿ ಹಂತದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಉದ್ದೇಶಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಬೆಳಕಿನಲ್ಲಿ ರೂಪಿಸಿಕೊಂಡರೆ ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಲಾಭವಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಉದ್ದೇಶಗಳು (ಇದನ್ನು CG–8 ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಒಟ್ಟಾರೆ ಸಂಜ್ಞಾನಾತ್ಮಕ ವಿಕಾಸದ ಕ್ಷೇತ್ರದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಬರುವಂಥದು). ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು ಪರಿಮಾಣಗಳು, ಅಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ಜಗತ್ತನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಿರುವ ಗಣಿತೀಯ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಕೌಶಲವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾರೆಂದು ಈ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಗುರಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ 13 ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳು. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸರಾಗವಾಗಿ ಮತ್ತು ನಮ್ಮ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮಾಡಬೇಕೆಂಬ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಪರಿಮಾಣಗಳು, ಆಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳ ಕುರಿತಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಲು ಮತ್ತು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧ ಪದಸಂಪತ್ತನ್ನು ಬೆಳೆಸುವ ಮತ್ತೊಂದು ಸಾಮರ್ಥ್ಯವೂ (C–8.12) ಇದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, CG–8 ಅನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸಿ ಚರ್ಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಮಕ್ಕಳ ಗಣಿತದ ಗ್ರಹಿಕೆ ಮತ್ತು ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಬೇರೊಂದು (CG–7) ಗುರಿಯು ಮಹತ್ವದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ . ಏಕೆಂದರೆ, ಇದು ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ಜಗತ್ತನ್ನು ಹೇಗೆ ನೋಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ತರ್ಕವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತಾರೆ ಎನ್ನುವುದರ ಕುರಿತಾಗಿದೆ.

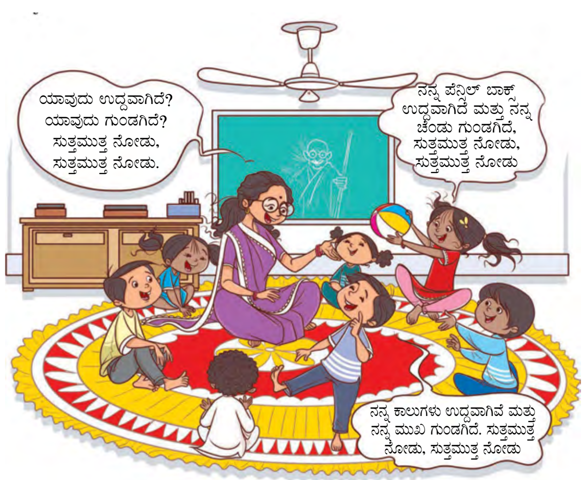
ಶಿಕ್ಷಕರು ಗಣಿತ ಕಲಿಸುವಾಗ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಸ್ಪಷ್ಟ ದಾರಿಯನ್ನು ಮೇಲೆ ಹೇಳಿರುವ ಕಲಿಕಾ ಮಾನಕಗಳು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ :

- ವಿಶ್ವದ ಪರಿಮಾಣಗಳು, ಆಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಪರಿಚಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ದಿನನಿತ್ಯದ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಮಾತನಾಡುವುದು.
- ನಿಜವಾದ ಜೀವನದ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಅನುಭವಗಳು ಮತ್ತು ವಿಶ್ವವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಣೆ ಹೇಗೆ ಗಣಿತ ತತ್ವಗಳ ಬೋಧನೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಮಗ್ರಗೊಳಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗುರುತಿಸುವುದು.
- ಇತರ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳೊಂದಿಗೆ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸಮಗ್ರಗೊಳಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಬೇಕಿರುವ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೌಶಲ್ಯಗಳಂತೆ ನೋಡದಿರುವುದು ಅಂದರೆ ಕಥೆಗಳು, ಹಾಡುಗಳು, ಆಟಗಳು ಮತ್ತು ಕಲೆಗಳ ಮೂಲಕ ಗಣಿತವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುವುದು.
- ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರ ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬೆಂಬಲಿಸಲು ಭಾಷಾ ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ನಿಕಟವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವುದು.

ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳು NCERT ಕಲಿಕದ ಹೊಸ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಮಾದರಿಗಳು (8). ಇಲ್ಲಿ ಕತೆಗಳು, ಹಾಡುಗಳು, ಚಿತ್ರಗಳು, ಕಥಾನಕಗಳು ಮತ್ತು ಕಾಮಿಕ್ ಚಿತ್ರಸಂಪುಟಗಳನ್ನು ಗಣಿತ ಕಲಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಮಾದರಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ಭಾಷೆಯನ್ನು, ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳ ನಿಜ ಜೀವನದ ಅನುಭವದಿಂದ ಹೊರಹೊಮ್ಮಿದ ಗಣಿತದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇತ್ತೀಚೆಗಷ್ಟೇ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸಿದ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು, NCF–FS 2022ರ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಉದ್ದೇಶಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅನುಸಾರ ಇವೆ.



ಕಾಮಿಕ್ ಚಿತ್ರಸಂಪುಟ ಬಳಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು (ಪುಟ 18 & 19)



‘ಏನು ಉದ್ದವಾಗಿದೆ? ಏನು ಗುಂಡಗಿದೆ??’
ಶಿಶುಗೀತೆಗೆ ರಾಗದ ಅಳವಡಿಕೆ (ಪುಟ 11).

ಹೊರಗೆ ಹೋಗಿ ಆಡೋಣ

ಮಕ್ಕಳು ಹಾಡುಗಳನ್ನು ಹಾಡುತ್ತಾ ಕೈ ಕೈ ಹಿಡಿದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸುತ್ತಬಹುದು. ಆಗ ಒಂದು ಮಗುವು ಚಪ್ಪಾಳೆ ಹೊಡೆದು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಳುತ್ತದೆ (ಉದಾ. ನಾಲ್ಕು). ಕೂಡಲೇ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳು ಕೈಗಳನ್ನು ಹಿಡಿದುಕೊಂಡು ನಾಲ್ಕರ ಅನೇಕ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಹೊರಗುಳಿದ ಮಕ್ಕಳು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸಬಹುದು. ಹೀಗೆಯೇ 1 ರಿಂದ 9 ರ ವರೆಗಿನ ಬೇರೆಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಳುತ್ತಾ ಮಕ್ಕಳು ಈ ಆಟವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದು.

ಆಡೋಣ ಬಾ - ಕೈಬೆರಳುಗಳ ಆಟ

A. ಈ ಬೆರಳುಗಳ ಆಟವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನೊಂದಿಗೆ ಆಡಿ. ಕೆಲವು ಬೆರಳುಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿ ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾಲ್ಕು. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನು ನಾಲ್ಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಬೆರಳುಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಬೇಕು.

B. ಆ ನಾಲ್ಕು ಸ್ನೇಹಿತರನ್ನು ಕರೆದು ನಾಲ್ಕಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬೆರಳುಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಬೇಕು, ಹೀಗೆ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದಾಗ ಒಂದು ರೀತಿ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದಾಗ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಿ.

ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚು-ಕಡಿಮೆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಒಳಾಂಗಣ ಮತ್ತು ಹೊರಾಂಗಣ ಆಟಗಳು (ಪುಟ 21 ಮತ್ತು ಪುಟ 24)

G. ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಏಳು ವಸ್ತುಗಳಿದ್ದರೆ ಅದರ ಸುತ್ತ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಎಳೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಕೆಳಗೆ 7 ಅನ್ನು ಬರೆ.

H. ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಂಟು ವಸ್ತುಗಳಿದ್ದರೆ ಅದರ ಸುತ್ತ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಎಳೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಕೆಳಗೆ 8 ಅನ್ನು ಬರೆ.

ಚಿತ್ರಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಎಣಿಕೆ ಮತ್ತು ಬರವಣಿಗೆ (ಪುಟ 27)

ಸಂಕಲನದ ಕಥೆ

A. ರಾಘವ್ ಬಳಿ 4 ಕವಡೆಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಸರಿತಾ ಬಳಿ 5 ಕವಡೆಗಳಿವೆ . ಅವರು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಕವಡೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ?

B. ರಂಜೀತ್ ಬಳಿ 3 ಗೋಲಿಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಮೀನಾಕ್ಷಿ ಬಳಿ 6 ಗೋಲಿಗಳಿವೆ . ಅವರು ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ?

C. ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳಿವೆ . ಮತ್ತೊಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 4 ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳಿವೆ . ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ತೆಂಗಿನಕಾಯಿಗಳಿವೆ?

ನಮ್ಮ ಚೀಲಗಳಲ್ಲಿ ಏನೇನಿವೆ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನೊಂದಿಗೆ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮಾಡಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಬರೆ.

A. ನನ್ನ ಚೀಲದಲ್ಲಿ __________ ಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ನನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತನ ಚೀಲದಲ್ಲಿ _________ ಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ. ನಾವು ಇಬ್ಬರೂ ಒಟ್ಟು ____________ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ.

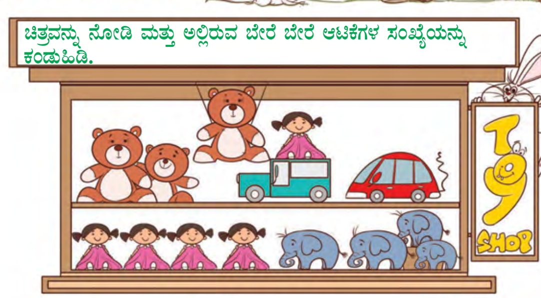
B. ನಾನು ___________ ಬ್ಲೇಡುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇನೆ ಮತ್ತು ನನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತ ___________ ಬ್ಲೇಡುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ. ನಾವು ಒಟ್ಟಾಗಿ __________ ಬ್ಲೇಡುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ.

C. ನನ್ನ ಬಳಿ _________ ನೋಟುಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ನನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತನ ಬಳಿ _________ ನೋಟುಪುಸ್ತಕಗಳಿವೆ. ನಾವು ಒಟ್ಟು _________ ನೋಟುಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ.

B. ಮೊದಲ ಬಸ್ಸು ನಿಲ್ದಾಣದಲ್ಲಿ 6 ಮಕ್ಕಳು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಎರಡನೇ ನಿಲ್ದಾಣದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ 8 ಮಕ್ಕಳು ಬಸ್ಸಿಗೆ ಹತ್ತುತ್ತಾರೆ. ಮೂರನೇ ಬಸ್ಸು ನಿಲ್ದಾಣದಲ್ಲಿ 7 ಮಕ್ಕಳು ಇಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಮೂರನೇ ನಿಲ್ದಾಣದ ನಂತರ ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳು ಇದ್ದಾರೆ?

'ಒಟ್ಟಾಗಿ', 'ಒಟ್ಟು' ಮತ್ತು 'ಎಲ್ಲಾ' ಎಂಬ ಸರಳ ಕಥಾಪರವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು (ಪುಟ 57 & ಪುಟ 71)

ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿ ಮತ್ತು ಅಲ್ಲಿರುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಟಿಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.



ಆನೆ ಟೆಡ್ಡಿಬೇರ್
ಕಾರುಗಳು ಬೊಂಬೆಗಳು

ಹೆಚ್ಚು/ಕಡಿಮೆ/ಸಮ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೆಳಗಿನ ವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

A. ಬೊಂಬೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಕಾರುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ____________

B. ಆನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಬೊಂಬೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ____________

ಆಟಿಕೆ ಅಂಗಡಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ 'ಹೆಚ್ಚು, ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು ಸಮ' ಪದಗಳ ಬಳಕೆ (ಪುಟ 120)

ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು

ಮೂಲ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದಸಂಪತ್ತನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸಲು ಇರುವ ಮೂರು ವಿಶೇಷ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಈ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು ಮೇಲಿನ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ. ಈ ಹಿಂದೆ ಚರ್ಚಿಸಿದಂತೆ, ಇವುಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಬಳಸಬಹುದು ಮತ್ತು ವೇಳಾಪಟ್ಟಿಯ ವಿಭಿನ್ನ ಅವಧಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಬಹುದು. ದಯವಿಟ್ಟು ಗಮನಿಸಿ, ಇವು ಈಗಾಗಲೇ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಹಲವಾರು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚುವರಿಯಾಗಿ ಇಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಓದುವುದು/ಮಾತನಾಡುವುದು

ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸುವುದರಿಂದ ಚಿತ್ರರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ದೃಶ್ಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ ಆ ಮೂಲಕ ಅವರಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಬಹುದು. ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸೌಮ್ಯ ಮೆನನ್ (4) ರವರ 'ಮಾರ್ಕೆಟ್ ಮೇಹೆಮ್ 'ಕೃತಿಯಿಂದ ಆಯ್ದ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರವು ಈಗಾಗಲೇ ಚರ್ಚಿಸಲಾದ ಹಲವಾರು ಗಣಿತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಸಮೃದ್ಧ ಹಿನ್ನೆಲೆಯನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಬಳಸುತ್ತೀರಿ ಎಂದು ಯೋಚಿಸಬಹುದೇ?

ಮಕ್ಕಳ ಸಾಹಿತ್ಯ

ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸಲು ಮಕ್ಕಳ ಸಾಹಿತ್ಯವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವಾಗ, ಗಣಿತದ ಪರಿಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಸಹಜವಾಗಿ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು/ ಕಥಾನಕಗಳಿಗೆ ಆದ್ಯತೆ ನೀಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಮಕ್ಕಳು ದಿನನಿತ್ಯವೂ ಬಳಸುವ ಪದಗಳನ್ನು ಇದರೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಲು ಸಿಗಬಹುದಾದ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿ. ಇದು ಗಣಿತವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಸ್ತುತಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪರಿಚಿತ ಹಿನ್ನೆಲೆಗಳಿಂದಾಗಿ ಮಗುವಿನ ಗ್ರಹಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಸುಧಾರಣೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಿಕ್ಕಿಂ ಪ್ರಿಸ್ಕೂಲ್ ಕರಡು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ (SCERT, 2024) 'ಕುನ್ ಲಾಮೋ, ಕುನ್ ಚೋಟೋ?' (ಯಾವುದು ಉದ್ದ, ಯಾವುದು ಚಿಕ್ಕದು?)ನಲ್ಲಿ ಕಲಿಕಾ ಅನುಭವಕ್ಕೆ ನೇಪಾಳಿ ಕಥೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ, ಅರಣ್ಯದಲ್ಲಿ ಏಕಾಂಗಿಯಾಗಿ ಜಿಗಿಯುತ್ತಾ ಸಾಗುವ ಒಂದು ಕೋಲು ಬೇರೆ ಕೋಲುಗಳನ್ನು ಭೇಟಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆ ಕೋಲುಗಳು ಇದಕ್ಕೆ ಕೈಗಳು ಮತ್ತು ಕಾಲುಗಳಂತೆ ಜೋಡಣೆಯಾಗುತ್ತವೆ.

ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಕಥೆಯನ್ನು ಹೇಳಿ ನಂತರ ಮಕ್ಕಳಿಂದ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ನಿಜವಾದ ಕೋಲುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಏಕಾಏಕಿ ಒಂದು ಕಡ್ಡಿಚಿತ್ರವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅನುಪಾಲನಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮದೇ ಕಡ್ಡಿಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ದೇಹ, ಕೈ ಮತ್ತು ಕಾಲುಗಳಿಗೆ ಬಳಸಿದ ಕೋಲುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ನೇಪಾಳಿ ಭಾಷೆಯ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 'ಲಾಮೋ' ಮತ್ತು 'ಚೋಟೋ', ಆದರೆ ಜೊತೆಜೊತೆಗೇ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಪದಗಳನ್ನೂ ಸಹ ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ. ಅದನ್ನು ಅನೂಪಮಾ ಅಜಿಂಕ್ಯ ಆಪ್ಟೆ (1) 'ಗುಲ್ಲಿಸ್ ಬಾಕ್ಸ್ ಆಫ್ ಥಿಂಗ್ಸ್' ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ, ಅಲ್ಲಿ ಗುಲ್ಲಿಯ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಲಾದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ವರ್ಣಿಸಲು 'ಚಿಕ್ಕದು', 'ದುಡ್ಡು', ಅಗಲವಾದ', 'ಮೇಲೆ' ತರಹದ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ.

ಗುಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾನುವಾರ “ಏನು ಸಮಸ್ಯೆ, ಮಂಗಲ್ ಚಾಚಾ?” ಎಂದು ಕೇಳಿದರು.

“ನಾನು ಈ ಪ್ಯಾಕ್‌ನಿಂದ ಎಣ್ಣೆ ಸುರಿಯಬೇಕು, ಆದರೆ ಬಾಟಲಿಯ ಬಾಯಿ ಎಷ್ಟು ಚಿಕ್ಕದೆಂದರೆ. ನನ್ನ ಅಡುಗೆಮನೆ ತುಂಬಾ ಎಣ್ಣೆ ಚೆಲ್ಲಿಬಿಡುತ್ತೇನೆ ಅನಿಸುತ್ತದೆ” ಎಂದರು ಮಂಗಲ್ ಚಾಚಾ.

“ಅದೆಲ್ಲಾ ನನಗೆ ಬಿಡಿ. ನಾನು ನಿಮಗೆ ಬೇಗನೇ ಏನಾದರೂ ಪರಿಹಾರ ಹುಡುಕುತ್ತೇನೆ,” ಎಂದು ಗುಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರು.

ಕ್ಲಿಂಕ್, ಕ್ಲಾಂಕ್, ದಡುಂ ದಡುಂ . ಈ ಬಾರಿ ಗುಲ್ಲಿಯು ಏನು ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಕೊಂಡರು? ನೋಡೋಣ! ದೊಡ್ಡ, ಅಗಲವಾದ ಬಾಯಿಯ ಒಂದು ಆಲಿಕೆ. ಮೇಲಿಂದ ಏನನ್ನಾದರೂ ಸುರಿಯಿರಿ. ಅದು ಎಷ್ಟು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಹನಿಹನಿಯಾಗಿ ಕೆಳಗಿಳಿದು ಬರುತ್ತದೆಯೆಂದು ನೋಡಿ!

ಮೂರನೆಯ ಮಾದರಿ ಕತೆ “ತೀರ ಆಘಾತಕಾರಿ ಶಾಲಾ ಪ್ರಗತಿಪತ್ರ “ – ಜೇನ್ ಡೆ ಸುಜಾ (5). . ಈ ಕಥೆ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಸಾಮಾಜಿಕ-ಭಾವನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನೈತಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಇವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಮುಂತಾದ ಸರಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಗೆ ಬಳಸಬಹುದು.

ಇದು ಪಟ್ಟು ಎಂಬ ಬಾಲಕನ ಕುರಿತಾಗಿದೆ. ಅವನಿಗೆ ಶಾಲಾ ಪ್ರಗತಿಪತ್ರವನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವುದೆಂದರೆ ಭಯ.

ಈ ಬಾರಿ, ಅವನ ಅಪ್ಪ ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದಲೇ ನೇರವಾಗಿ ಶಾಲಾ ಪ್ರಗತಿಪತ್ರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಹೋಗಿದ್ದಾರೆ. ಅಪ್ಪ ಪಟ್ಟುವಿನ ವರದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದರು. ಅವರ ಮುಖ ನೋಡಬೇಕಿತ್ತು!

ಓದಿನಲ್ಲಿ 10 ಕ್ಕೆ 3. ಅಪ್ಪನ ಹುಬ್ಬುಗಳು ಗಂಟಿಕ್ಕಿದವು.

ಪಾಠಕಥನದಲ್ಲಿ (Recitation)10 ಕ್ಕೆ 4. ಅವರ ತಲೆ ಬಿರುಗಾಳಿಗೆ ಸಿಕ್ಕ ಮರದಂತೆ ಹೊಯ್ದಾಡಿತು.

ಸ್ಪೆಲಿಂಗ್ ಗೆ 10 ಕ್ಕೆ 2. ಅಯ್ಯೋ ದೇವರೇ!

ಮನೆಯ ಕಡೆಗೆ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದಾಗ, ಪಟ್ಟು ತನ್ನ ಬೀದಿಯಲ್ಲಿಯ ಅನೇಕ ಜನರನ್ನು ಮಾತನಾಡಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಅವರ ಮಾತುಕತೆಗಳ ಮೂಲಕ, ಪಟ್ಟು ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಮನಸ್ಸಿನ ಮಗು . ಎಲ್ಲರ ಜೊತೆಗೂ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಹೋಗುತ್ತಾನೆ ಎಂದು ಅಪ್ಪನಿಗೆ ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ. ಮನೆ ತಲುಪಿದಾಗ ಪಟ್ಟು ತನ್ನ ಅಂಕಗಳನ್ನು ತನ್ನ ಅಮ್ಮನೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಅಂಜುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ನಾಚುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ ಅಪ್ಪ ಕೊಡುವ ಶಾಲಾ ಪ್ರಗತಿಪತ್ರವೇ ಬೇರೆ.

“ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲಿ ಇವನು 10 ಕ್ಕೆ 9,” ಪಪ್ಪಾ ಹೇಳಿದರು.

“ಕರುಣೆಗೆ 10 ಕ್ಕೆ10.

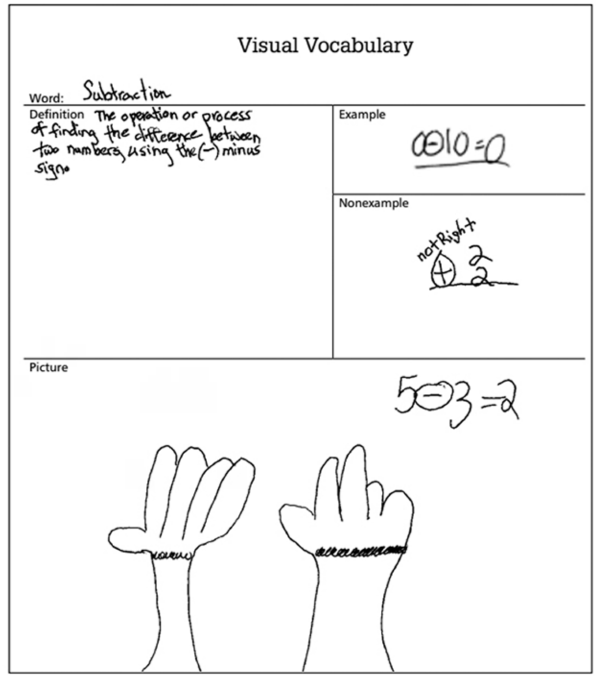
ಗೌರವಕ್ಕೆ 10 ಕ್ಕೆ 11.”

ಗ್ರಾಫಿಕ್ ಸಂಘಟಕಗಳು (Graphic organizers)

ಗ್ರಾಫಿಕ್ ಸಂಘಟಕಗಳೆಂದರೆ ವಿಷಯದ ಕುರಿತಾಗಿ ಡ್ರಾಯಿಂಗ್ ಗಳು, ಕೋಷ್ಟಕಗಳು, ನಕ್ಷೆಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ದೃಶ್ಯಾತ್ಮಕ ಚಿತ್ರಣಗಳು. ಇವು ಸಂದರ್ಭ-ಆಧಾರಿತ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಆಳವಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಮತ್ತು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ವಿನೂತನ ಮತ್ತು ಆಕರ್ಷಕ ಸಾಧನವಾಗಿದೆ (Bay–Williams & Livers, 2009) (2). ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಬುನಾದಿ ಹಂತದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪದಸಂಪತ್ತನ್ನು ದೃಶ್ಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಓದಿದರೆ ಆಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಅವರ ಗ್ರಹಿಕೆಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. 1997ರಲ್ಲಿ ನಡೆಸಿದ ಒಂದು ಅಧ್ಯಯನದಲ್ಲಿ, ಗ್ರಾಫಿಕ್ ಸಂಘಟಕಗಳ ಮೂಲಕ ಪದಸಂಪತ್ತಿನ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಪಡೆದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು, ಪಠ್ಯಗಳ ಮೂಲಕ ಪದಸಂಪತ್ತಿನ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಪಡೆದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳಿಗಿಂತ ಬಹಳ ಮುಂದಿದ್ದರು (Monre & Pendergrass, 1997, as cited in Powell & Driver, 2014) (9).

ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಗ್ರಾಫಿಕ್ ಸಂಘಟಕ (Bruun et al., 2015) (3) ವ್ಯವಕಲನದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಕುರಿತಾಗಿದೆ. ಮಗು ಅದನ್ನು ಅದನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತದೆ, ಇತ್ಯಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನೇತ್ಯಾತ್ಮಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ತನ್ನದೇ ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನವನ್ನು ತೋರಿಸುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಸಂಘಟಕವನ್ನು ಬಳಸಿ ಬಾಲಕನ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. (ಬಾಲಕನು ‘0 – 10 = 0’ ಯನ್ನೇಕೆ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ ಕೊಡುತ್ತಾನೆ? ಅವನು ‘10 – 10 = 0’, ಅಥವಾ

’10 – 0 = 0’, ಎಂದು ಬರೆಯುವ ಉದ್ದೇಶ ಹೊಂದಿದ್ದನೇ?); ದೋಷಪೂರ್ಣ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ‘5 – 3 = 2’ ಸರಿಯಿದೆ, ಆದರೆ ಚಿತ್ರವು ಎರಡು ಮುಚ್ಚಿದ ಮತ್ತು ಮೂರು ತೆರೆದ ಬೆರಳುಗಳನ್ನು ಏಕೆ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ? ಬಾಲಕನು ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ ಸಾಗುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೇನು?); ಮತ್ತು ಬೋಧನಾ ಯೋಜನೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಹೊಸ ಒಳನೋಟ ಪಡೆಯುವುದು. (ವ್ಯಾಖ್ಯೆ (definition) ಗಳನ್ನು ಕಲಿಸಬೇಕೇ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪುನಾರಾವರ್ತಿಸಬೇಕೆಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕೇ? ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮದೇ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಜಿಸಬಹುದೇ?)



ಸಾರಾಂಶ

ಬುನಾದಿ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎಣಿಕೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಹೋಲಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸರಳ ಸಂಖ್ಯಾಪೂರ್ವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವುದು, ಸರಳ ಆಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಅಳತೆಯ ಕುರಿತಾದ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು ಮತ್ತು ಆರಂಭಿಕ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತವೆ. ಭಾಷೆಯ ಬಳಕೆಯಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತಪ್ಪು ಗ್ರಹಿಕೆಗಳು ಗಣಿತದ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅಡ್ಡಗೋಡೆಯಾಗಬಹುದು.

ಮಕ್ಕಳ ನೈಜ-ಜೀವನದ ಅನುಭವಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಷಯವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಪದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಅನೇಕ ಬಗೆಯ ಅನಾವರಣವನ್ನು ಒದಗಿಸುವ ವೈವಿಧ್ಯಮಯ ತಂತ್ರಗಳು (ಪ್ರಮುಖ ಪದವು ‘ಅನೇಕ’, ; ‘ಪುನರಾವರ್ತಿತ’ ಅಲ್ಲ!) ದೈನಂದಿನ ವೇಳಾಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅದನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಒಬ್ಬ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಅಥವಾ ಒಂದು ತರಗತಿ/ ಅವಧಿಗೆ ಮೀಸಲಾಗಿಸಬಾರದು. ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಗುರಿಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದರಿಂದ ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರೂಪುಗೊಂಡಿರುವ ರಾ.ಪ.ಚೌ. (NCF–SE, 2023) (6) ಅಂದರೆ, ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯಾಜ್ಞಾನ, ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ; ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ; ಗಣಿತದ ಅಂತರ್ಬೋಧೆ ಮತ್ತು ಆನಂದ, ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಆಶ್ಚರ್ಯಗಳಂಥ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಗುರಿಗಳ ಕಡೆಗೆ ಸಾಗಲು ಸಾಧ್ಯ!

ಸಂಪಾದಕರ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು NCERT ಅನುಮತಿಯೊಂದಿಗೆ ಬಳಕೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

ಪರಾಮರ್ಶನ

1. Apte, A. A. (2015, June 22). Gulli’s box of things. https://storyweaver.org.in/. https://storyweaver.org.in/en/stories/486-gulli-s-box-of-things
2. Bay-Williams, J. M., & Livers, S. D. (2009). Supporting mathematics vocabulary acquisition. *Teaching Children Mathematics*, *16*(4), 238–246. https://doi.org/10.5951/tcm.16.4.0238
3. Bruun, F., Diaz, J., & Dykes, V. J. (2015). The language of mathematics. *Teaching Children Mathematics*, *21*(9), 530–536. https://doi.org/10.5951/teacchilmath.21.9.0530
4. Menon, S. (2016, November 21). Market mayhem. *https://storyweaver.org.in/*. https://storyweaver.org.in/en/stories/9740-market-mayhem
5. De Suza, J. (2018, February 8). The very shocking report card. https://storyweaver.org.in/. https://storyweaver.org.in/en/stories/26976-the-very-shocking-report-card
6. National Council for Educational Research and Training (NCERT). (2022). Foundational Stage National Curriculum Framework. https://ncert.nic.in/pdf/NCF_for_Foundational_Stage_20_October_2022.pdf
7. National Council for Educational Research and Training (NCERT). (2023). School Education National Curriculum Framework. https://ncert.nic.in/pdf/NCFSE-2023-August_2023.pdf
8. National Council for Educational Research and Training (NCERT). (2023). *Joyful mathematics (Class 1)*. https://ncert.nic.in/textbook.php?aejm1=11-13

9. Powell, S. R., & Driver, M. K. (2014). The influence of mathematics vocabulary instruction embedded within addition tutoring for First-Grade students with mathematics difficulty. *Learning Disability Quarterly*, *38*(4), 221–233. https://doi.org/10.1177/0731948714564574

10. Shirali, P. (2016). Teaching word problems: A practical approach. *At Right Angles, 5*(1). http://publications.azimpremjiuniversity.edu.in/id/eprint/3124

11. State Council for Educational Research & Training (SCERT). (2024). *Draft Sikkim Preschool Curriculum*.

ರೀಮಾ ಕೌರ್, ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಅಝೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ನಿರಂತರ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ (SCE–URC) ದಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು ದೆಹಲಿಯ ಗುರು ಗೋಬಿಂದ್ ಸಿಂಗ್ ಇಂದ್ರಪ್ರಸ್ಥ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ B.Ed. ಮತ್ತು ದೆಹಲಿಯ ಭಾರತ ರತ್ನ ಡಾ ಬಿ ಆರ್ ಅಂಬೇಡ್ಕರ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ M.A. ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳು ಆರಂಭಿಕ ಭಾಷೆ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತೆ ಮತ್ತು ಆರಂಭಿಕ ಮಕ್ಕಳ ಶಿಕ್ಷಣ. ರೀಮಾ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ ಗಣಿತವನ್ನು ಕಂಡರೆ ಬಹಳ ಹೆದರುತ್ತಿದ್ದರು. ಈಗ " ನಾನು ಗಣಿತ ಪತ್ರಿಕೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲೇಖನವನ್ನು ಬರೆದಿದ್ದೇನೆಂದು ನಂಬಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತಿಲ್ಲ!" ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಅವರ ಇ-ಮೈಲ್ ವಿಳಾಸ : rima.kaur@azimpremjifoundation.org

ಅನುವಾದ: **ಎಸ್ ಎನ್ ಗಣನಾಥ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್ ಪುಟ್ಟಿ**

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಾಂದರ್ಭಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು: ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟಿನ (NCFSE) ವಿಧಾನ

ಹೃದಯಕಾಂತ್ ದಿವಾನ್

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಕಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಕೊರತೆಯನ್ನು ತುಂಬಲು ನೀತಿ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾಶೀಲ ಸಂವಾದಗಳು ಹಾಗೂ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳು ಪ್ರಯತ್ನಶೀಲವಾಗಿವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ, ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಚೌಕಟ್ಟುಗಳಲ್ಲಿ ಇದಕ್ಕೆ ಒತ್ತು ಕೊಡಲು ಪ್ರಾರಂಭವಾದಾಗಿನಿಂದ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸಬೇಕು ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಬೋಧಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದು ಇನ್ನೂ ಚಿಂತೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗಿಯೇ ಉಳಿದಿದೆ. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ಮುಖ್ಯವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದು ವಿಕಾಸಗೊಳ್ಳುತ್ತಲೇ ಇದೆ—ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಗಣಿತದ ಬೋಧನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ. ಸುಲಭವಾಗಿ ಬಳಸಬಹುದಾದ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್‌ಗಳು ಇಂದು ಲಭ್ಯವಿರುವಾಗ ಮೂಲಭೂತ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣವು ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳ ಅಥವಾ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವ ತಂತ್ರವಿಧಾನಗಳ ಅಥವಾ ಬಾಯಿಪಾಠ ಮಾಡುವ ವಿಷಯಗಳತ್ತ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಗಮನಹರಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೆ?

ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು – 2023ರ ಪ್ರಕಾರ, *ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ, ಹಲವು ಪರ್ಯಾಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಯೋಜಿಸುವ, ಹಲವು ಪರಿಹಾರಗಳ ಯೋಗ್ಯತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ಸೂಕ್ತ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಂಡು, ಆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾರ್ಯಗತಗೊಳಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳು ಅಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಐದೂ ಗುರಿಗಳನ್ನು ತಲುಪಲು ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಬೇಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಲವು ಗಣಿತೀಯ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಭುತ್ವವನ್ನು ಬೇಡುತ್ತವೆ. ಕೂಡುವುದು ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವಂತಹ ಸರಳ ಅಂಕಗಣಿತೀಯ ಕೌಶಲಗಳಿಂದ ಹಿಡಿದು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಸಂಕೀರ್ಣಕ್ರಿಯೆಗಳವರೆಗೂ ಇದರ ಹರವಿದೆ. ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಗಣನಾತ್ಮಕ ಮಾದರಿಗಳ ಬಳಕೆಯು ಗಣನಾತ್ಮಕ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಬೇಡುತ್ತದೆ. ತಾರ್ಕಿಕ ವೈಚಾರಿಕತೆಯ ಕೌಶಲಗಳು ಔಪಚಾರಿಕ ಹಾಗೂ ಅನೌಪಚಾರಿಕ ವಿಧಾನಗಳೆರಡರಲ್ಲೂ ವಾದಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಯೋಗ್ಯತೆಯನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ.*

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವರಿಗಾಗಿ ಆಯ್ಕೆಮಾಡಲ್ಪಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಒತ್ತಿನ ಕಡೆಗೆ ನಾವು ಬೀರುವ ನೋಟವು ಈ ದೃಷ್ಟಿಕೋನ ಹಾಗೂ

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: *ಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು; ಸಂದರ್ಭ*

ಅದಕ್ಕೂ ಮಿಗಿಲಾದದ್ದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಸಾಂದರ್ಭಿಕವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತವೆನಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೆಂದರೆ ಆಕರ್ಷಕ ಚಿತ್ರಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲಾದ ಪದಸಮಸ್ಯೆಗಳಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ. ಅವು ಮಕ್ಕಳ ಜೀವನಾನುಭವಗಳಿಂದ ಹೊರಹೊಮ್ಮುವಂತೆ ಇರಬೇಕು. ಅದೇ ಸಮಯಕ್ಕೆ, ಮಕ್ಕಳು ಆ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಮನಗಾಣುವಂತಿದ್ದು, ಈ ಪರಿಹಾರಗಳು ಅವರ ದಿನನಿತ್ಯದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಅವರ ನಿರ್ಧಾರಗಳ ಮೇಲೆ ಬೀರುವ ಪ್ರಭಾವವನ್ನು ಅವರು ಅರಿಯುವಂತಿರಬೇಕು.

ಮಾಮೂಲಿ ಗಣಿತ ತರಗತಿಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಅಂತಹ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡದೆ, ಬಹುತೇಕ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರದ ರುಚಿಯನ್ನು ಸವಿಯಲು ದುಬಾರಿಯಾಗುತ್ತಿರುವ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆಗಿನ ಸಂವಾದದ ಅಂಗವಾಗಿ ಬಂದರೆ ಮಾತ್ರ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪ್ರಸ್ತುತವೆನಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಬಯಲುಮಾಡಿ, ತನ್ಮೂಲಕ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪ್ರಸ್ತುತವಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವನ್ನೇ ನೀಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇಂತಹ ಅವಕಾಶ ದೊರೆತರೆ ಮಾತ್ರ ಅವರು ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಉದ್ದೇಶವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿ, ತಮಗೆ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯಿಂದ ತಾವು ಅರಸುತ್ತಿರುವುದರತ್ತ ಸಾಗುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಹಂತ–ಹಂತವಾಗಿ ಅನುಸರಿಸುವ ಹಾಗೂ ಯಾಂತ್ರಿಕ ಕವಾಯತಿನಂತೆ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳನ್ನೂ ನೆನಪಿಗೆ ಸಲ್ಲಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು

ರುಪಾಯಿ ಮತ್ತು ಪೈಸೆ

ಎಷ್ಟು  ಪೈಸೆಗಳು ಸೇರಿದರೆ ಒಂದು ರುಪಾಯಿ ಆಗುತ್ತದೆ?

ಐವತ್ತು ಪೈಸೆಯೆಂದರೆ ಅರ್ಧ ರುಪಾಯಿಯೆ?

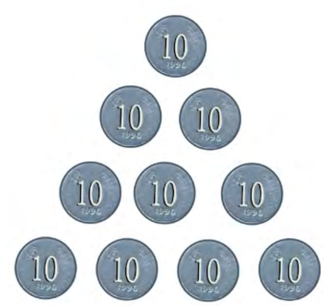
ಎಷ್ಟು  ಪೈಸೆಗಳು ಸೇರಿದರೆ ಒಂದು ರುಪಾಯಿ ಆಗುತ್ತದೆ?

25 ಪೈಸೆ ರುಪಾಯಿಯ _________ ಭಾಗ.

20 ಪೈಸೆ ರುಪಾಯಿಯ _________ ಭಾಗ.

ಎಷ್ಟು 10 ಪೈಸೆಗಳು ಸೇರಿದರೆ ಒಂದು ರುಪಾಯಿ ಆಗುತ್ತದೆ?

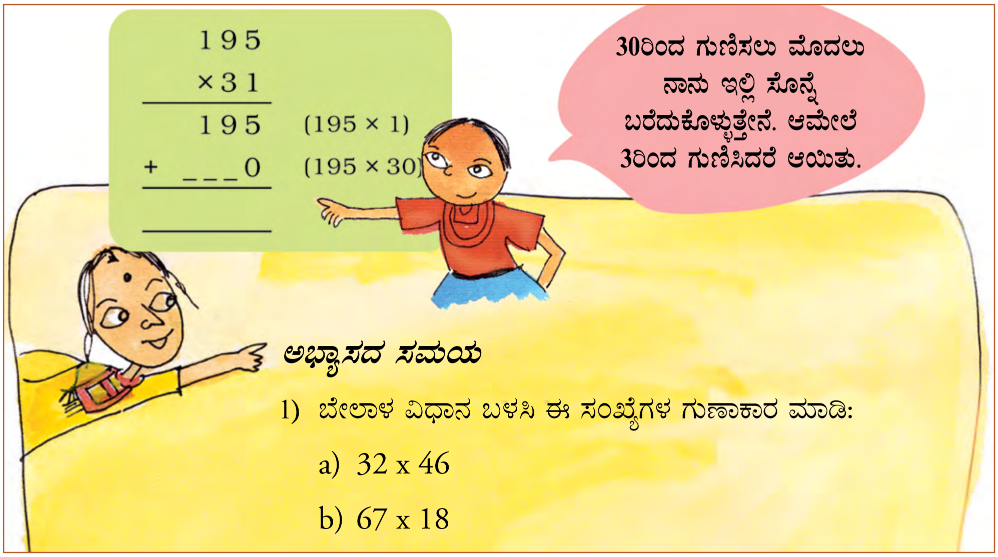
ಅಂದರೆ, 10 ಪೈಸೆ ರುಪಾಯಿಯ _________ ಭಾಗ.



ಚಿತ್ರ 1. *5ನೇ ತರಗತಿಯ NCERT ಪುಸ್ತಕದ 4ನೇ ಅಧ್ಯಾಯ, ಪುಟ 65*

ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಲೀ, ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗಲೀ ಸಮಯವೇ ದೊರೆಯುವುದಿಲ್ಲ. ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ದಾಟಿಸಬೇಕಿರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಸಮಾಧಾನದ ಸಂವಾದಗಳಿಗಾಗಿ ಸಮಯ ನಿಗದಿಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲವಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಮಕ್ಕಳು ಎದುರಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಗೆ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಬೆಸೆಯುವ ಕಾರ್ಯ ನಡೆಯುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, "ಗಣಿತ ವಿಸ್ಮಯ" (ತಾವು ಎದುರಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು ಬೇಡುವಂತಹ ಗಣಿತದೊಂದಿಗೆ ಮಕ್ಕಳು ಕೆಲಸಮಾಡುವಂತೆ ರೂಪಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದ್ದರೂ, ಇದನ್ನು ಬಹುತೇಕ ಯಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ನಿರ್ವಹಿಸುವ) ಸರಣಿಯಿಂದ ಪ್ರಶ್ನೆಯೊಂದನ್ನು ನೋಡೋಣ (ಚಿತ್ರ 1).

ಇದು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಇಂದು ಚಲಾವಣೆಯಲ್ಲಿ ಇರದ ನಾಣ್ಯದ ಬಗ್ಗೆ ಗಮನ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವುದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪ್ರಸ್ತುತವೆನಿಸದೇ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಇದೇನಾದರೂ ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಅಜ್ಜ–ಅಜ್ಜಿಯರೊಂದಿಗೆ ನಡೆಸುವ ಸಂವಾದದ ಅಥವಾ ವಸ್ತುಗಳ ಕಟ್ಟಿಕೊಡುವುದು ನಮ್ಮ ಪ್ರಯಾಸವಾಗಿದೆ. ನಾವು ನೀಡುವ ಸಂದೇಶವು, "ಹಂತಗಳಿಂದ ಸರಿದು, ಅಡ್ಡಹಾದಿ ಹಿಡಿಯದೆ ಅವುಗಳನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಅನುಸರಿಸು" ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸದಿರುವುದು ಹಾಗೂ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದರೆ ತಪ್ಪಾಗುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇರುವುದರಿಂದ ಬೇರೊಂದು ಪರಿಹಾರ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಅನುಸರಿಸದೇ ಇರುವುದು ನಮ್ಮ ಸಲಹೆಯಾಗಿದೆ. ತರಗತಿಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ತಥಾಕಥಿತ ಕಲಿಕಾ–ಬೋಧನ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು (TLM) ಬಹುತೇಕ ಈ ಉದ್ದೇಶದ ಈಡೇರಿಕೆಗಾಗಿ ರೂಪಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತವೆ. ಒಂದರ್ಥದಲ್ಲಿ, ಅವುಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಮೂರ್ತ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಅವರು ನೆನಪಿಗೆ ಸಲ್ಲಿಸಲು ನೆರವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡುವುದೇ ಇವುಗಳಿಂದ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲ್ಪಡುವ ಫಲಗಳಾಗಿವೆ. ಅವು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಹಂತಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದಿರಲಿ, ಮಕ್ಕಳು ಪರ್ಯಾಯ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು



ಚಿತ್ರ 2. *5ನೇ ತರಗತಿಯ NCERT ಪುಸ್ತಕದ 13ನೇ ಅಧ್ಯಾಯ, ಪುಟ 171*

ಬಳಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುವುದೇ ಇಲ್ಲ. ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ಯಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಒತ್ತು ಕೊಡುವಂತೆ ಪಠ್ಯದಲ್ಲಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೂ ರೂಪಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಲೇಖನದ ಚಿತ್ರ 2ನ್ನು ನೋಡಿ.

ಇದರಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಐದನೇ ತರಗತಿಯ NCERT ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಪುಟವು (ಇದು ಕೇವಲ ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಒಡೆದು, ಹಂತ-ಹಂತವಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸಮಾಡುವತ್ತ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿದ್ದರೂ) ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ "ಏಕೆ" ಎಂಬುದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲು ವಿಪುಲ ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುವಂತಿದೆ. ಇಷ್ಟಾದರೂ, ಇಂತಹ ಸಂವಾದವು ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವುದನ್ನು ನಾವೆಷ್ಟು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ?

ಅಮಿತ್ ಕುಲಶ್ರೇಷ್ಠ ಅವರು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು ಹಾಗೂ ಸಂಶೋಧಕರು. ಅದು ಅವರ ಕಸುಬು ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಅವರು ತಮ್ಮ ಖುಷಿಗಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿಯು ಹೊರತರುವ "ಪಾಠಶಾಲಾ ಬೀಥರ್ ಬಹರ್"ನಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾದ ಅವರ ಲೇಖನದ [1] ಸಂಗ್ರಹವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆಯಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, [2]ರಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ ತದನಂತರ ಬಂದ ವೆಬಿನಾರ್ ಕೊಂಡಿಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪದಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ತರಾತುರಿಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಬಹುತೇಕ ಬಾರಿ ಅವರು ಯಾವ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಕೆಲವು ಮುಖ್ಯಪದಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವಂತೆ ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ. ಸರಿಯಾದ ಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತರಬೇತಿ ನೀಡುವ, ಸರಿಯಾದ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸುವ ಹಾಗೂ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಇರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಾಯಿಪಾಠ ಮಾಡಿಸುವ ದೆಸೆಯಲ್ಲಿ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ತರಗತಿಯ ಇಡೀ ಗಮನವು ಕೇಂದ್ರೀಕೃತವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕುಲಶ್ರೇಷ್ಠ ಅವರು ವಾದಿಸುತ್ತಾರೆ. ವಿವರಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಕಡೆ, ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅನುಸರಿಸಬೇಕಿರುವ ಹಂತಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡುವ ಕಡೆಗೆ ತರಗತಿಯು ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಯೋಚಿಸಲು ಅಥವಾ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ನೀಡಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಅಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಅವಕಾಶವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ದಾಖಲೆಗಳು, ಪ್ರಸ್ತುತ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ, ಮಕ್ಕಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸಲು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುವುದಷ್ಟೆ ಅಲ್ಲದೆ, ಅವರನ್ನು ಆ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಹುರಿದುಂಬಿಸಬೇಕು ಎಂದು ಬಲವಾಗಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಹಲವು ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳಿರುತ್ತವಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಹಲವು ಉತ್ತರಗಳೂ ಸಹ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿಯಬೇಕು. ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (2023) ಸಹ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುವಂತಾಗಲು ತರಗತಿಗಳು ಪರಿಹಾರದ ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು ಎಂಬ ಸಲಹೆ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ತೋರುವ ಅಗತ್ಯ ಇದೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿಯ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪರಿಷತ್ತು (NCERT) ಹೊರತಂದಿರುವ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಹಾಗೂ ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ದಾಖಲೆಗಳು ಒತ್ತು ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಹಲವೊಮ್ಮೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಾದರಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಅವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಹಜವಾದ ಸಾಂದರ್ಭಿಕ ಹಿನ್ನಲೆಗಳನ್ನು ಏತಕ್ಕಾಗಿ

ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿಶದಪಡಿಸಲು ಕೆಳಗೆ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ:

1. ಮರವೊಂದರ ಮೇಲೆ 14 ಗಿಣಿಗಳು ಕುಳಿತಿವೆ. ಇನ್ನೂ 21 ಗಿಣಿಗಳು ಮರದೆಡೆ ಹಾರಿಬಂದು ಕುಳಿತರೆ, ಆಗ ಮರದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಗಿಣಿಗಳಿರುತ್ತವೆ?

ಮರದತ್ತ ಹಾರಿ ಬರುವ ಗಿಣಿಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು ಅಸಂಭಾವ್ಯ ಎಂಬುದು ಬಿಡಿಸಿ ಹೇಳಬೇಕೆ? ಹೀಗಾಗಿ, ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಸಂದರ್ಭವು ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿ ತೋರುತ್ತದೆಯೇ ಹೊರತು, ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಪೂರ್ವಾನುಭವದೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಯಾವುದರೊಂದಿಗೂ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

2. ಜೇನ್ ಬಳಿ 63 ಮೀ ರಿಬ್ಬನ್ ಇದೆ. ಅದರಿಂದ ಅವಳು 56 ಮೀ 21 ಸೆಂಮೀ ರಿಬ್ಬನ್ನನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದರೆ ಉಳಿಯುವ ರಿಬ್ಬನ್ನಿನ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?

ನಾವು ಹೆಸರನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೂ (ದುರದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಸ್ಥಳೀಯ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ತರಲು ನಾವು ಇದನ್ನೇ ಹಲವು ವೇಳೆ ಮಾಡುವುದು) ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುದೇ ಅರ್ಥ ನೀಡದೇ ಹೋಗುತ್ತವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾರ ಬಳಿಯೂ 63 ಮೀ ರಿಬ್ಬನ್ ಇರುವುದಿಲ್ಲವಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಅದರಿಂದ 56 ಮೀ 21 ಸೆಂಮೀ ಉದ್ದವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುವುದು ಕೃತ್ರಿಮವಾಗಿ ತೋರುತ್ತದೆ.

3. ಕಿರಾಣಿ ಅಂಗಡಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಬೆಳಗ್ಗೆ 2510 ಕೇಜಿ 350 ಗ್ರಾಂ ಗೋಧಿ ಇತ್ತು. ಅಂದು ದಿನವಿಡೀ 890 ಕೇಜಿ 600 ಗ್ರಾಂ ಗೋಧಿ ಮಾರಾಟವಾದರೆ, ಸಂಜೆಯ ವೇಳೆಗೆ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿದ್ದ ಗೋಧಿಯ ಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು?

ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಗೋಧಿಯ ದಾಸ್ತಾನು ನಿಜಕ್ಕೂ ಅಚ್ಚರಿಮೂಡಿಸುತ್ತದೆ ! ಅಷ್ಟೇ ಅಚ್ಚರಿಗೊಳಿಸುವ ಮಾರಾಟದ ಪ್ರಮಾಣ ! ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಅಂಗಡಿ ಮಾಲೀಕರು ತಮ್ಮ ದಾಸ್ತಾನಿನ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಚೀಲಗಳಲ್ಲಿ ಇಡುತ್ತಾರೆಯೇ ಹೊರತು, ಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲ.

4. ವಿಶಾಲನು 48 ಸೆಂಮೀ ಎತ್ತರದ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಗೋಪುರವೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು ಎಂದಿದ್ದಾನೆ. ಅವನು ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸಲಿರುವ ಪ್ರತಿ ಪುಸ್ತಕದ ದಪ್ಪವು 12 ಸೆಂಮೀ ಆದರೆ, ಅವನಿಗೆ ಈ ಎತ್ತರದ ಗೋಪುರವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

5. ತರಕಾರಿ ಅಂಗಡಿಯೊಂದಕ್ಕೆ ತಲುಪಿಸಲಾದ ಹಿಮಗಟ್ಟಿಸಿದ ತರಕಾರಿಗಳಿದ್ದ ಡಬ್ಬದ ತೂಕ 144 ಕೇಜಿ 780 ಗ್ರಾಂ ಆಗಿತ್ತು. ಆ ಡಬ್ಬದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ತೂಕದ ಹದಿನೈದು ಚೀಲಗಳಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿ ಚೀಲದ ತೂಕ ಎಷ್ಟು?

ಮೇಲಿನ ಎರಡೂ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳೂ ಸಾಂದರ್ಭಿಕ ಎಂದು ಎಣಿಸಿರುವಂತಹವಾಗಿವೆ. ಆದರೆ, ಇಲ್ಲಿನ ಉದ್ದೇಶವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ಭಾಗಿಸುವ ಅಭ್ಯಾಸ ಪಡೆಯುವುದನ್ನಷ್ಟೇ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿದೆ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟ. ಯಾರು ತಾನೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎತ್ತರದ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಗೋಪುರವೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಯಾವುದೇ ವಿಚಾರಪೂರ್ಣ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಯೋಚಿಸುವುದು ಸಹಜ. ಅಂತಹದ್ದೊಂದು ಬೇಕಿದ್ದರೂ, ಒಂದೇ ದಪ್ಪದ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಅಷ್ಟೊಂದು ಪುಸ್ತಕಗಳು ದೊರೆಯುವುದು ಸಾಧ್ಯವೆ ಹಾಗೂ ಅವರು ಹೀಗೆ ರಚಿಸಿದ ಗೋಪುರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳು ಇವೆಯೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಾದರೂ ಏಕೆ? ಪ್ರಶ್ನೆ 5ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವಂತಹ ತರಕಾರಿ ಡಬ್ಬದ ನಿಖರವಾದ ತೂಕವು ಯಾರಿಗೆ ತಾನೆ ಬೇಕು?

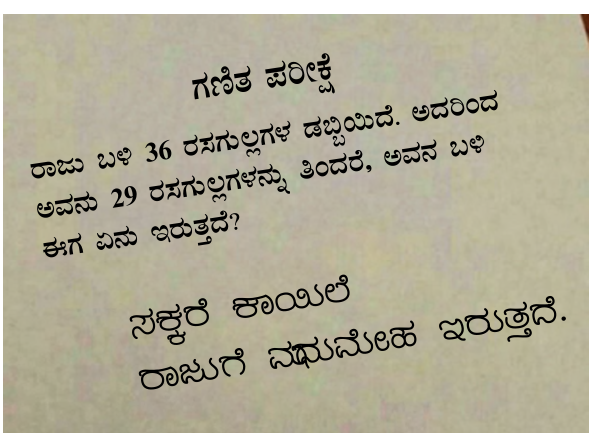
6. ಕೋಣೆಯೊಂದರ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 24, 18, ಮತ್ತು 12 ಅಡಿಗಳಾಗಿರಲಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಅತಿ ಉದ್ದದ ಅಳತೆ–ಟೇಪಿನ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?

ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಿರುವ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಮಗುವೊಂದು ಅಳತೆ–ಟೇಪೊಂದು ಬಳಸಲ್ಪಡುವುದನ್ನು ಕಂಡಾಗ ಅದರ ಸಾಧಾರಣ ಅನುಭವವು ಅಳತೆ–ಟೇಪಿಗಿಂತ ಸಣ್ಣದಾದ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಉದ್ದನೆಯ ಟೇಪನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ನಾವು ಟೇಪನ್ನು ಎತ್ತದೇ, ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಗೆ ಅಳತೆ ಹಾಕುವುದಾದರೆ ನಮಗೆ ಉದ್ದನೆಯ ಟೇಪಿನ ಅಗತ್ಯ ಇರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲವಾದಲ್ಲಿ ನಾವು ಯಾವುದೇ ಉದ್ದದ ಟೇಪನ್ನು ಬಳಸಿಯೂ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಬಹುದಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, 24 ಅಡಿ ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಉದ್ದವಿರುವ ಯಾವುದೇ ಟೇಪನ್ನು ನಾವು ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಿದವರ ಉದ್ದೇಶವು ಮಗುವು 24, 18 ಮತ್ತು 12ರ ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು, ಆಂಶಿಕ ಅಳತೆಗಳ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲದಂತೆ ಆ ಅಳತೆಯ ಟೇಪನ್ನು ಬಳಸಿ, ನೀಡಿರುವ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಬಲ್ಲದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪದಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರುವ ರೀತಿಗೂ, ಈ ಉದ್ದೇಶಕ್ಕೂ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವ ಭಾಷೆಯು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸಂದಿಗ್ಧತೆಗೆ ಎಡೆಮಾಡಬಹುದಾದರೂ, ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಹಲವು ಆಯ್ಕೆಗಳ ಅವಕಾಶ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, ಇಲ್ಲಿನ ವಿಚಾರವು ಮಕ್ಕಳು ಕೆಲವು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು, ಅದರಲ್ಲೂ ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲೆ, ನಡೆಸುವಂತೆ ಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ತಮ್ಮದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಇದು ಯಾವುದೇ ಮೌಲ್ಯವನ್ನೂ ಸೇರಿಸಿದೇ ಸಾಂದರ್ಭಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಯೆಂಬ ಸೋಗುಹಾಕುವುದಾಗಿದೆಯಷ್ಟೆ. ಇದರಿಂದ ಅವರಿಗೆ ವಿಧಾನಾತ್ಮಕ ಸ್ಪಷ್ಟತೆಯೂ ದೊರೆಯದೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ; ಏಕೆಂದರೆ, ತಾವು ಉತ್ತರವಾಗಿ ಪಡೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅವರಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಅರ್ಥ ನೀಡದೆ, ತಾವು ಪಡೆದ ಉತ್ತರವು ಹೆಚ್ಚು–ಕಡಿಮೆ ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ತಿಳಿಯದೇ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ 3

ಇವೆಲ್ಲವೂ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಪ್ರಯಾಸವೆಂದು ತಿಳಿದರೂ, ಅವು ಗಣಿತವನ್ನು ಜೀವನಕ್ಕೆ ಬೆಸೆಯುವ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ವಿಷಯವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ನೆರವು ನೀಡದೆ ಹೋಗುತ್ತವೆ. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಬಹಳಷ್ಟು ಬಾರಿ ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಇನ್ನೂ ಜಟಿಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಹಾಗೂ ಬಳಲಿಸುವ ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳ ಬಳಕೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುತ್ತವೆ. ಹಲವೊಮ್ಮೆ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಸಾರಬೇಕು ಎಂಬುದು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಿರದೆ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಪರಿಹಾರದ ಹಂತಗಳ ಸ್ಥೂಲರೇಖೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಪಡಿಸುವುದು ಆವಶ್ಯಕವಾಗುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಳಿಕ ಇದನ್ನು ಬಾಯಿಪಾಠ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ, ಪರಿಹಾರದ ಮಾರ್ಗವು ಏತಕ್ಕಾಗಿ ಸೂಚಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಧಾನವನ್ನೇ ಅನುಸರಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದಾಗಲೀ, ಆ ವಿಧಾನವೇಕೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಾಗಲೀ ಅವರಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಿರುವುದಿಲ್ಲ.



ಚಿತ್ರ 4

ಕೆಳಗೆ ಮಗುವಿನ ಸನ್ನಿವೇಶಕ್ಕೆ ಇನ್ನೂ ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ:

1. ಸುರೇಶನು ದಿನವೂ ಸ್ನಾನಕ್ಕಾಗಿ ಬಕೆಟ್ ಮತ್ತು ತಂಬಿಗೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾನೆ. ಭರ್ತಿಯಾದ ಬಕೆಟ್ಟಿನಿಂದ ತಾನು 12 ತಂಬಿಗೆಗಳಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಸ್ನಾನಕ್ಕಾಗಿ ಮೊಗೆದಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆದರೆ, ಒಂದು ದಿನ ಹೊಸದೊಂದು ತಂಬಿಗೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ, ಕೇವಲ 9 ತಂಬಿಗೆಗಳಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮೊಗೆದಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾನೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಹಳೆಯ ತಂಬಿಗೆಗೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಹೊಸ ತಂಬಿಗೆಯಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು?

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯು ವಿಭಿನ್ನ ತಂಬಿಗೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀರು ತುಂಬುವುದಕ್ಕೆ ಹಾಗೂ ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇತರ ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಸಂವಾದಗಳಿಗೆ ಎಡೆಮಾಡಬಹುದು. ಜೊತೆಗೆ, ನೀರಿನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಕ್ಕೂ, ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೂ ಸಂಬಂಧ ಕಲ್ಪಿಸಲು ನೆರವಾಗಬಹುದು.

2. ಮನೆಯೊಂದರ ನೆಲಕ್ಕೆ ಹಾಸಲು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, 144 ಚದರ ಮೀ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ನೆಲಕ್ಕೆ ಹಾಸಲು ಬೇರೆ-ಬೇರೆ ಗಾತ್ರದ ಎಷ್ಟು ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
3. ಅದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ನೆಲಕ್ಕೆ (144 ಚದರ ಮೀ) ಯಾವುದೇ ಗಾತ್ರದ ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳನ್ನು, ಮಧ್ಯೆ ಅಂತರವಿಲ್ಲದೆ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಹಾಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆ? ಪ್ರತಿ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲೂ ಯಾವ ಗಾತ್ರದ ಆಯತಗಳು ಹಾಗೂ ಎಷ್ಟು ಆಯತಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
4. ಒಂದು ಕೋಣೆಯ ನೆಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ a^2 ಚದರ ಮೀ (a ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ) ಆಗಿದ್ದರೆ, ಯಾವ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳನ್ನು ಈ ನೆಲಕ್ಕೆ ಹಾಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ?

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಹೆಚ್ಚು-ಹೆಚ್ಚು ಜಟಿಲ (ಹಾಗೂ, ಹೆಚ್ಚು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ) ವಾಗುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ನಾವೇನಾದರೂ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ, ಇವು ಸಂಖ್ಯಾಸಂಯೋಜನೆಗಳ ಎಣಿಕೆಗೆ ತೆರೆದುಕೊಂಡು, ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಅಥವಾ, ನಾವು ಅದನ್ನು ಮೀರಿ, ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಸಂಯೋಜನೆಗಳ ಅಥವಾ ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳ ಗಾತ್ರಗಳ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ನಿರೂಪಣೆಯನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಮಾರ್ಗವೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತೀಯ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು, ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಬಳಸುವಂತೆ ಅವರನ್ನು ಸಮರ್ಥರನ್ನಾಗಿಸುವುದು, ಅವರಲ್ಲಿ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕುವುದು ಹಾಗೂ ಅವರಲ್ಲಿ ಸಾಹಸಮಯ ಪ್ರಜ್ಞೆಯೊಂದನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತ ಕಲಿಕೆಯು ಆಗ್ರಹಿಸುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ವೇಳೆ ನಾವು ಕೇಳಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಉತ್ತಮ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ ಪ್ರಶ್ನೆಯೆಂದರೆ: ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅಭ್ಯಾಸದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಕೊಡುವುದರ ಉದ್ದೇಶವೇನು ಹಾಗೂ ನಾವು ಗಣಿತದ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು, ಅದರ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ನೋಡುತ್ತೇವೆ

ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು ಏನು ಮಾಡಬೇಕು? ನಾವು ಗಣಿತದ ಮೂಲಾಧಾರಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಅರ್ಥೈಸುತ್ತೇವೆ ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾಪಥವನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದರಿಂದ ನಾವು ನೀಡುವ ಕೆಲಸಗಳ ಹಿಂದಿನ ಉದ್ದೇಶಗಳು ಹೊಮ್ಮುತ್ತವೆ. ನೀವು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗೆ ನೀಡಿದ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ಅವನು ಏನನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಈ ಉದ್ದೇಶವು ಒಡೆದು ಮೂಡಬೇಕು.

ಯಾವುದರ ಸುತ್ತ ಸಾಂದರ್ಭಿಕ ಸಂವಾದಗಳನ್ನು ಸುಗಮಗೊಳಿಸಬಹುದೋ ಅಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಇಲ್ಲ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗದಿದ್ದರೂ, ವಿರಳವಂತೂ ಹೌದು. ಇವುಗಳ ನಿರೂಪಣೆ ಸುಲಭವಲ್ಲ, ಜೊತೆಗೆ, ಇವುಗಳ ಚರ್ಚೆಗಾಗಿ ನಿಗದಿಪಡಿಸುವಷ್ಟು ಸಮಯವೂ ಇಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮತ್ತು ಆ ಕಾರಣದಿಂದ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯ ಇಡೀ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಬಾಯಿಪಾಠ, ಕ್ರಮಾವಳಿಗಳ ಕಡೆ ಗಮನ ಕೇಂದ್ರೀಕರಣಗೊಂಡಿರುವ ಚಿಂತೆ ಮತ್ತು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ, ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಇರಬೇಕಾದ ನಿಜ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ತೋರುವಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಆರಾಮವಾಗಿರುವಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಕೊರತೆಗಳು ಇನ್ನೂ ಕಾಡುತ್ತಿವೆ. ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು 2023, "ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಬಹುತೇಕ ವಿಧಾನಗಳು ಹಾಗೂ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ನಿಜಾಂಶ, ಕಾರ್ಯವಿಧಾನ ಹಾಗೂ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಾಯಿಪಾಠ ಮಾಡುವುದನ್ನು ತಮ್ಮ ಗಮನದ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಸುತ್ತವೆ" ಎನ್ನುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ವಿಚಾರಮಾಡುವುದರ ಹಾಗೂ ವಿಭಿನ್ನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಗಣಿತೀಯ ತಂತ್ರವೊಂದನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಕಡೆಗೆ ಗಮನಹರಿಸಬೇಕಿದೆ. ಇದೇನೂ ಹೊಸ ವಿಚಾರವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಶತಮಾನದ ಆದಿಭಾಗದಿಂದಲೂ ಹೇಳುತ್ತಲೇ ಬಂದಿದ್ದೇವೆ ಹಾಗೂ ಭಾರತದ ಕೆಲವು ಎಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಇದಕ್ಕೂ ಮೊದಲಿನಿಂದಲೂ ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಆದರೆ, ಇದನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸಲು ಮಾರ್ಗವೊಂದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ವಿಪರೀತ ಕಷ್ಟದಾಯಕವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ, ಆಗ ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು ನಿರೂಪಿಸುವಂತೆ ಗಣಿತಶಿಕ್ಷಣದ ಗುರಿಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅವಕಾಶ ದೊರೆತಂತಾಗುತ್ತದೆ.

ಸಂಪಾದಕರ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಿಂದ ಆಯ್ದು ನೀಡಲಾದ ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೂ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿಯ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪರಿಷತ್ತಿನ ಅನುಮತಿ ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಪರಾಮರ್ಶನ:

1. https://cdn.azimpremjiuniversity.edu.in/apuc3/media/publications/downloads/Pathshala-Bheetar-Aur-Bahar_17- Issue-Sept-2023.pdf

2. https://www.youtube.com/watch?v=4tKptfJLPW4&list=P LVI4qkjTdM728SukvE9lLM7eBzg-8BKvM&index=1

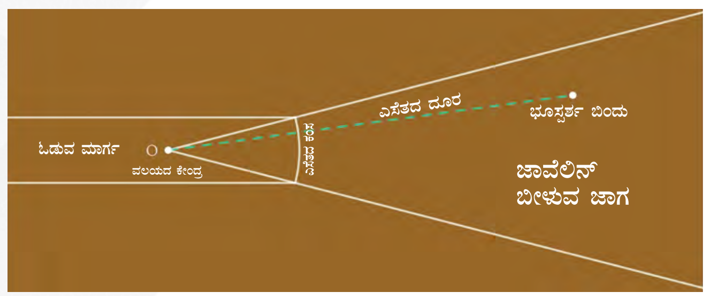
3. National Council for Educational Research and Training (NCERT). (2023). https://ncert.nic.in/textbook.php?aejm1=11-13

ಹೃದಯಕಾಂತ್ ದಿವಾನ್, ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಫೌಂಡೇಷನ್‌ನ ಸದಸ್ಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಅವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಈಮೇಲ್ ವಿಳಾಸ: hardy@azimpremjifoundation.org

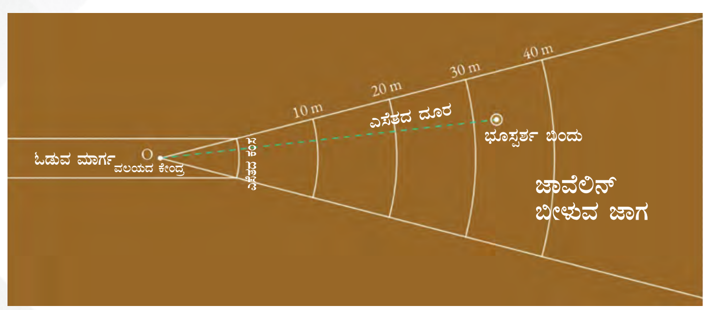
ಅನುವಾದ: **ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸೆತವನ್ನು ಮುರಿದಿರುವ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಅಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಶಾಲೆಯ ಕ್ರೀಡಾಕೂಟದ ಒಂದು ದಿನ ಮುರಿದ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಲಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಗಮನಿಸಿದರು. ಇನ್ನು ಮೂವತ್ತು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸತದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯು ಪ್ರಾರಂಭಗೊಳ್ಳಲಿದ್ದು ಹೊಸ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತರಲು ಸಮಯವಿರಲಿಲ್ಲ. ಎಸೆಯುವ ಕಂಸವನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸೆದು, ಅದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಅವರು ಅಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ (Figure 1). ಸಮಸ್ಯೆ ಏನಂದರೆ ಮುರಿದ ಪಟ್ಟಿಯು 12 ಮೀಟರ್ ತನಕ ಮಾತ್ರ ಉದ್ದ ಅಳೆಯಬಹುದು ಆದರೆ ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸೆತಗಳು ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ 10 ರಿಂದ 60 ಮೀಟರ್ ಗಳಷ್ಟು ದೂರ ಮುಟ್ಟುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರ 1. *ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸತದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯ ವಿನ್ಯಾಸ*



ಚಿತ್ರ 2. *ಅಳವಡಿಸಿದ ವಿನ್ಯಾಸ*

ಅವರು ಒಂದು ಹಗ್ಗವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಂದು O ನಿಂದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ 10 ಮೀಟರ್ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಂಸಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಮೈದಾನದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತಾರೆ (Figure 2). ಹೀಗೆ ಮಾಡಿದರೆ ಜಾವೆಲಿನ್ ಬಿದ್ದ ಸ್ಥಳದಿಂದ ಹತ್ತಿರದ ಕಂಸದವರೆಗಷ್ಟೇ ಅಳೆಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅವರು ಆಲೋಚಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಅಳವಡಿಸಿದ ವಿನ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಪಂದ್ಯವು ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ದಿನದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಸ್ಥಾನ ಗಳಿಸಿದ ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಶಿಕ್ಷಕಿಯು ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನವು ನ್ಯಾಯೋಚಿತವೇ ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನಿಸುತ್ತಾನೆ. ಹತ್ತಿರದ ಕಂಸದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಕೇಳುತ್ತಾನೆ.

ಪ್ರಶ್ನೆ:

ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿಧಾನವು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಸರಿಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವರ ಪರವಾಗಿ ನೀವು ಕಂಸದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಆಯ್ಕೆಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಹಾಗೂ ಅದು ನ್ಯಾಯಪರ ಮತ್ತು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ಉತ್ತರಕ್ಕಾಗಿ ಪುಟ 59 ನೋಡಿ...

ಅನುವಾದ: **ಅನನ್ಯ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ಅತ್ಯಧಿಕ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪಡೆಯುವುದೆಂತು?

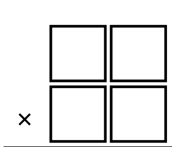
ಪರೋಕ್ಷ ಚಿಂತನೆಯ ಪ್ರತಿಭಾಪೂರ್ಣ ಪ್ರಯೋಗ

ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್

“ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಅಂಕಿಗಳ” (Random Digits) ಆಟವು ಉನ್ನತ ಸ್ತರದ ಚಿಂತನಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಬೇಡುತ್ತದೆ. ಈ ಆಟವು ಎಲ್ಲಾ ಆಟಗಾರರಿಗೂ ಇರುವ ಸಮಾನವಾದ ಒಂದು ಫಲಕದೊಂದಿಗೆ ಮೊದಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಫಲಕವು ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ ಹಲವು ಅಂಕಿಗಳುಳ್ಳ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಅಥವಾ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಇದು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಗಾತ್ರಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಈ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುವ ಪ್ರತಿ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ನಿಖರವಾದ ಅಂಕಿಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಖಾಲಿಬಿಡುತ್ತದೆ. ಸುಗಮಕಾರನು ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯನ್ನೂ ಹೇಳುತ್ತಿರುವಂತೆಯೇ ಆಟಗಾರರು ಅವುಗಳನ್ನು ಫಲಕದ ಮೇಲೆ ಇರಿಸಬೇಕು. ಒಮ್ಮೆ ಅಂಕಿಯೊಂದನ್ನು ಒಂದು ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಆ ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಿಸಲಾಗದು. ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗದು. ಅಂದರೆ, ಅದನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಡತುದಿಯ ಖಾಲಿಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲಾಗದು. ಆಟಗಾರನೇನಾದರೂ ಇದನ್ನು ಮಾಡುವ ಬಲವಂತಕ್ಕೊಳಗಾದರೆ ಅವನು ಆಟದಿಂದ ನಿವೃತ್ತನಾಗಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆಟಗಾರರೇನಾದರೂ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಅಥವಾ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಂಡರೆ, ಯಾರು ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಅಥವಾ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಅತ್ಯಧಿಕ ಫಲವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾರೋ ಅವರು ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ, ಆಟಗಾರರು ಕನಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಸಹ ಮಾಡಬಹುದು. ಎರಡೂ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಆಟಗಾರರು ತಮ್ಮ ಫಲವು ಗರಿಷ್ಠ/ಕನಿಷ್ಠವಾಗಿರಲು, ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯನ್ನೂ ಎಲ್ಲಿ ಇಡಬೇಕೆಂದು ಯೋಚಿಸಿ ಮುನ್ನಡೆಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಆಟದ ಬಳಿಕ ನಾವು ಪಡೆದ ಗರಿಷ್ಠ/ಕನಿಷ್ಠ ಫಲದ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಸಂವಾದವೊಂದನ್ನು ನಡೆಸುವುದೊಂದು ಒಳ್ಳೆಯ ವಿಚಾರ. ಈ ಆಟದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿವರಗಳು https://shorturl.at/hkxV3 ನಲ್ಲಿ ಲಭ್ಯವಿದೆ.

ನಾವು ಇದನ್ನು 2 ಅಂಕಿ x 2 ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಆಡಿ ನೋಡೋಣ. ನಮಗೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಅಂಕಿಗಳು 2, 5, 8 ಮತ್ತು 9. ಅವನ್ನು ಇದೇ



ಚಿತ್ರ 1

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ತರ್ಕಿಸುವುದು; ಸಂಪರ್ಕಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು; ತಂತ್ರಗಾರಿಕೆ; ಗಣಿತದ ಆಟಗಳು

ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನೀಡಬೇಕೆಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ. ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಇವುಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವಾಗ ನಮಗೆ 2 ಮತ್ತು 5ಗಳು ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕೆಂದೂ, 8 ಮತ್ತು 9ಗಳು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕೆಂದೂ ಒಡನೆಯೇ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ದೊಡ್ಡ ಅಂಕಿಗಳು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿದ್ದು, ಸಣ್ಣ ಅಂಕಿಗಳು ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು ಎಂಬ ವೀಕ್ಷಣೆಯು ಮೇಲೆ ನಡೆಸಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿಸಿದ ಸಂವಾದಗಳಿಂದ ಹೊರಹೊಮ್ಮುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು: 95 × 82 ಅಥವಾ 92 × 85? ನಾವು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕದೇ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಹೇಗೆ?

ಆಟಗಾರನೊರ್ವ 92 × 85 ದೊಡ್ಡಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದೂ, ಅದಕ್ಕೆ ಕಾರಣ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವಾದ 92 − 85 = 7 ಎಂಬುದು 95 × 82 ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಅಂತರ 95 − 82 = 13ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣದಾಗಿದೆ ಎಂದು ವಾದಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನ ವಾದವು, ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಗರಿಷ್ಠವಾಗಿಸಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕನಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದಾಗಿತ್ತು.

ಇದು ಸರಿಯೆ?

1. ಇವನ್ನು ನೀವು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?
   a. 73 × 52 = ____________ ಹಾಗೂ 72 × 53 = ____________
   b. 61 × 84 = ____________ ಹಾಗೂ 64 × 81 = ____________
   c. 92 × 41 = ____________ ಹಾಗೂ 91 × 42 = ____________
   d. 85 × 72 = ____________ ಹಾಗೂ 82 × 75 = ____________
2. ಇದನ್ನು ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಚೆಗೂ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದೆ?
   a. 95 × 3 = ____________ ಹಾಗೂ 93 × 5 = ____________
   b. 84 × 2 = ____________ ಹಾಗೂ 82 × 4 = ____________
   c. 743 × 12 = ____________ ಹಾಗೂ 123 × 74 = ____________
   d. 854 × 23 = ____________ ಹಾಗೂ 234 × 85 = ____________
3. ಅತಿದೊಡ್ಡ ಅಂಕಿಯು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ (ಅತಿದೊಡ್ಡ ದಶಮ ಸ್ಥಾನದ) ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಇರದಿದ್ದರೂ ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?
   a. 36 × 4 = ____________ ಹಾಗೂ 34 × 6 = ____________
   b. 59 × 28 = ____________ ಹಾಗೂ 58 × 29 = ____________
   c. 190 × 46 = ____________ ಹಾಗೂ 140 × 96 = ____________
4. 27 × 35 = ____________; 35 ಮತ್ತು 27ರ ಅಂತರ = 12 ಹಾಗೂ 73 × 52 = ____________; 73 ಮತ್ತು 52ರ ಅಂತರ = 21. ಆದರೂ, ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ವಿಧಾನವೇಕೆ ಕೆಲಸಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ?

ಆಯತವೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದೊಂದು ಚೌಕವಾದಾಗ ಗರಿಷ್ಠವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಞಾನದಿಂದ ಎರವಲು ಪಡೆದ ವಿಚಾರ ಇದಾಗಿದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ-ಅಗಲಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಚೌಕದ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು-ಹೆಚ್ಚು ಸಮೀಪಿಸಿದಾಗ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಆಯತವೊಂದು ಚೌಕವೊಂದಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು-ಹೆಚ್ಚು ಹತ್ತಿರವಾಗಲು ಅದರ ಯಾವುದೇ ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಹೆಚ್ಚು-ಹೆಚ್ಚು ಸಮವಾಗುವುದರತ್ತ ಸಾಗುವುದರಿಂದ ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ. ಅಥವಾ, ಬೇರೆ ರೀತಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಅದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಅಂತರವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗಬೇಕು.

ಆದರೆ, ಈ ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸುವಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಪೂರ್ತಿಯಾಗಲು ನೆರವೇರಬೇಕಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಷರತ್ತಿದೆ. ಅದೆಂದರೆ, ಆಯತದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಬದಲಾಗುತ್ತಿದ್ದರೂ, ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗಕೂಡದು.

ಇದು ನಮ್ಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದಾದರೂ ಎಂತು?

ಈ ಎರಡು ಆಯತಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ:

	ಆಯತ A	ಆಯತ B
ಉದ್ದ x ಅಗಲ	95 ಸೆಂಮೀ x 82 ಸೆಂಮೀ	92 ಸೆಂಮೀ x 85 ಸೆಂಮೀ
ಸುತ್ತಳತೆ	2 (95 ಸೆಂಮೀ + 82 ಸೆಂಮೀ) = 2 x 177 ಸೆಂಮೀ	2 (92 ಸೆಂಮೀ + 85 ಸೆಂಮೀ) = 2 x 177 ಸೆಂಮೀ
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	95 x 82 = 7790	92 x 85 = 7820 ಚ. ಸೆಂಮೀ

ನಾವು 2 ಮತ್ತು 5ನ್ನು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೂ, 8 ಮತ್ತು 9ನ್ನು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೂ ನಿಗದಿಪಡಿಸಿರುವುದರಿಂದ ನಮಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ, ಸಂಕಲನದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಹಾಗೂ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣಗಳ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ, ಒಂದೇ ಮೊತ್ತ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ:

$$\begin{aligned} 95 + 82 &= 90 + 5 + 80 + 2 \\ &= 90 + 2 + 80 + 5 \\ &= 92 + 85. \end{aligned}$$

ಈ ಮೊತ್ತವು ಆಯತ A ಮತ್ತು ಆಯತ Bಗಳ ಅರ್ಧ ಸುತ್ತಳತೆಯಾಗಿದೆಯಷ್ಟೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಸುತ್ತಳತೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಎಂಬ ಷರತ್ತು ನಮ್ಮ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಈ ಉದ್ದ-ಅಗಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹತ್ತಿರವಾದಷ್ಟೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಗರಿಷ್ಠ ಪ್ರಮಾಣದತ್ತ ಸಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಗರಿಷ್ಠವಾಗಲು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರಾಯಿತು.

ಸೂಚನೆ: ಪ್ರಶ್ನೆ 4ರಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದೇ ಆಗಿದೆಯೆ?

ಒಂದು ವಿಷಯದಾಚೆಗೆ ಯೋಚಿಸುವುದು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಈ ಆಟಗಾರನು ಎರಡು ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಆಟದಲ್ಲಿ (ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲಾಗಿತ್ತು) ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ. ಹೀಗಾಗಿ, ಆಟಗಾಗರನು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಹೊಂದಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು. ಅವನು ಗುಣಲಬ್ಧವು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಹ ಗಮನಿಸಿದ. ಈ ರೀತಿ ಅವನು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಲು ವಿದಿತ ನಿಯಮವೊಂದನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡ. ಅಂಕಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತದ ನಿಯಮವೊಂದರ ಪ್ರತಿಭಾಪೂರ್ಣ ಪ್ರಯೋಗ ಇದಾಗಿದೆ.

ಚಿಂತನೆಗೊಂದಿಷ್ಟು ವಿಚಾರಗಳು

1. 2, 5, 8, 9ರ ಕನಿಷ್ಠ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಷ್ಟು ಆಗಿರುತ್ತದೆ?
2. ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕನಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಲು ಯಾವ ರೀತಿಯ ತಂತ್ರಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ನೀವು ಬಳಸಬಹುದು?
3. ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಮೂರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಲು ಯಾವ ರೀತಿಯ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರವನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸಬಹುದು?

ಈ ರೀತಿಯ ಆಟಗಳ ಮೂಲ ವಿಚಾರವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮೋಸಮಾಡದಂತೆ ಅಥವಾ ಪರಸ್ಪರ ನಕಲುಮಾಡದಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿತ್ತು. ಆದರೆ, ಅದು ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಿನದನ್ನು ಸಾಧಿಸುವಂತಾಯಿತು!

ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಸ್ಕೂಲ್ ಆಫ್ ಕಂಟಿನ್ಯೂಯಿಂಗ್ ಎಜುಕೇಶನ್ ಅಂಡ್ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ರಿಸೋರ್ಸ್ ಸೆಂಟರ್‌ನಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಗೆ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಕಲೆಯ ಬಳಿಕ ಅತ್ಯಂತ ಅಚ್ಚುಮೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯ ಗಣಿತವಾಗಿದೆ. ಇವರು ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಸಂಸ್ಥೆಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವಿ ಪಡೆದು, ಅಮೇರಿಕದ ಸಿಯಟಲ್ ನಗರದ ವಾಷಿಂಗ್ಟನ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಎಮ್.ಎಸ್. ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತದ ವಿಷಯವಾಗಿ ಮಕ್ಕಳು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ಐದು ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಮೀರಿ ಒಡನಾಟವಿರುವ ಇವರಿಗೆ ಚಟುವಟಿಕೆ ರೂಪದ ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ—ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಓರಿಗಾಮಿಯಲ್ಲಿ—ಅಪಾರ ಆಸಕ್ತಿ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಈಮೇಲ್ ವಿಳಾಸ: swati.sircar@apu.edu.in

ಅನುವಾದ: **ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ತರಗತಿ

ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು (Algorithms) ಬೋಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕುರಿತು ಕೆಲವು ಚಿಂತನೆಗಳು

ಅರ್ಧೇಂದು ಶೇಖರ್ ದಾಸ್

ಹಲವು ಸರ್ಕಾರಿ ಹಾಗೂ ಸರ್ಕಾರೇತರ ಸಮೀಕ್ಷೆಗಳು ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರುವಂತೆ, ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯು (NEP – 2020) ಮೂಲಭೂತ ಗಣಿತೀಯ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವಲ್ಲಿ ಇರುವ ತೀವ್ರಸ್ವರೂಪದ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟೊಂದನ್ನು ಎತ್ತಿತೋರುತ್ತದೆ. ಇದೇಕೆ ತೀವ್ರರೂಪದ್ದಾಗಿದೆ? ಮೂಲಭೂತ ಗಣಿತೀಯ ಕೌಶಲಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಿಂದುಳಿದಾಗ ಅವರ ಕಲಿಕಾ-ಪಥವು ವರ್ಷಗಳವರೆಗೆ ಏರುಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಗಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಸದಾ ಅವರು ತಲುಪಬೇಕಾದ ಮಟ್ಟಕ್ಕೆ ಏರಲು ಆಗದೆ ಉಳಿಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗದೇ ಇರಲು ಅಥವಾ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಶಾಲೆಯನ್ನು ತೊರೆಯಲು ಹಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಇದೊಂದು ಪ್ರಧಾನ ಕಾರಣವಾಗಿಬಿಟ್ಟಿದೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವು ಒಂದು ಮುಖ್ಯ ವಿಷಯ. ಆದರೆ, ದುರದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಬಹುತೇಕ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಮಕ್ಕಳು ಅದರೊಡನೆ ಹೆಣಗುತ್ತಾರೆ, ಅದರಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆ-ಮತ್ತೆ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಈ ಲೇಖನವು, ಪ್ರಾಥಮಿಕವಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಾಗ ಮಾಡುವ ತಪ್ಪುಗಳ ರೀತಿಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ, ಈ ತಪ್ಪುಗಳಿಗೆ ಇರಬಹುದಾದ ಕಾರಣಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಲು ಸೂಚಿಸಬಹುದಾದ ಬೋಧನಶೈಲಿಯ ವಿಷಯವಾಗಿ ತನ್ನ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ. ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ, ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆನೋಡುವ ಹಾಗೂ ಪದಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿವಿಧ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮಹತ್ತ್ವಕ್ಕೂ ಸಹ ಲೇಖನವು ಒತ್ತು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಶ್ನೆಯೊಂದರ ಮೂಲಕ ಆರಂಭಿಸೋಣ. ಮಗುವೊಂದು ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದ್ದರೆ ಅದು ತನಗೆ ದೊರೆತ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಸರಿಯಿದೆಯೇ ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡಲು ಸಾಧ್ಯವೆ? ಉತ್ತರವು ಹೌದು ಎಂದಾಗಿದ್ದು, ಅಂದಾಜಿಸುವ ಹಾಗೂ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಪರಿಶೀಲನೆಯ ಮೂಲಕ ಇದು ಸಾಧ್ಯ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ನಮ್ಮ ಬಹುತೇಕ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬೋಧನೆಯು ಈ ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ ಹಾಗೂ ತಾಳೆ ನೋಡುವ ವಿಚಾರದ ಬಗ್ಗೆ ಅಷ್ಟಾಗಿ ಗಮನಹರಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: *ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಗ್ರಹಿಕೆ; ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆ; ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿ; ಬೋಧನಾ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು;*

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಂದಾಜುಮಾಡುವುದೆಂದರೆ, ನಿಖರತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಬೇಕಿರುವ ಅಂದಾಜು ಉತ್ತರವನ್ನು ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ಇದು ಉನ್ನತ ಮಟ್ಟದ ಚಿಂತನಾಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಬೇಡುತ್ತದೆ. ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡುವುದು ಒಂದು ಮಹತ್ತ್ವದ ಅಂಗವಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಸಮೀಪದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆದು, ತಾವು ಪಡೆದ ಉತ್ತರದ ಸರಿಯೇ, ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡುತ್ತಾರೆ. ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಸಮೀಪದ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದಾಗಿದೆ. 242 ÷ 22 ಎಂಬ ಭಾಗಕಾರದ ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂದಾಜು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ. 242 ನ್ನು ಸಮೀಪದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದರೆ 240 ದೊರೆತು, 22ನ್ನು ಸಮೀಪದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದರೆ 20 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಮಾನಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವು 240 ÷ 20, ಅಥವಾ, 24 ÷ 2 ಆಗಿ, ಉತ್ತರ 12 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 242ನ್ನು 22ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂದಾಜು ಉತ್ತರವು 12 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.[1] ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಸಮೀಪದ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ, ಹತ್ತರ ಘಾತಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಗ್ಗಿಯಲ್ಲಿ ಕುಶಲನಾಗಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರದ ಮತ್ತೊಂದು ಮುಖ್ಯ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಉತ್ತರದ ತಾಳೆ ನೋಡುವುದಾಗಿದೆ. ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ನಾವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾಜ್ಯ, ಭಾಜಕ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಹಾಗೂ ಶೇಷಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಬೇಕು. ಈ ಸಂಬಂಧವು ವಿವಿಧ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದರಿಂದ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು, ಭಾಜ್ಯ = ಭಾಜಕ x ಭಾಗಲಬ್ಧ + ಶೇಷ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಅವರಿಗೆ ದೊರೆತ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಸರಿಯೆ, ಇಲ್ಲವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಈ ಸಂಬಂಧದ ಪ್ರಯೋಜನ ಪಡೆಯಲು ಅವರನ್ನು ನಾವು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 517ನ್ನು 5ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೊಬ್ಬ ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿ 13ನ್ನು ಮತ್ತು ಶೇಷ 2ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ತನಗೆ ದೊರೆತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸರಿಯೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವನು ಈ ರೀತಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು:

(ಭಾಜಕ x ಭಾಗಲಬ್ಧ) + ಶೇಷ $= 5 \times 13 + 2$

$= 65 + 2 = 67$

ಇದು ಭಾಜ್ಯ 517ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತನಗೆ ದೊರೆತ ಉತ್ತರ ಸರಿಯಿಲ್ಲವೆಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಜಾಗರೂಕನಾಗುತ್ತಾನೆ.

ಭಾಗಾಕಾರದ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮಹತ್ತ್ವ: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪದಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಎದುರಿಸುವ ಸವಾಲೆಂದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಯಾವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಬಹುತೇಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿನ ನಿರ್ದೇಶಕ ಪದಗಳಿಂದ ಸೂಚನೆ ಪಡೆದು, ಆ ಪದಕ್ಕೆ ಸಂವಾದಿಯಾದ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ಆ ಪದವು ಸದಾ ಅದೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ದೇಶಿಸಿ, ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಲಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ. ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ನಾವು ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ:

ಉದಾಹರಣೆ 1: ನಾಲ್ಕು ಚೀಲಗಳಲ್ಲಿ 40 ಲಡ್ಡುಗಳನ್ನು ಸಮವಾಗಿ ತುಂಬಲಾಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಚೀಲದಲ್ಲೂ ಇರುವ ಲಡ್ಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಉದಾಹರಣೆ 2: ರಾಮು 40 ಲಡ್ಡುಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಡಬ್ಬದಲ್ಲಿ 10ರಂತೆ ಜೋಡಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನಿಗೆ ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಎಷ್ಟು ಡಬ್ಬಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಉದಾಹರಣೆ 1ರಲ್ಲಿ, ಸಮವಾಗಿ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯಾವಿಶೇಷಣವು ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಭಾಗಕಾರದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ, ಉದಾಹರಣೆ 2ರಲ್ಲಿ, ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದೇಶಕ ಪದ ಬಳಕೆಯಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಭಾಗಾಕಾರ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ವಿಭಿನ್ನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ನಾವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ಇಂತಹ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು ''ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ''ಗೆ ಮತ್ತು ''ಸಮ ಗುಂಪು''ಗಳಾಗಿಸುವಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ.

---

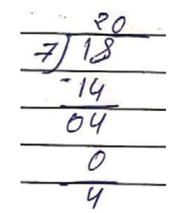
1 **ಅಡಿಟಿಪ್ಪಣಿ:** ಇಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾದ ಉದಾಹರಣೆ 242÷22. ನಾವು 242ನ್ನು 240ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜುಮಾಡಿ, 22ನ್ನು 20ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜುಮಾಡಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಉತ್ತರವು ನಿಜವಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಬಹು ಹತ್ತಿರ ಬರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಹೀಗೆ ಆಗಬೇಕೆಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 242ನ್ನು 16ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, 16ನ್ನು 20ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿ, ಅಂದಾಜು ಭಾಗಾಕಾರ ಉತ್ತರವಾದ 12ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವಾದರೂ, 242÷16 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಸರಿ ಉತ್ತರ 15ರ ಆಸುಪಾಸಿನಲ್ಲಿದೆ. ಇಲ್ಲಿನ ಮುಖ್ಯ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ, ಉತ್ತರದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಅಂದಾಜುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ ವಿಷಯವನ್ನು ಇನ್ನೂ ವಿವರವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸುವ ಲೇಖನ, ''ಮಲ್ಟಿ-ಡಿಜಿಟ್ ಡಿವೈಸರ್ಸ್'' ಅನ್ನು ನೋಡಿ.

ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ: ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ನಾವು ಪ್ರತಿ ಭಾಗವೂ ದತ್ತ ಪರಿಮಾಣದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಬುಟ್ಟಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ 6 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನು 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹಂಚಬೇಕಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೂ ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ? ಎಲ್ಲಾ ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳನ್ನೂ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚುವವರೆಗೂ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೂ ಒಂದೊಂದು ಮಾವಿನಹಣ್ಣನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾ ಸಾಗುವುದು ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇರುವ ಅತಿ ಸರಳ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ.

ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವಿಕೆ: ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ದತ್ತ ಪರಿಮಾಣದಿಂದ ಕೇಳಿರುವ ಪರಿಮಾಣದ ಎಷ್ಟು ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 6 ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದು, ನಾವು 2 ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳಿರುವ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಗೊಳಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ನಮಗೆ ಬೇಕಿರುವ ಚೀಲಗಳೆಷ್ಟು? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯು 6 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಂದ 2 ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳ ಎಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ನಾವು ಪುನರಾವರ್ತಿತ ವ್ಯವಕಲನದ ಮೂಲಕ ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಲ್ಲಿ ಆಗುವ ತಪ್ಪುಗಳು:

ಭಾಗಾಕಾರ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಹಾಗೂ ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅರ್ಥವಾಗದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಲ್ಲಿ ಅವರು ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇನೆ. ಈ ಹಿಂದೆಯೇ ಹೇಳಿದಂತೆ, 416 ÷ 4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ದೊರೆಯುವ ಉತ್ತರವು 14 ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಭಾಗಲಬ್ಧದಿಂದ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟಿರುವುದೇ ಇಲ್ಲಿನ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣ. ಇದನ್ನು 14 × 4 = 56 ಎಂಬುದು ಭಾಜ್ಯ 416ಕ್ಕೆ ಸಮವಲ್ಲ ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 2A ನೋಡಿ). ಅಥವಾ, ನಾವು 400 ಅನ್ನು4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ100 ದೊರೆಯುವುದರಿಂದ ಉತ್ತರ 14 ಅಗಿರದೇ, 100ಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

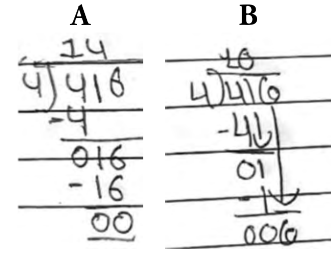


ಚಿತ್ರ 1

ನಾನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು 4ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿದ್ದು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು, ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಏನು ತಿಳಿದಿದೆ ಹಾಗೂ ಅವರು ಏನನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಿದೆ ಎಂಬ ಎರಡು ಅಂಶಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರಿಸಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿದೆ. ನಾವೀಗ ಕೆಲವು ಮಾದರಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

18 ÷ 7 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಉತ್ತರ (ಚಿತ್ರ 1) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ತಿಳಿದಿದ್ದರೂ ಅದನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

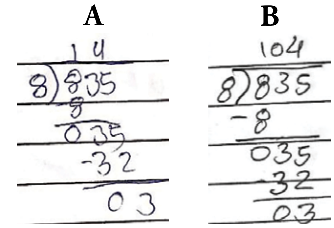
A B



ಚಿತ್ರ 2

ಇಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಿಯಾದ ಬಳಿಕ ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಹೆಜ್ಜೆ ಮುಂದುವರಿಯಬೇಕೋ, ಬೇಡವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಜೊತೆಗೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಉತ್ತರವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಭಾಗಾಕಾರದ ಗುಣವನ್ನು (ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಭಾಜ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕು) ಅರಿತಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬಿಸುತ್ತದೆ. ಉತ್ತರದ ತಾಳೆ ನೋಡಲು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

A B

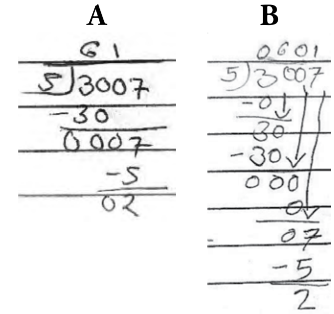


ಚಿತ್ರ 3

416 ÷ 4 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕದ ವಿಷಯವಾಗಿ ನಾನು ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುತ್ತೇನೆ. ಮೊದಲ ಉತ್ತರವು (ಚಿತ್ರ 2 A) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಒಮ್ಮೆಗೆ ಒಂದು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಭಾಗಿಸಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

4 ನೂರನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನೂರರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು 1ನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು ಸರಿಯಿದ್ದರೂ, ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ 16 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ 4ನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಮಗುವು ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ತಿಳಿದಿಲ್ಲ ಎಂದಾಯಿತು. 104 ಎಂದು ಇರಬೇಕಾದಲ್ಲಿ ಮಗುವು ಅದನ್ನು 14 ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದೆ. ಎರಡನೇ ಉತ್ತರದ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 2 B), ಮಗುವು 4ನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಮಾಡಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡುವ ತಪ್ಪಾಗಿದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಎಂದು ಹೇಳುವುದೇಕೆಂದರೆ, ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮಗ್ಗಿ ಹೇಳಿಕೊಡುವಾಗ ನಾವು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸುವ ಬದಲು 1ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ. ಬಳಿಕ, ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ 6ನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ, ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮುಗಿದಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ನೆರವಿಗೆ ಬರುತ್ತಿತ್ತು.

A B



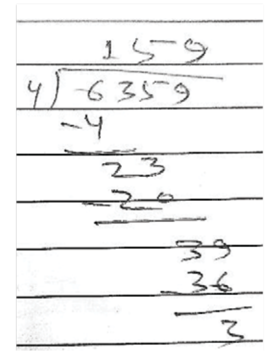
ಚಿತ್ರ 4

835 ÷ 8 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನಾವು ಮೊದಲ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 3 A) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು 8ರ ಬಳಿಕ, 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು 3 ಹತ್ತುಗಳಷ್ಟೇ ಇದ್ದು, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಬರಬೇಕು ಎಂಬಲ್ಲಿ ಎಡವಿದ್ದಾನೆ.

ಬದಲಿಗೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು 35 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅದೇ, ಎರಡನೇ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 3 B) ಮಗುವು 35 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಬರೆದಿದೆ.

ಚಿತ್ರ 4ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಈ ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ತಾಳೆ ನೋಡುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ನಡೆಯಬೇಕು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಬಲವಾದ ಕಾರಣ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ 4 B ಸರಿಯಾದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ನೀಡಿವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಮಗುವು ಹಂತ-ಹಂತವಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಾನದ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 4 A ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಹುರಿದುಂಬಿಸಬಹುದು:



ಚಿತ್ರ 5

(ಭಾಜಕ x ಭಾಗಲಬ್ಧ) + ಶೇಷ = (5 × 61) + 2 = 305 + 2 = 307 ಆಗಿದೆ.

ಇದು ಭಾಗಲಬ್ಧ 3007ಕ್ಕೆ ಸಮವಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಲ್ಲಿ ತಾನು ಪಡೆದ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಸರಿಯಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಎಚ್ಚರಿಕೆ ಗಂಟೆ ಮೊಳಗುವಂತಾಗುತ್ತದೆ.

6359 ÷ 4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮಗುವು ಬಹುಶಃ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾದ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ (ಬಿಡಿಗಳ ಕೆಳಗೆ ಬಿಡಿಗಳನ್ನು, ಹತ್ತರ ಕೆಳಗೆ ಹತ್ತುಗಳನ್ನು) ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯದ ಕಾರಣ (ಚಿತ್ರ 5) ತಪ್ಪು ಮಾಡಿರಬಹುದು.

ಈ ರೀತಿಯ ಸ್ಥಾನಪಲ್ಲಟದ ಕಾರಣದಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ 5ನ್ನು ಮರೆತಿರಬಹುದು. ಈ ರೀತಿಯ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಔಪಚಾರಿಕ ಕ್ರಮಾವಳಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸುವ ಮೊದಲು ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಒತ್ತುಕೊಟ್ಟು, ಭಾಗಾಕಾರದ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಮುಂದಾಗಬೇಕು ಎಂಬುದು ಇದರಿಂದ ಸೂಚಿತವಾಗುತ್ತದೆ.

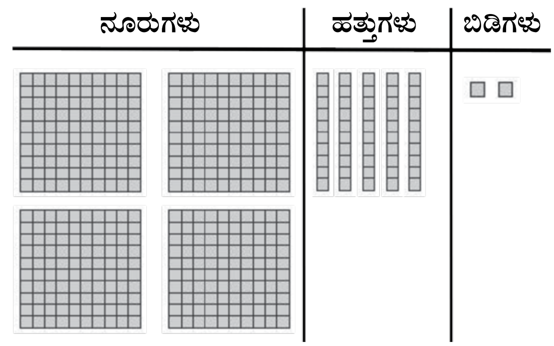
ಮೇಲಿನ ಉತ್ತರಗಳಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಮಾಡುವ ಮೂಲಭೂತ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಹುದು:

- ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆಯ ತಿಳಿವಳಿಕೆ
- ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ. ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳು 4 × 0 = 1 ಅಥವಾ 4 ಎಂದು ಬಗೆಯುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಂಡಿದ್ದೇವೆ
- ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಾನಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವು ಮುಗಿದಿದೆಯೇ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರಿಯದೇ ಇರುವುದು. ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ನಡೆಸುವಾಗ ಒಮ್ಮೆಗೆ ಒಂದು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಭಾಗಿಸುವುದು ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಅಭ್ಯಾಸ. ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರಭುತ್ವ ಪಡೆದ ಬಳಿಕ ಮಕ್ಕಳು ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಇಳಿಸಿಕೊಂಡು ಮುಂದೆ ಸಾಗಬಹುದಾದರೂ, ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಎಚ್ಚರಿಕೆ ವಹಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯ.
- ಅಂದಾಜಿಸುವ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬಳಸಿ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ದೊರೆತ ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡದೇ ಇರುವುದು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ಅವರು ಆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಇದನ್ನು ಅವರು ಕಾರ್ಯರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳು ಆಗದಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾವು ಅವರೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮಹತ್ತ್ವ ಪಡೆಯುತ್ತದೆ.

ಬೋಧನವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಮೊದಲಿಗೆ ಮೂರ್ತ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಬಳಿಕ, ಅವುಗಳನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆಯುತ್ತೇವೆ. ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಹಿಂದಿನ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಬೋಧನ-ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ (TLM) ಡೀನ್ಸ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಒಂದಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿ, ಎಷ್ಟೇ ಅಂಕಿಗಳಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ನಡೆಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಕ್ರಿಯವಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವ ಚರ್ಚೆಯ ಬಳಿಕ ಅವರಲ್ಲಿ ಮೂಡುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಅವರು ಬೋಧನ-ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಯೊಂದಿಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

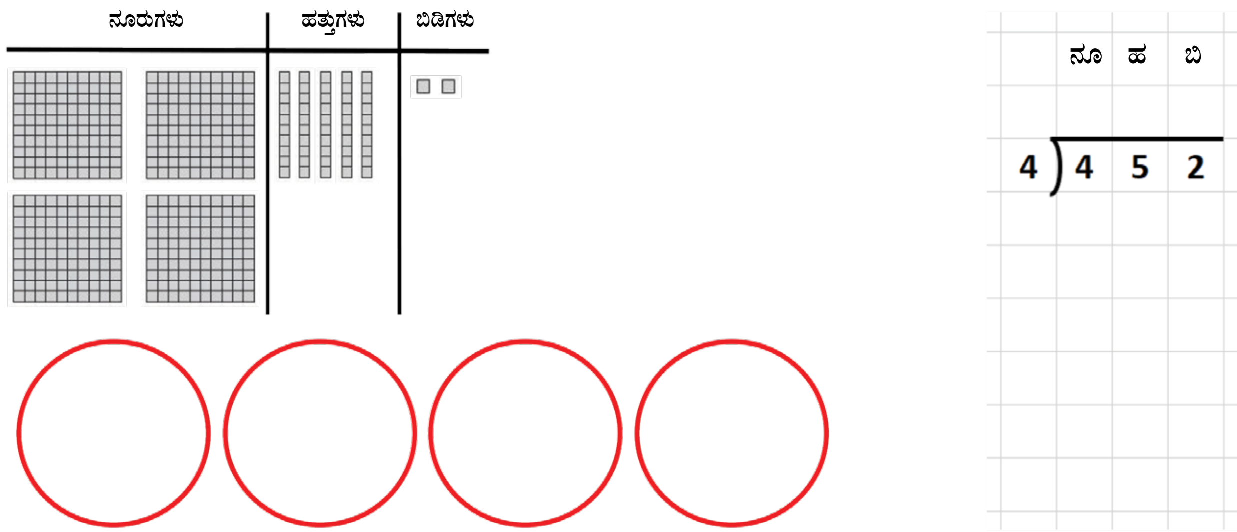
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾನು ನನ್ನ ಬೋಧನವಿಧಾನವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಬಳಸಿದ, ‘452 ÷ 4 =?’ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆರಂಭಿಕ ಚರ್ಚೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತರವು 100ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಇರಬೇಕು ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸುತ್ತಾರೆ. ಬಳಿಕ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಡೀನ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 452ನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತಾರೆ. ತದನಂತರ, ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಸ್ಥಾನ–ಬೆಲೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಬರೆದು, ನೂರು, ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಡೀನ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇರಿಸಲಾಗುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಕೇಳಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಇಂತಿವೆ:



ಚಿತ್ರ 6

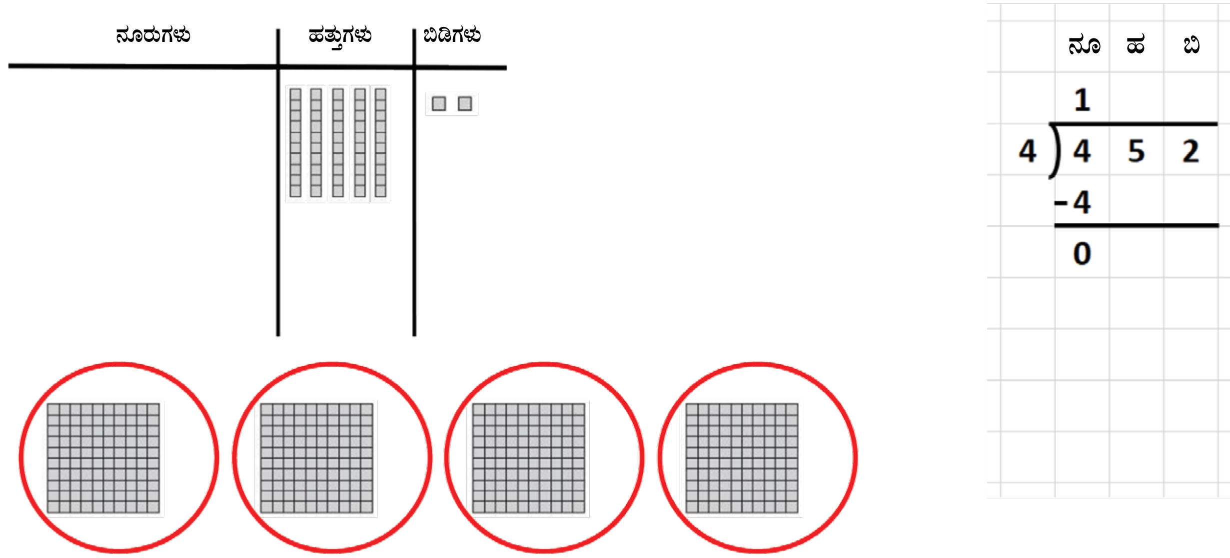
- 452ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ನೂರುಗಳು, ಎಷ್ಟು ಹತ್ತುಗಳು ಹಾಗೂ ಎಷ್ಟು ಬಿಡಿಗಳಿವೆ?
- 12 = ________ ಬಿಡಿಗಳು ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೆ?
- ನಾವು 52 = 4 ಹತ್ತುಗಳು + 12 ಬಿಡಿಗಳು ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೆ?

ಬಳಿಕ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಾರೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆದು, ಇವನ್ನು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆಯುತ್ತಾರೆ:



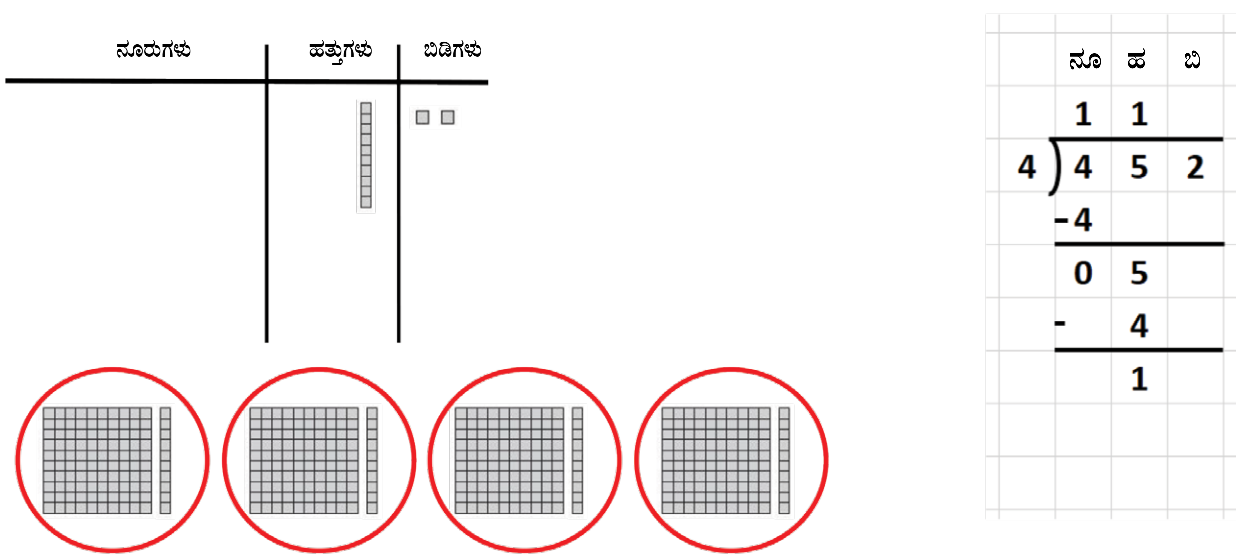
ಚಿತ್ರ 7

ಹಂತ 1: ಮೊದಲು 4 ನೂರನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ. ಅಂದರೆ, 4 ನೂರನ್ನು 4 ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬೇಕು. ನಮಗೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ 1 ನೂರು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ ಭಾಗಲಬ್ಧ 1 ಹಾಗೂ ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆ ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.



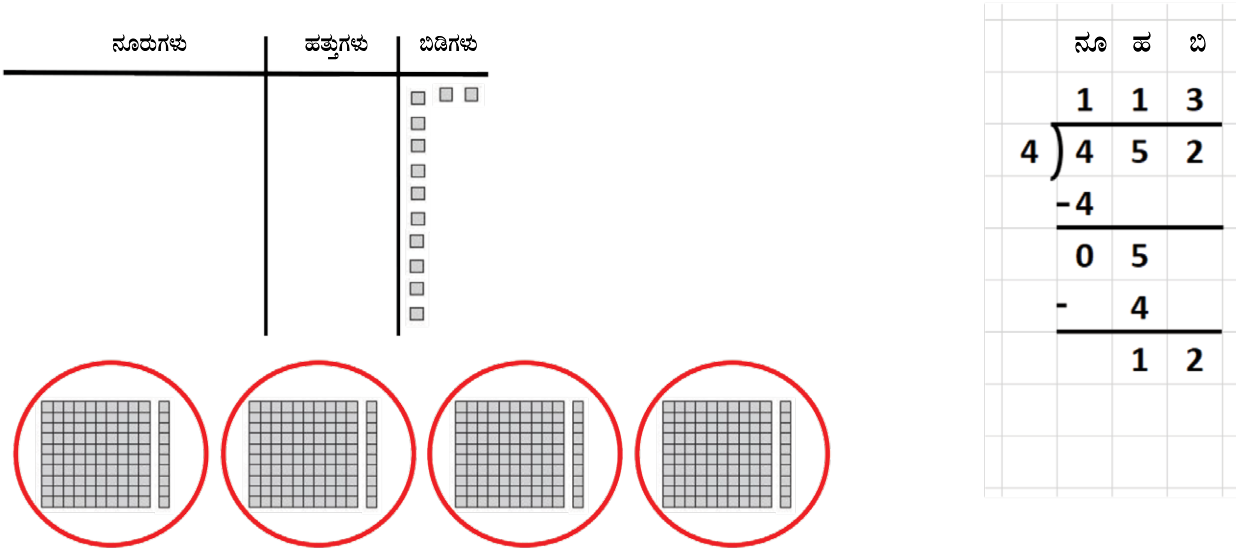
ಚಿತ್ರ 8

ಹಂತ 2. ನಾವೀಗ ಮುಂದಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ, ಅಂದರೆ, ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕೆ ಸಾಗಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ 5 ಹತ್ತುಗಳಿದ್ದು, ಅವನ್ನು ನಾವು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು (ಅಂದರೆ, 4 ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಬೇಕು). ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತಾ ನಾವು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿಯೂ 1 ಹತ್ತು ಇದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1ನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದಾಗ ಶೇಷವು 1 ಹತ್ತು ಆಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 9

ಹಂತ 3: ಇಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಹತ್ತನ್ನು 4 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವಾದರೂ ಬಿಡಿಗಳಾಗಿ ಬದಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಇರುವ 2 ಬಿಡಿಗಳಿಗೆ ನಾವು 10 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 12 ಬಿಡಿಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

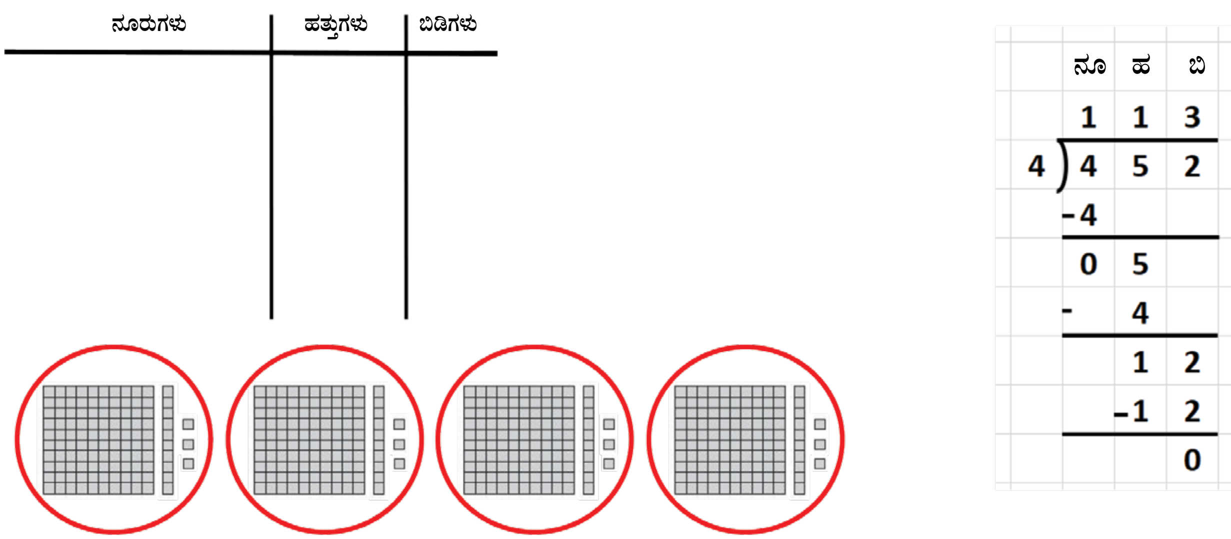


ಚಿತ್ರ 10

ಹಂತ 4: ಈಗ ನಾವು 12 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 4 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸೋಣ. ಆಗ ನಮಗೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿಯೂ 3 ಬಿಡಿಗಳು ದೊರೆತು, ಭಾಗಲಬ್ಧವು 3 ಆಗಿ, ಯಾವುದೇ ಶೇಷವಿರದೇ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು 452ನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, 1 ನೂರು, 1 ಹತ್ತು ಹಾಗೂ 3 ಬಿಡಿಗಳು ದೊರೆತು, 452 ÷ 4 = 113 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸುವಿಕೆ, ಗುಣಿಸುವಿಕೆ ಹಾಗೂ ಕಳೆಯುವಿಕೆಯ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ, ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಿ ಮುಗಿಸುವವರೆಗೂ ಮುಂದಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ ಸಾಗುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಎತ್ತಿ ತೋರಿಸಬೇಕು.

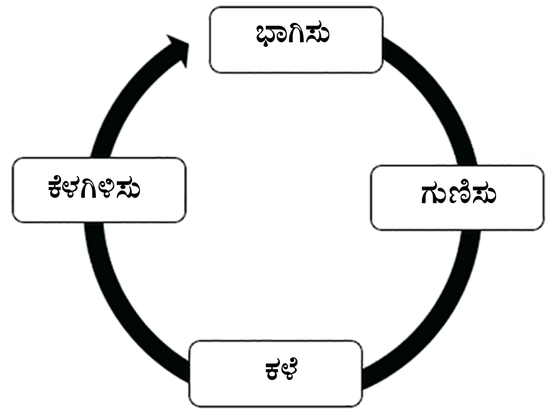


ಚಿತ್ರ 11

452 ÷ 4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಹಾಗೂ ಅದರ ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದ ಚರ್ಚೆಯ ಬಳಿಕ ಶಿಕ್ಷಕರು 204 ÷ 2, 320 ÷ 4 ಇತ್ಯಾದಿ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಡೀನ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳೊಂದಿಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತಂಡಗಳಿಗೆ ಬಿಡಿಸಲು ನೀಡಬಹುದು. ಅವರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಯಾವ ತಂಡಗಳಿಗೆ ನೆರವಿನ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೋ ಅಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ ಬೆಂಬಲ ನೀಡಬಹುದು. ಬಳಿಕ, ಶಿಕ್ಷಕರು

ಶೇಷಸಹಿತ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿ, ಕೊನೆಗೆ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು. ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಚೌಕುಳಿ ಕಾಗದಗಳನ್ನು ನೀಡಿ, ಮಕ್ಕಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬರೆಯುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ನಡೆಸುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಹೀಗೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಸುಧಾರಣೆಯೊಂದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದು ನನ್ನ ನಿಲುವು. ಇಷ್ಟಾದರೆ, ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆ ಹಾಗೂ ವಿಧಾನಾತ್ಮಕ ಸರಾಗತೆಗಳೆರಡೂ ಜೊತೆಗೂಡಿ ಬಹುತೇಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 12

ಅರ್ಧೇಂದುಶೇಖರ್ ದಾಶ್ ಅವರು ಧಮ್ತರಿಯ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಶಾಲೆಯ ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ಇವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಫೌಂಡೇಷನ್ನಿನ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದ್ದರು. ಇವರು ಭುವನೇಶ್ವರದ ವಾಣೀವಿಹಾರ ಉತ್ಕಲ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವೀಧರರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ಇವರು ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ನಿಕಟವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದು, ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆಯ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧನಶೈಲಿಯ ತಂತ್ರಗಳ ವಿಷಯಗಳತ್ತ ಗಮನ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವ ಕಾರ್ಯಾಗಾರಗಳನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಾರೆ. ಇವರು 8 ವರ್ಷಗಳಿಗೂ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಲ ಮಕ್ಕಳೊಂದಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದು, ತಾಂತ್ರಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವ ಹಾಗೂ ರೂಪಿಸುವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಅಪಾರ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಛತ್ತಿಸಗಡ ರಾಜ್ಯದ ಮುಕ್ತ ದೂರ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ರೂಪಿಸುವ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬರೆಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಹ ಇವರು ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: arddhendu@azimpremjifoundation.org

ಅನುವಾದ: **ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ತರಗತಿ

ಬಹು ಅಂಕಿ ಭಾಜಕಗಳಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ

ಮ್ಯಾಥ್ ಸ್ಪೇಸ್

2015ರ ಜುಲೈ ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿದ್ದ "ಭಾಗಾಕಾರ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಯ ಮೇಲಿನ ಚಿಂತನೆಗಳು" ಎಂಬ ಲೇಖನವನ್ನು ಓದಿದ ಬಳಿಕ ಶಿಕ್ಷಕಿಯೊಬ್ಬರು ಐದನೆಯ ತರಗತಿಗೆ ಅದನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡು ನಡೆಸಿದ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. [1]

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾದ ಪುನರ್ಮನನ: ಭಾಗಾಕಾರವು ಸಾಕಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡುವ, ಕಳೆಯುವ ಹಾಗೂ ಗುಣಿಸುವ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ. ಈ ನಾಲ್ಕೂ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವೇ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ಲಿಷ್ಟವಾಗಿದ್ದು ಇದಕ್ಕೆ ಪ್ರಮುಖ ಕಾರಣವೆಂದರೆ ಉಳಿದ ಮೂರೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದರೂ ನಮಗೆ ಅಂದಾಜಿಸುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಆದರ್ಶ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ 'ಅಂದಾಜಿಸುವುದು' ಅತ್ಯವಶ್ಯಕ ವಾಗಿ ಬೇಕಾಗಿರುವುದಲ್ಲದೇ, ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿ "ಇದು ಹೀಗಾದಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನದ್ದು ಹೀಗೆ ಮಾಡಬೇಕು" ಎನ್ನುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಇದು ಆಳವಾಗಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಸ್ತುತ ಎನ್ ಸಿ ಇ ಆರ್ ಟಿ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಪೂರ್ವಸಿದ್ಧತಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ (ಐದನೆಯ ತರಗತಿಯವರೆಗೆ) ಬಹು–ಅಂಕಿ ಭಾಜಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಂತ ಅವು ಮುಂದಿನ ಹಂತವಾದ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ (ಆರರಿಂದ ಎಂಟನೆಯ ತರಗತಿ) ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳುತ್ತವೆಯೇ ಎಂದರೆ ಅದೂ ಸಹ ಇಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ ನಾವು ಇದನ್ನು ಬೋಧಿಸಬೇಕೇ? 'ಸ್ಮಾರ್ಟ್‌ಫೋನ್' ಅಲ್ಲದ ಫೋನ್‌ಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಇರುವಾಗ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆಯೇ?

ಹೀಗಿದ್ದರೂ ಇವುಗಳ ಬೋಧನೆಯ ಅವಶ್ಯಕತೆಗೆ ಎರಡು ಕಾರಣಗಳು ಕಂಡುಬರುತ್ತಿವೆ:

1. 365ರಂತಹ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಈಗ ಕಂಡು ಬರದಿದ್ದರೂ, ಅಕಸ್ಮಾತ್ತಾಗಿ ಅನಿವಾರ್ಯತೆ ಒದಗಿ ಬಂದಾಗ ಭಾಗಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿರುವುದು ಮುಖ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. 2–ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ (ಅಂದಾಜಿಸುವುದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ) ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು, ಯಾವುದೇ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು. ಹಾಗಾಗಿ, ಮೊದಲಿಗೆ 2–ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸಬೇಕು.
2. **ಇದಕ್ಕಿರುವ ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಕಾರಣವೆಂದರೆ ಕಾರಣವೆಂದರೆ:** ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲೇ 2–ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದನ್ನ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳಿಂದ ಅಪೇಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಅವರು ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸುವಂತಿಲ್ಲ. ಇಲ್ಲೊಂದಿಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: *ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿ; ಅಂದಾಜಿಸುವುದು; ತರ್ಕಿಸುವುದು; ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಗ್ರಹಿಕೆ*

7. ಹಾಲುಮಾರುವವನೊಬ್ಬನು ಅವನ ಎರಡು ಎಮ್ಮೆಗಳನ್ನು, ಒಂದಕ್ಕೆ ರೂ. 20000 ದಂತೆ ಮಾರಿದ. ಒಂದು ಎಮ್ಮೆಯ ಮಾರಾಟದಿಂದ ಅವನಿಗೆ 5% ಲಾಭವಾಯಿತು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದರಿಂದ 10% ನಷ್ಟವಾಯಿತು. ಅವನಿಗೆ ಆದ ನಿವ್ವಳ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಎಷ್ಟು (ಸುಳಿವು: ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ CP ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ)?

10. ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 2003ರಲ್ಲಿ ವರ್ಷಕ್ಕೆ 5% ದರದಂತೆ 54000ಕ್ಕೆ ಏರಿತು.

(i) 2001 ರಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಿಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) 2005 ರಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಿಯ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟಾಗಬಹುದು?

ಅಧ್ಯಾಯ 8: ಪರಿಮಾಣಗಳ ತುಲನೆ
ತರಗತಿ 8, NCERT ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ
ಉದಾ: 8.2, Q7
ಉದಾ: 8.3, Q10

ಇದಲ್ಲದೆ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು:

- **ಕ್ಷೇತ್ರ ಗಣಿತ –** ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ನೀಡಿದಾಗ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ಒಂದು 40 ಸೆಂ.ಮೀ ತಂತಿಯನ್ನು ಬಗ್ಗಿಸಿ ಮಾಡಿದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.
- **ದತ್ತಾಂಶ ನಿರ್ವಹಣೆ:** ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ಮೊತ್ತ 4178 ಕೊಡುವ 23 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ದತ್ತಾಂಶ ನಿರ್ವಹಣೆಗೆ ಸಂಬಂಧ ಪಟ್ಟ ಮೇಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು 8ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಶಿಕ್ಷಕರೊಬ್ಬರು ನಿರೂಪಿಸಿದ ತಮ್ಮ ಅನುಭವವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

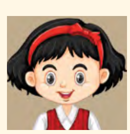
ಶಿಕ್ಷಕರು: ನಮ್ಮ ಬಳಿ ಇರುವ 23 ವಸ್ತುಗಳ ಒಟ್ಟು ತೂಕ 4178 ಕೆ.ಜಿ ಯಾಗಿದೆ. ಸರಾಸರಿ ತೂಕ ಎಷ್ಟಿರಬಹುದು ಎಂದು ಯಾರಾದರೂ ಅಂದಾಜಿಸಬಹುದೇ? ನೀವು ಹೇಗೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದಿರಿ ಎನ್ನುವುದನ್ನೂ ಸಹ ವಿವರಿಸಬೇಕು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 1: 200ಕೆಜಿ ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ. ಏಕೆಂದರೆ, 23×20 ಮಾಡಿದರೆ 4600ಕೆಜಿ ಆಗುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 2: 150 ಕೆಜಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಏಕೆಂದರೆ 23×100 ಮಾಡಿದರೆ 2300 ಕೆಜಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, ಸರಾಸರಿ 100ಕ್ಕಿಂತ 200ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಮೀಪವಿರಬೇಕು.

ಶಿಕ್ಷಕರು: ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದ ಆಲೋಚನೆ. ನೀವಿಬ್ಬರೂ 10 ಮತ್ತು 100ರ ಗುಣಕಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತಾ ಅಂದಾಜಿಸುತ್ತಿದ್ದೀರಿ ಎನ್ನುವುದು ತಿಳಿಯುತ್ತಿದೆ. ಈಗ ಇದನ್ನೇ ಅನುಕೂಲವಾಗಿಸಿಕೊಂಡು ನೀವು 23ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದೇ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಈಗ 23ನ್ನು ಹತ್ತರ ಸಮೀಪ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸೋಣವೇ? ಅಂದರೆ 20. ಈಗ 41ನ್ನು 20ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯನ್ನ ಅಂದಾಜಿಸಿ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 3: ಹಾಂ.. 2 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಇದಾಗಲೇ ನಾವು ಅಂದಾಜಿಸಿದ ಉತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ದೂರ ಹೋಗುತ್ತಿರುವ ಹಾಗೆ ತೋರುತ್ತಿದೆ.



ಶಿಕ್ಷಕರು: ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಗಮನಿಸಿದ್ದೀ. 23ನ್ನು ಎರಡರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 46 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದು ನೀ ಹೇಳಿದಂತೆ 41ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 2: ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮೊದಲ ಅಂಕಿ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ನಮಗೆ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷ 41–23. ಅಂದರೆ 18. ಒಂದಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ನಾವು ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಇಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಹಾಗೆ ಇಲ್ಲೂ ಸಹ ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಇಳಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದೇ?

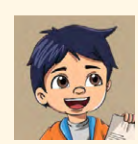
ಶಿಕ್ಷಕರು: ಹೌದು, 187 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ಮತ್ತೆ ನೋಡಿ 20 x 9 ಮಾಡಿದರೆ 180 ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 1: ಓಹ್. ಹಾಗಾದರೆ 23×9 ಮಾಡಿ ನೋಡೋಣ. ನಮಗೆ 207 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಜಾಸ್ತಿಯಾಯಿತು. 23×8 ಈಗ ಮಾಡಿ ನೋಡೋಣ. 184 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದು 187ಕ್ಕೆ ಅತೀ ಸಮೀಪವಾಗಿದೆ.

ಶಿಕ್ಷಕರು: ಹಾಗಾಗಿ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮೊದಲೆರಡು ಅಂಕಿಗಳು 1 ಮತ್ತು 8 ಮತ್ತು ಉಳಿಯುವ ಶೇಷ 3. ಈಗ ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿಸಿಕೊಂಡು 38ನ್ನು 23ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 2: ನನಗೆ ಸಿಕ್ಕ ಭಾಗಲಬ್ಧ 181 ಹಾಗೂ ಶೇಷ 15. ಹಾಗಾಗಿ ನನಗೆ ದೊರೆತ ಸರಾಸರಿ ಸುಮಾರು 181 ಕೆ.ಜಿ. ಹಾಗೆ ನೋಡಿದರೆ ಇದು ಸುಮಾರು 181.5 ಕೆ.ಜಿ. ಏಕೆಂದರೆ 23ರ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ 15 ದೊಡ್ಡದೇ.

ಶಿಕ್ಷಕರು: ಹೀಗೆ ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿಯ ಬಗೆಗಿನ ನಮ್ಮ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾಗಿದೆ. ಈ 23 ವಸ್ತುಗಳು ಏನಾಗಿರಬಹುದು ಎಂದೆನಿಸುತ್ತದೆ ನಿಮಗೆಲ್ಲಾ?



ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ 4: ಬಹುಶಃ ಒಂದು ಬಗೆಯ ಪ್ರಾಣಿಗಳೇ? ಡಾಲ್ಫಿನ್ನಿನ ಹಾಗೆ? ನನ್ನ ಅಚ್ಚುಮೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರಾಣಿಗಳು ಅವು.

ಶಿಕ್ಷಕರು: ಉತ್ತಮವಾದ ಸಲಹೆ ನೀಡಿದೆ. ನನಗೆ ತಿಳಿದಂತೆ ಕೆಲವು ಮೋಟಾರ್ ಸೈಕಲ್ ಗಳು 200 ಕೆ. ಜಿ. ತೂಗುತ್ತವೆ. ಇನ್ನೂ ಯಾವ್ಯಾವ ವಸ್ತುಗಳು '200 ಕೆ.ಜಿ.' ತೂಗಬಹುದು ಎಂದು ಒಮ್ಮೆ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ. ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಈ 23 ವಸ್ತುಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಏನಿದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸೋಣ. ನೀವು ರಚಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳ ನೈತಿಕತೆಯ ಬಗ್ಗೆಯೂ ಚರ್ಚಿಸೋಣವೇ?

ಈ ನಿರೂಪಣೆಯನ್ನು ಕೇಳಿದ ಮೇಲೆ ಎರಡಂಕಿ ಭಾಜಕಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ರಚಿಸೋಣವೆಂದು ನಾವು Math Space ನಲ್ಲಿ ನಿರ್ಧರಿಸಿದೆವು. ನಾವು ರಚಿಸಿದ್ದು ಹೀಗಿದೆ.

1. ಭಾಜಕವನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಹತ್ತಿರದ 10ರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿ
2. ಅಂದಾಜಿಸಿದ ಭಾಜಕದಿಂದ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು (ಅಥವಾ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು) ಅಂದಾಜಿಸಿ
3. ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ಪರಿಶೀಲಿಸಿ
   - ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮೀಪಿಸಲು: (ಭಾಜ್ಯ – ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ) x ಭಾಜಕ > ಭಾಜಕ ಆಗಿದ್ದರೆ: ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1 ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಹಂತ 3ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ
   - ಹಿಂದಿನ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮೀಪಿಸಲು: ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ x ಭಾಜಕ < ಭಾಜ್ಯ ಆಗಿದ್ದರೆ: ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1 ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಹಂತ 3ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ
5. ಭಾಗಾಕಾರದ ಹಂತವನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಿದ ಭಾಗಲಬ್ಧದೊಂದಿಗೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಈ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ (ಮುಂದೆ ನಾವು ಕರಾರುವಕ್ಕಾಗಿ ಎಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಇರಬಹುದೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ), ಕೆಲವೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ. ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಕೇವಲ 3 ಅಂಕಿ ÷ 2 ಅಂಕಿ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗಷ್ಟೇ ಸೀಮಿತವಾಗಿದ್ದೇವೆ. ಮುಂದಿನದನ್ನು ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವಂತೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ 3 ಅಂಕಿ ÷ 2 ಅಂಕಿ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ:

● ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮೀಪಿಸುವುದು:

ಉದಾಹರಣೆ 1: 672 ÷ 19

ಭಾಜಕವನ್ನು ಸಮೀಪದ ಮುಂದಿನ ಹತ್ತರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು: 19 ನ್ನು 20ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು.	ಸಿಕ್ಕ ಅಂದಾಜಿನಿಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು (ಅಥವಾ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು) ಅಂದಾಜಿಸುವುದು 672 ≈ 600, ಅಂದರೆ 6 ನೂರುಗಳು 672 ≈ 670, ಅಂದರೆ 67 ಹತ್ತುಗಳು 672 ÷ 20 (ಅಥವಾ 600 ÷20) ≈30 = 3 ಹತ್ತುಗಳು.	
ಹೀಗೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಮೂಲ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ	3 ಹತ್ತುಗಳು × 19 = 57 ಹತ್ತುಗಳು (ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಮೂಲ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ = 57 ಹತ್ತುಗಳು)	30 19)672 −570 102
ಪರಿಶೀಲಿಸಿ (ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮೀಪಿಸಲು): ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯ – ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ × ಭಾಜಕ < ಭಾಜಕ ಆಗಿದೆ.	67 ಹತ್ತುಗಳು – 57 ಹತ್ತುಗಳು = 10 ಹತ್ತುಗಳು < 19 ಹತ್ತುಗಳು ಹಾಗಾಗಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ = 3 ಹತ್ತುಗಳು.	
ಈ ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:	10 ಹತ್ತುಗಳು + 2 ಬಿಡಿಗಳು = 102.	
ಈ ಹಂತಗಳನ್ನೇ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.		35 19)672 −570 102 − 95 7
ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:	102 ÷ 2 (ಅಥವಾ 10 ÷ 2) ≈ 5	
ಭಾಗಲಬ್ಧ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ:	5 × 19 = 95	
ಶೇಷವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು:	102 – 95 = 7 < 19 ಹಾಗಾಗಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ = 5	
ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದು:	ಭಾಗಲಬ್ಧ = 3 ಹತ್ತುಗಳು + 5 ಬಿಡಿಗಳು = 35 ಮತ್ತು ಶೇಷ 7 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.	

ಆಲೋಚಿಸಿ: ಅಕಸ್ಮಾತ್ 19ರ ಬದಲು 17ನ್ನು ಭಾಜಕವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರೆ, ಅಂದರೆ 672 ÷ 17 ಮಾಡಿದ್ದರೆ ಆಗುತ್ತಿದ್ದ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ಏನು?

ಉದಾಹರಣೆ 2: 867 ÷ 16

ಭಾಜಕವನ್ನು ಸಮೀಪದ ಮುಂದಿನ ಹತ್ತರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು: 16ನ್ನು 20ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು.	ಸಿಕ್ಕ ಅಂದಾಜಿನಿಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು (ಅಥವಾ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು) ಅಂದಾಜಿಸುವುದು 867 ≈ 800,ಅಂದರೆ 8 ನೂರುಗಳು 867 ≈ 860,ಅಂದರೆ 86 ಹತ್ತುಗಳು 867 ÷ 20 (ಅಥವಾ 800 ÷20) ≈40 = 4 ಹತ್ತುಗಳು.	
ಹೀಗೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಮೂಲ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ	4 ಹತ್ತುಗಳು × 16 = 64 ಹತ್ತುಗಳು.	$\begin{array}{r} 50 \\ 16\overline{)867} \\ -800 \\ \hline 67 \end{array}$
ಪರಿಶೀಲಿಸಿ (ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮೀಪಿಸಲು): ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯ– ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ × ಭಾಜಕ > ಭಾಜಕ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1 ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಹಂತ 3ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.	86 ಹತ್ತುಗಳು – 64 ಹತ್ತುಗಳು = 22 ಹತ್ತುಗಳು > 16 ಹತ್ತುಗಳು ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 4 ಹತ್ತುಗಳು + 1 ಹತ್ತು = 5 ಹತ್ತುಗಳು.	
ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲನೆ:	5 ಹತ್ತುಗಳು ×16 = 80 ಹತ್ತುಗಳು 86 ಹತ್ತುಗಳು – 80 ಹತ್ತುಗಳು 6 ಹತ್ತುಗಳು < 16 ಹತ್ತುಗಳು.	
ಈ ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:	6 ಹತ್ತುಗಳು + 7 ಬಿಡಿಗಳು = 67.	
ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:	67 ÷ 20 (ಅಥವಾ 6 ÷ 2) ≈ 3	$\begin{array}{r} 54 \\ 16\overline{)867} \\ -800 \\ \hline 67 \\ -\ \ 64 \\ \hline 3 \end{array}$
ಈ ಹಂತಗಳನ್ನೇ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.		
ಭಾಗಲಬ್ಧ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ:	3 ×16=48	
ಶೇಷವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು:	67– 48= 19 > 16 ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 3+1=4.	
ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲನೆ:	4 ×16 = 64	
ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದು:	ಭಾಗಲಬ್ಧ = 5 ಹತ್ತುಗಳು + 4 ಬಿಡಿಗಳು = 54 ಮತ್ತು ಶೇಷ 3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.	

ಅಕಸ್ಮಾತ್ 867 ರ ಬದಲಾಗಿ 863 ಅನ್ನು ಭಾಜ್ಯವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದ್ದರೆ, ಅಂದರೆ 863 ÷ 16 ಮಾಡಿದ್ದರೆ ಏನಾಗಿರುತ್ತಿತ್ತು?

● ಹಿಂದಿನ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮೀಪಿಸುವುದು:

ಉದಾಹರಣೆ 3: 772 ÷ 31

ಭಾಜಕವನ್ನು ಸಮೀಪದ ಹಿಂದಿನ ಹತ್ತರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು: 31 ನ್ನು 30ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು.	ಸಿಕ್ಕ ಅಂದಾಜಿನಿಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು (ಅಥವಾ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು) ಅಂದಾಜಿಸುವುದು 772 ≈ 700,ಅಂದರೆ 7 ನೂರುಗಳು 772 ≈ 770,ಅಂದರೆ 77 ಹತ್ತುಗಳು 772 ÷ 30 (ಅಥವಾ 700 ÷30) ≈ 20 = 2 ಹತ್ತುಗಳು.	
ಹೀಗೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಮೂಲ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ	2 ಹತ್ತುಗಳು × 31 = 62 ಹತ್ತುಗಳು.	$\begin{array}{r} 20 \\ 31\overline{)772} \\ -620 \\ \hline 152 \end{array}$
ಹಿಂದಿನ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮೀಪಿಸಲು: ಇಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ × ಭಾಜಕ < ಭಾಜ್ಯ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ	70 ಹತ್ತುಗಳಿಗಿಂತ 62 ಹತ್ತುಗಳು ಕಡಿಮೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 2 ಹತ್ತುಗಳು.	
ಈ ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:	77 ಹತ್ತುಗಳು – 62 ಹತ್ತುಗಳು = 15 ಹತ್ತುಗಳು 15 ಹತ್ತುಗಳು + 2 ಬಿಡಿಗಳು = 152	
ಈ ಹಂತಗಳನ್ನೇ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.		$\begin{array}{r} 24 \\ 31\overline{)772} \\ -620 \\ \hline 152 \\ -124 \\ \hline 28 \end{array}$
ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:	152÷30 (ಅಥವಾ 15 ÷ 3) ≈5	
ಭಾಗಲಬ್ಧ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ:	5 × 31 = 155	
ಇಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿ × ಭಾಜಕ > ಭಾಜ್ಯ. ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1 ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ, ಹಂತ 3ನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.	155 > 153 ಭಾಗಲಬ್ಧ = 5–1 = 4.	
ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲನೆ:	4 ×31 = 124 ಹಾಗೂ 124<153	
ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದು:	ಭಾಗಲಬ್ಧ = 2 ಹತ್ತುಗಳು + 4 ಬಿಡಿಗಳು = 24 ಮತ್ತು ಶೇಷ 28 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.	

ಅಕಸ್ಮಾತ್ ಭಾಜ್ಯ 772 ರ ಬದಲಾಗಿ 779 ಇದ್ದಿದ್ದರೆ, ಅಂದರೆ ಮಾಡಿದ್ದರೆ, 779÷31 ಆಗುತ್ತಿದ್ದ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ಏನು?

ಉದಾಹರಣೆ 4: 805 ÷ 21

<table>
<tr><td>ಭಾಜಕವನ್ನು ಸಮೀಪದ ಹಿಂದಿನ ಹತ್ತರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:
21 ನ್ನು 20ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು.</td><td colspan="2">ಸಿಕ್ಕ ಅಂದಾಜಿನಿಂದ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು (ಅಥವಾ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂಕಿಯನ್ನು) ಅಂದಾಜಿಸುವುದು
805 ≈ 800, ಅಂದರೆ 8 ನೂರುಗಳು ಅಂದರೆ 8 ಹತ್ತುಗಳು
805 ÷ 20 (ಅಥವಾ 800 ÷20) ≈ 40 = 4 ಹತ್ತುಗಳು.</td></tr>
<tr><td>ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು:</td><td>4 ಹತ್ತುಗಳು × 21 = 84 ಹತ್ತುಗಳು.</td><td rowspan="4">$\begin{array}{r} 30 \\ 21\overline{)805} \\ -630 \\ \hline 175 \end{array}$</td></tr>
<tr><td>ಶೇಷವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು:</td><td>84 ಹತ್ತುಗಳು > 80 ಹತ್ತುಗಳು
ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 4 ಹತ್ತುಗಳು – 1 ಹತ್ತು = 3 ಹತ್ತುಗಳು</td></tr>
<tr><td>ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು:</td><td>3 ಹತ್ತುಗಳು ×21=63 ಹತ್ತುಗಳು</td></tr>
<tr><td>ಈ ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:</td><td>80 ಹತ್ತುಗಳು – 63 ಹತ್ತುಗಳು = 17 ಹತ್ತುಗಳು
17 ಹತ್ತುಗಳು + 5 ಬಿಡಿಗಳು = 175</td></tr>
<tr><td colspan="2">ಈ ಹಂತಗಳನ್ನೇ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</td><td rowspan="6">$\begin{array}{r} 38 \\ 21\overline{)805} \\ -630 \\ \hline 175 \\ -168 \\ \hline 7 \end{array}$</td></tr>
<tr><td>ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:</td><td>175÷20 (ಅಥವಾ 17 ÷ 2) ≈8</td></tr>
<tr><td>ಭಾಗಲಬ್ಧ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ:</td><td>8 × 21 = 168</td></tr>
<tr><td>ಪರಿಶೀಲನೆ:</td><td>168 < 175 ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 8</td></tr>
<tr><td>ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲನೆ:</td><td>4 ×31 = 124 ಹಾಗೂ 124 < 153</td></tr>
<tr><td>ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದು:</td><td>ಭಾಗಲಬ್ಧ = 3 ಹತ್ತುಗಳು + 8 ಬಿಡಿಗಳು = 38</td></tr>
</table>

ಅಕಸ್ಮಾತ್ 802 ಬದಲಾಗಿ 604 ಭಾಜ್ಯವಾಗಿದ್ದಾರೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತಿದ್ದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈ ಹಿಂದಿನ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಒಂದಂಕಿ ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳು ಇರುವ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ವಿವಿಧ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಒಂದಂಕಿ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ 2×2 ×(1+2)=12 ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಸಾರಾಂಶಿಸಲಾಗಿದೆ:

ಅಂಭಾ = ಅಂದಾಜಿಸಲಾದ ಭಾಗಲಬ್ಧ; **ಕೊಭಾ** = ಅಂತಿಮ ಭಾಗಲಬ್ಧ (ಕೊನೆಯ ಭಾಗಲಬ್ಧ)

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th colspan="2">1 ಹಂತದ ಭಾಗಾಕಾರ, ಒಂದಂಕಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ</th><th colspan="3">2 ಹಂತದ ಭಾಗಾಕಾರ, ಎರಡಂಕಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ</th></tr>
<tr><th></th><th>ಉದಾಹರಣೆಗಳು</th><th>ಹಂತ 1</th><th>ಹಂತ 2</th><th>ಹಂತ 3</th></tr>
<tr><td rowspan="4">ಭಾಜ್ಯವನ್ನು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮೀಪಿಸುವುದು:</td><td rowspan="2">ಕೊಭಾ =ಅಂಭಾ</td><td rowspan="2">243÷37</td><td rowspan="2">ಕೊಭಾ =ಅಂಭಾ</td><td>ಕೊಭಾ = ಅಂಭಾ</td><td>672÷19</td></tr>
<tr><td>ಕೊಭಾ > ಅಂಭಾ</td><td>672÷17</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ಕೊಭಾ > ಅಂಭಾ</td><td rowspan="2">256÷36</td><td rowspan="2">ಕೊಭಾ > ಅಂಭಾ</td><td>ಕೊಭಾ = ಅಂಭಾ</td><td>863÷16</td></tr>
<tr><td>ಕೊಭಾ > ಅಂಭಾ</td><td>867÷16</td></tr>
<tr><td rowspan="4">ಭಾಜ್ಯವನ್ನು ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮೀಪಿಸುವುದು:</td><td rowspan="2">ಕೊಭಾ =ಅಂಭಾ</td><td rowspan="2">254÷31</td><td rowspan="2">ಕೊಭಾ =ಅಂಭಾ</td><td>ಕೊಭಾ = ಅಂಭಾ</td><td>779÷31</td></tr>
<tr><td>ಕೊಭಾ < ಅಂಭಾ</td><td>772÷37</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ಕೊಭಾ <ಅಂಭಾ</td><td rowspan="2">256÷33</td><td rowspan="2">ಕೊಭಾ <ಅಂಭಾ</td><td>ಕೊಭಾ = ಅಂಭಾ</td><td>805÷21</td></tr>
<tr><td>ಕೊಭಾ < ಅಂಭಾ</td><td>604÷21</td></tr>
</table>

ದೊಡ್ಡ ಭಾಜಕಗಳಿಗೆ ನಮ್ಮ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದ ಮೊದಲನೇ ಹಂತವನ್ನ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಭಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ n ಅಂಕಿಗಳಿದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ಸಮೀಪದ 10^n ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಕಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿ.

ಉಳಿದ ಹಂತಗಳೆಲ್ಲಾ ಹಾಗೆಯೇ ಇರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 8397 ÷ 365ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

	ಸಮೀಪದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:	365ನ್ನು 400ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿ. 8397 ≈ 8000, ಅಂದರೆ 8 ಸಾವಿರಗಳು 8397 ≈ 8300, ಅಂದರೆ 83 ನೂರುಗಳು	
ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮೊದಲ ಅಂಕಿ	ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:	8397÷400 (ಅಥವಾ 83÷4) ≈20=2 ಹತ್ತುಗಳು	20 365)8397 −730 109
	ಗುಣಲಬ್ಧ:	2 ಹತ್ತುಗಳು × 365 = 730 ಹತ್ತುಗಳು	
	ಶೇಷವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದು:	839 ಹತ್ತುಗಳು – 730 ಹತ್ತುಗಳು = 109 ಹತ್ತುಗಳು < 365 ಹತ್ತುಗಳು ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 2 ಹತ್ತುಗಳು.	
	ಈ ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:	839–73 ಹತ್ತುಗಳು = 109.	
ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಎರಡನೆಯ ಅಂಕಿ	ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವುದು:	1097 ÷400 (ಅಥವಾ 10 ÷4) ≈2	23 365)8397 −730 1097 −1095 2
	ಗುಣಲಬ್ಧ:	2×365=770	
	ಭಾಗಲಬ್ಧ ಅಂಕಿಯ ಹಾಗೂ ಭಾಜಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ:	2 ×16=48	
	ಶೇಷದ ಪರಿಶೀಲನೆ:	1097–770 = 367 > 365 ಹಾಗಾಗಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ = 2+1=3.	
	ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲನೆ:	3 ×365 = 1095	
	ಹಂತವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದು:	ಭಾಗಲಬ್ಧ = 2 ಹತ್ತುಗಳು + 3 ಬಿಡಿಗಳು = 23 ಮತ್ತು ಶೇಷ 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.	

ಬಹು ಅಂಕಿ ಭಾಜಕಗಳು ಒದಗಿಸುವ ಕ್ಲಿಷ್ಟತೆಯನ್ನು – ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಅಂದಾಜಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನಿತರೆ ಸೂಕ್ಷ್ಮತೆಗಳನ್ನು–ನಿವಾರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಈ ಲೇಖನದ ಚರ್ಚೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಸಹಕರಿಸುತ್ತವೆ ಎನ್ನುವುದು ನಮ್ಮ ಭಾವನೆ. ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಒಂದೊಂದೇ ಅಂಕಿ ದೊರೆಯುತ್ತಿದ್ದಂತೆ, ನಮ್ಮ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವು ಆ ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಪ್ರಾಯಶಃ ಆ ಕ್ಷಕಿ ಮಕ್ಕಳೊಟ್ಟಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸುವಾಗ ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿದ ಹಾಗೆ ತೋರುತ್ತದೆ.

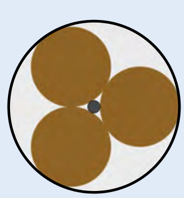
ಪರಾಮರ್ಶನ:

1. Thoughts on the Division Operation, At Right Angles, Jul 2015, http://publications.azimpremjifoundation.org/1719/1/ARA_July_2015-38-41.pdf
2. Multi-Digit-Divisor (ppt): https://drive.google.com/file/d/1rBiYlFhbD0Ylh_noZm-_xhFBpFVJ-0Nc/view

ಮ್ಯಾಥ್ ಸ್ಪೇಸ್ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಗಣಿತದ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯವಾಗಿದ್ದು, ಶಾಲೆಗಳು, ಶಿಕ್ಷಕರು, ಪೋಷಕರು, ಮಕ್ಕಳು, ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ಹಲವು ಸರ್ಕಾರೇತರ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಹಾಗೂ ಪ್ರಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಸಂಬಂಧಿತ ವಿವಿಧ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಇದು ಅನ್ವೇಷಿಸುವುದಲ್ಲದೆ, ಕಸದಿಂದ ಅತೀ ಕಡಿಮೆ ವೆಚ್ಚದಲ್ಲಿ ತಯಾರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನೂ ಸಹ ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತದೆ. ಗಣಿತವನ್ನು ದ್ವೇಷಿಸುವ ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೆ ಹೆದರುವ ಮನಸ್ಥಿತಿಗಳಿಗಲ್ಲದೇ ಗಣಿತವನ್ನೇ ಅಚ್ಚುಮೆಚ್ಚಾಗಿಸಿಕೊಂಡವರಿಗೂ ಸಹ ಇದು ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇದು ಅನೇಕ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹುಟ್ಟುವ ಹಾಗೂ ವಿಕಸನಗೊಳ್ಳುವ ಜಾಗವಾಗಿದ್ದು, ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಹಲವಾರು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳೊಟ್ಟಿಗಿನ ಸಂವಹನವೇ ಕಾರಣವಾಗಿದೆ. ಮ್ಯಾಥ್ ಸ್ಪೇಸ್ ಅನ್ನು mathspace@apu.edu.in ಮೂಲಕ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಅನುವಾದ: **ಯತಿರಾಜ್ ಶರ್ಮ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ಸಿಹಿ ಸಂಗತಿ



ಅರ್ಜುನನ ತಾಯಿ ಅವನಿಗೆ ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ, ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮೂರು ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನುಗಳನ್ನು ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಬಟ್ಟಲಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟರು. ಅರ್ಜುನನಿಗೆ ಒಂದು ಸ್ಟ್ರಾ ಮೂಲಕ ಸಕ್ಕರೆ ಪಾಕವನ್ನು ಕುಡಿಯಬೇಕೆನ್ನಿಸಿತು. ಸ್ಟ್ರಾ ಅನ್ನು ಅವನು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟಾಗ, ಅವನು ಒಂದು ವಿಚಿತ್ರ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನ್ ಕೂಡ ಉಳಿದವುಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಬಟ್ಟಲಿಗೆ ತಾಕುತ್ತಿತ್ತು. ಅಲ್ಲದೇ, ಸ್ಟ್ರಾ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನ್‌ಗೂ ತಾಕುತ್ತಿತ್ತು.

ಸ್ಟ್ರಾನ ತ್ರಿಜ್ಯ ಒಂದು ಯೂನಿಟ್ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅರ್ಜುನನು,

- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನ್‌ನ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?
- ಬಟ್ಟಲಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ

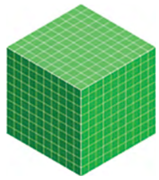
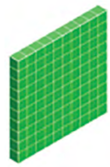
ನಾರಾಯಣ ಮೆಹೆರ್ ಮತ್ತು ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್

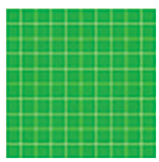
ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ (6 – 8 ತರಗತಿ) ಮಕ್ಕಳು ಅಗಾಧ ಕಷ್ಟವನ್ನು ಎದುರಿಸುವ ಮುಖ್ಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೆಂದರೆ (ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವುಳ್ಳವೂ ಹೌದು) ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳು. ಮಕ್ಕಳು, ಮೊದಲಿಗೆ, ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಕಷ್ಟ ಎದುರಿಸಿದರೆ, ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ನಡೆಸುವ ಅಂಕಗಣಿತೀಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಬಹಳಷ್ಟು ಅಮೂರ್ತವಾಗಿ ಬೋಧಿಸಲ್ಪಡುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸುವುದಕ್ಕೆ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಒತ್ತು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರಸ್ತುತ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ನಾವು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗಿನ ಭಾಗಾಕಾರ ನಿಯಮವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಿದ್ದೇವೆ. ಅಂದರೆ, ಈ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಜೊತೆಗೆ, ಸಹಾಯಕಗಳನ್ನು(manipulatives) ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಹೇಗೆ ಈ ನಿಯಮವು ಹೊರಹೊಮ್ಮುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲಿದ್ದೇವೆ.

ನಾವು ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಆರಂಭಿಸುವ ಮೊದಲು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಬೇಕಿದೆ. ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಎರಡು ಅರ್ಥಗಳಿವೆ: ಒಂದು, ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ; ಅಂದರೆ, 12 ÷ 3 ಎಂಬುದು 12 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು 3 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚುವ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ (ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ ಎಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು). ಎರಡನೆಯದು, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿಸುವುದು (ಪ್ರಮಾಣ): 12 ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ 3 ವಸ್ತುಗಳು ದೊರೆಯುವಂತೆ ಹಂಚುವ ಅರ್ಥವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ (ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 3 ದೊರೆಯುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಾನ್ನಾಗಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದು).

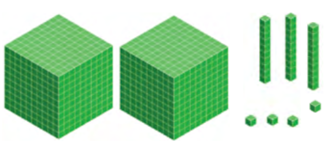
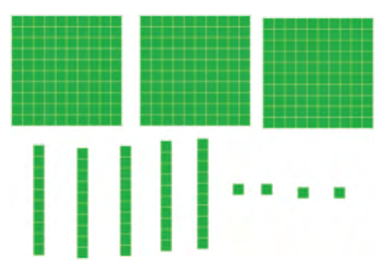
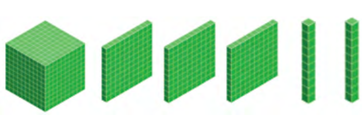
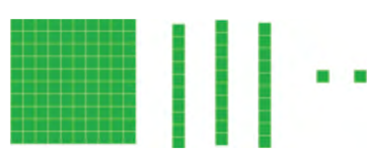
ಕಾರ್ಡ್ ಬೋರ್ಡ್ ಅಥವಾ ಕಾಗದದಿಂದ ರಚಿಸಿಕೊಂಡ 2 ಹಾಗೂ 3–ಆಯಾಮಗಳ ಸಹಾಯಕಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಮಾದರಿಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ನಾವು ಎರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನು ಬಳಸಿದರೂ, ಈ ರೀತಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಸಂದರ್ಭಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಬೋಧನಾ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು; ಕ್ರಮವಿಧಿಯ ಗ್ರಹಿಕೆ; ದಶಮಾಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ದಶಮಾಂಶಗಳ 3–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ	ದೊಡ್ಡ ಘನ ಅಥವಾ 1 ಪೂರ್ಣ. 	ಪೂರ್ಣವನ್ನು 10 ಸಮಾನ ಚೌಕಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕವೂ ಪೂರ್ಣದ $\frac{1}{10}$ ಅಥವಾ 0.1 ಆಗಿದೆ. 	ಪ್ರತಿ ಚೌಕವನ್ನೂ 10 ಸಮಾನ ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಕಡ್ಡಿಯೂ ಚೌಕದ $\frac{1}{100}$ ಅಥವಾ 0.01 ಆಗಿದೆ. 	ಪ್ರತಿ ಕಡ್ಡಿಯನ್ನೂ 10 ಸಮಾನ ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪುಟ್ಟ ಘನವೂ $\frac{1}{1000}$ 1/1000 ಅಥವಾ 0.001 ಆಗಿದೆ. 

ದಶಮಾಂಶಗಳ 2 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ	ಚೌಕ ಅಥವಾ 1 – ಪೂರ್ಣ 	ಚೌಕವನ್ನು 10 ಸಮಾನ ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಡ್ಡಿಯೂ ಚೌಕದ $\frac{1}{10}$ ಅಥವಾ 0.1 ಆಗಿದೆ. 	ಪ್ರತಿ ಕಡ್ಡಿಯನ್ನೂ 10 ಸಮಾನ ಪುಟ್ಟ ಚೌಕಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪುಟ್ಟ ಚೌಕವೂ $\frac{1}{100}$ ಅಥವಾ 0.01 ಆಗಿದೆ. 

ಈ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು:

3 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 2.034ನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. 	2 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 3.54 ಬರೆಯುವುದು. 
1.32 3 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 1.32 ಬರೆಯುವುದು. 	2 ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡು 1.32 2ಬರೆಯುವುದು. 

ನಾವು 3–ಆಯಾಮ ಅಥವಾ 2–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯಕ್ಕೆ ತಕ್ಕಂತೆ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮ್ಯಾಥಿಗಾನ್ ಪಾಲಿಪ್ಯಾಡ್ (Mathigon Polypad (https://mathigon.org/polypad) ಅನ್ನು ವಾಸ್ತವಪ್ರಾಯ (virtual) ಮಾದರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡರೆ, ಭೌತಿಕ ಮಾದರಿಗಳಾಗಿ ಕಾರ್ಡ್ ಬೋರ್ಡ್ ಅಥವಾ ಕಾಗದದಿಂದ ಮಾಡಬಹುದಾದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. 2–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ನಾಲ್ಕು ಸ್ಥಾನಗಳವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಅಂದರೆ, 0.0001ರವರೆಗೆ. 10 ಸೆಂಮೀ x 10 ಚೌಕದ ಸೆಂಮೀ ಗ್ರ್ಯಾಫ್ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣದ ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗಿನ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ತಯಾರಿಗಳು:

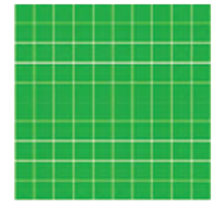


Figure 1

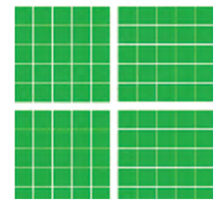


Figure 2

- *ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು—ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸುವುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು.*

  ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

  100 ಪುಟ್ಟ ಚೌಕಗಳಿರುವ ಚೌಕವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಅಥವಾ 1ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಪುಟ್ಟ ಚೌಕವೂ 0.01 ಆಗುತ್ತದೆ, (ಚಿತ್ರ 1).

  0.25 ಅಂದರೆ, ಅಂತಹ 25 ಪುಟ್ಟ ಚೌಕಗಳು: 25 × 0.01. ಅಂತಹ ನಾಲ್ಕು 0.25 ಗಳು ಚಿತ್ರ 2ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 0.25 ಅಂದರೆ ಪೂರ್ಣದ (ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ) ¼ ಎಂದಾಯಿತು.

- *ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ: ವಿಶೇಷವಾಗಿ ದಶಮಾಂಶಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಹತ್ತರ ಘಾತಗಳು.*

  ಉದಾಹರಣೆ: $0.34 \times 0.002 = \frac{34}{100} \times \frac{2}{1000} = \frac{34 \times 2}{100 \times 1000} = \frac{68}{100000} = 0.00068$

- *ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ—ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೊಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವಿಲೋಮದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂಬರ್ಥದೊಂದಿಗೆ.*

  ಉದಾಹರಣೆ: $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$ ($\frac{2}{5}$ರ ವಿಲೋಮದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರ) $= \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

ನಾವೀಗ ದಶಮಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಈ ನಾಲ್ಕು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ.

ವಿಧಗಳು/ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು

1. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ
2. ದಶಮಾಂಶ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ
3. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ
   a. = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ
   b. = ದಶಮಾಂಶ
4. ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ
   a. = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ
   b. = ದಶಮಾಂಶ

ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಅಥವಾ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರಬಹುದು. ನಾವು ಮುಂದೆ ಸಾಗಿದಂತೆ ಭಾಜಕಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಭಾಜ್ಯದ ಸ್ವರೂಪವು ಗೌಣ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲಿದ್ದೇವೆ. (ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲೂ ಇದೇ ಅಂಶವನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು)

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ

ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಅದನ್ನು ನಾವು ಭಾಜ್ಯವು ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಲ್ಪಡಬೇಕಿರುವ ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 12 ÷ 40 ಎಂಬಲ್ಲಿ, 12ನ್ನು 40 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವೀಗ 3–ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯ ಮೂಲಕ ನೋಡೋಣ.

12 ಘನಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ 40ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಪ್ರತಿ ಘನವನ್ನು ಹತ್ತು ಚೌಕಗಳನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು. (ಚಿತ್ರ 3).

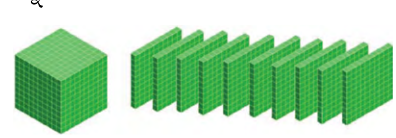
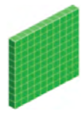
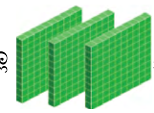


Figure 3

ಹೀಗಾಗಿ, 12  → 120  ಗಳ 40 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ , ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ 0.3

ಚಿತ್ರ 5

∴ 12 ÷ 40 = 0.3 (ಚಿತ್ರ 4)

ನಾವು ಇದೇ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮಾಡಿದರೆ, 12 ಚೌಕಗಳನ್ನು 40 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಪ್ರತಿ ಚೌಕವನ್ನು 10 ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು (ಚಿತ್ರ 5). ಹೀಗಾಗಿ, 12 → 120ರ 40ರಂತೆ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿದರೆ, ಪತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ 0.3 ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ ಅಥವಾ, 12 ÷ 40 = 0.3 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ 6)

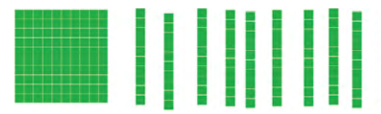
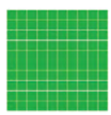
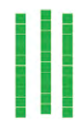


Figure 5

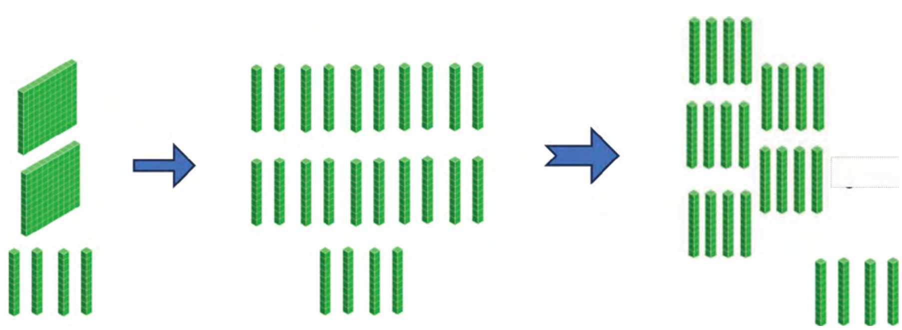
ಹೀಗಾಗಿ, 12  → 120  ಗಳ 40 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿದರೆ, ಪತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ , ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ 0.3

ಚಿತ್ರ 6

ಎರಡು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೂ ಒಂದೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ÷ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ = ದಶಮಾಂಶ

ನಾವು 0.24 ÷ 5 ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆ ನೋಡೋಣ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ಭಾಜಕವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ನಾವು ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ, 0.24ನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಬೇಕಿದೆ.



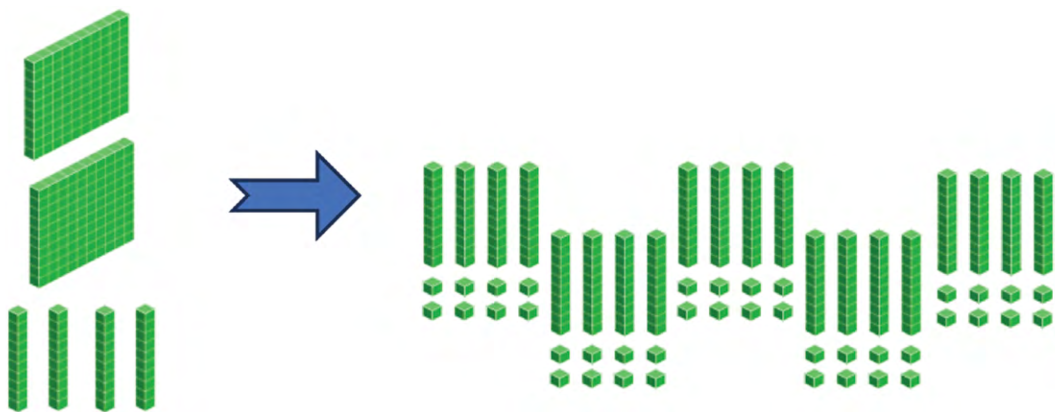
ಚಿತ್ರ 7

ಮೊದಲ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಚೌಕಗಳನ್ನು 20 ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗಿದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು (0.04) ದೊರೆತು, 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಲಾಗದ ಕಾರಣ, ಉಳಿಯುತ್ತವೆ (ಚಿತ್ರ 7).

ಎರಡನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ 4 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು 40 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳಾಗಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 8 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ (0.008) (ಚಿತ್ರ 8).

ಚಿತ್ರ 8

ಹೀಗಾಗಿ, ಹಂಚಿಕೆಯ ಎರಡೂ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 0.04 + 0.008 = 0.048 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, 0.24 ÷ 5 = 0.048 ಎಂದಾಯಿತು (ಚಿತ್ರ 9).



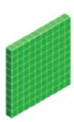
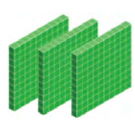
ಚಿತ್ರ 9

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ ನಾವು 0.24ನ್ನು ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ; ಇಲ್ಲಿ ನಾವು 2 ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು 4 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು 240 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳಾಗಿ (0.001) ಪರಿವರ್ತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 48 ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳು (0.048) ದೊರೆಯುವಂತೆ, ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ 0.24 ÷ 5 = 0.048 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ

ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಂತಹ ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ಭಾಜಕವೊಂದು ದಶಮಾಂಶವಾಗಿದ್ದರೆ ನಾವು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಮಾಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಮಾನ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ (ಪರಿಮಾಣ) ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ ಭಾಜಕದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 12 ÷ 0.3 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 0.3 ಅಥವಾ 3 ಚೌಕಗಳು (0.1) ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. 12 ಘನಗಳನ್ನು 120 ಚೌಕಗಳನ್ನಾಗಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 3 ಚೌಕಗಳು ದೊರೆತು, 120 ಚೌಕಗಳನ್ನು 120 ÷ 3 = 40 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಬಹುದು (ಚಿತ್ರ10). ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಈ ವಿಧಾನವು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ.

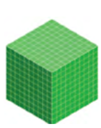
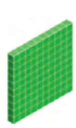
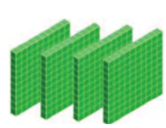
ಹೀಗಾಗಿ, 12  → 120  ಗಳಾಗಿ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ  ರಂತೆ ಹಂಚಲ್ಪಡುತ್ತವೆ. ∴ 120 ÷ 3 = 40 ಗುಂಪುಗಳು

ಚಿತ್ರ 10

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ

ಆದರೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರದಿದ್ದರೆ, ಭಾಗಾಕಾರದ ಈ ಅರ್ಥವು ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ಪರ್ಯಾಪ್ತವಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಇದು 11 ÷ 0.4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ನೆರವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

11 ಘನಗಳನ್ನು 110 ಚೌಕಗಳಾಗಿಸಬಹುದು. ನಾವೇನಾದರೂ 110 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 4 ಚೌಕಗಳು ದೊರೆಯುವಂತೆ ಒಂದಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಹಂಚಿದರೆ, 110 ÷ 4 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 11).

ಅಂದರೆ, 11  → 110  ಪ್ರತಿಗುಂಪಿಗೂ  ರಂತೆ ಹಂಚಲ್ಪಡುತ್ತವೆ, ∴ 110 ÷ 4

ಚಿತ್ರ 11

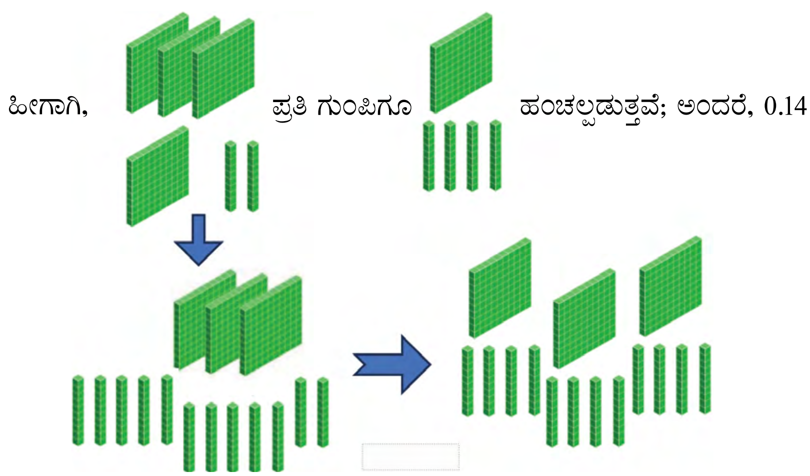
ಆಗ, 110ರಲ್ಲಿ 108 ಚೌಕಗಳನ್ನು 27 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿ ಹಂಚಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, 2 ಚೌಕಗಳು, ಅಂದರೆ, 0.2, ಉಳಿದುಕೊಂಡು, ಅದು ಅತಿ ಪುಟ್ಟದಾದ್ದರಿಂದ ($0.2 < 0.4$) ಅದನ್ನು ಮತ್ತೂ ಹಂಚಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಬಳಸುತ್ತಿರುವ ಸಹಾಯಕಗಳ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅರ್ಥವು ಸೋಲುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ

ನಾವು 0.42 ÷ 0.14 ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಇಲ್ಲಿ 0.42 ನ್ನು (4 ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು 2 ಕಡ್ಡಿಗಳು) ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 0.14 (1 ಚೌಕ ಮತ್ತು 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು) ದೊರೆಯುವಂತೆ ಒಂದಿಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಹಂಚಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ 4 ಚೌಕ ಮತ್ತು 2 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ನಾವು 3 ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು 12 ಕಡ್ಡಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ 1 ಚೌಕ ಮತ್ತು 4 ಕಡ್ಡಿಗಳು (0.14) ದೊರೆಯುವಂತೆ 3 ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 12).

$\therefore 0.42 \div 0.14 = 3$

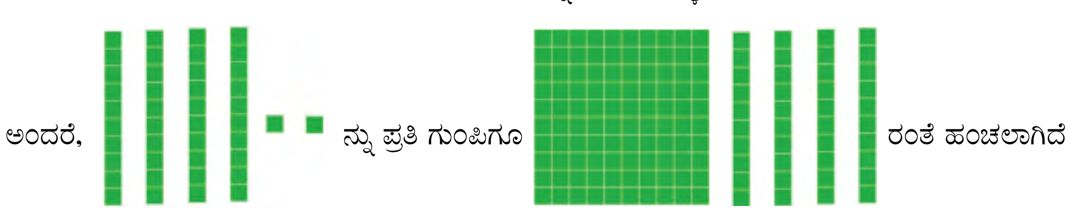
ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಇಲ್ಲಿ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 12

ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ

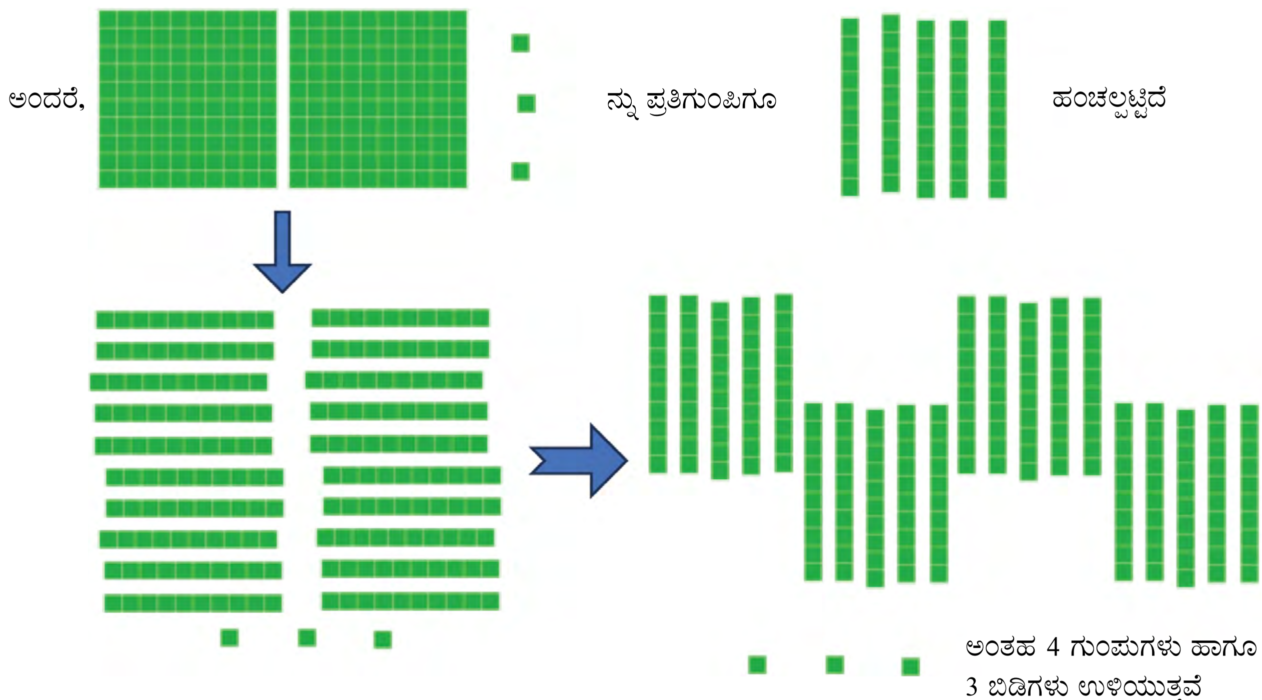
ನಾವೀಗ 0.42 ÷ 1.4 ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೈಗೆತ್ತಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ನಾವು ಅನುಸರಿಸುತ್ತಿರುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಭಾಗಾಕಾರ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಎದುರಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೇನು ಎಂದು ನೋಡೋಣ. ಈ ಉದಾಹರಣೆಯ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಾವು 3-ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯ ಬದಲಿಗೆ 2-ಆಯಾಮದ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.



ಚಿತ್ರ 13

ಇಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕಿರುವ ಮೊತ್ತವು, ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯವು 0.42 ಆಗಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿಗೂ ಹಂಚಬೇಕಿರುವ ಭಾಜಕ 1.4ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಈ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು, ಸಹಾಯಕಗಳನ್ನು ಬಳಸುವ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮಾಡುವುದು ಅಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವೀಗ 2.03 ÷ 0.5 ಎಂಬ ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯ 2.03 ಭಾಜಕ 0.5ಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಭಾಗಾಕಾರ ಅಪೂರ್ಣವಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 14). ಏಕೆಂದರೆ, 0.03 ಅತಿ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವುದರಿಂದ (0.03 < 1.4) ಅದನ್ನು ಹಂಚಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ಅರ್ಥವು ಕೈಕೊಡುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 14

ಆದರೆ, ಇದು ನಮ್ಮ ವಿಧಾನದ ಮಿತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 0.000042 ÷ 0.000014 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಸಹಾಯಕಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲವಾದರೂ, ಇದನ್ನು 0.00001 ಮತ್ತು 0.000001ಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಅತಿ ಪುಟ್ಟ ಘನಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ನಾವು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ತೊಡಗಿದಾಗಲೇ ನಮಗೆ ಈ ಸ್ಪಷ್ಟತೆ ಗೋಚರವಾದದ್ದು.

ಹೀಗಾಗಿ, ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಇದೇ ರೀತಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ, ಸಮ ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವುದು ಅಂತಹ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲಿ ನೆರವಾಗಬಲ್ಲದು. ಆದರೆ, ಭಾಜಕವಾಗಲೀ, ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಲೀ ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರದಿದ್ದರೆ ನಾವು ಅಂತಹ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದೆಂತು? ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಅಂತಹ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿರುವ ಈ ಎರಡು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ:

1. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ
2. ದಶಮಾಂಶ ÷ ದಶಮಾಂಶ = ದಶಮಾಂಶ

ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಒಂದು ಸಾಧ್ಯತೆಯಾಗಿದೆ. ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದಾದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ಕೆಳಗೆ ವಿವರಿಸಿರುವ "ಚಾಕೋಲೇಟ್ ತಟ್ಟೆ ಮಾದರಿ"ಯು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೊಂದಿಗೆ (ಹಾಗೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ) ನಡೆಯುವ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಭಾಗಾಕಾರಗಳ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಪರ್ಯಾಪ್ತವಾಗಿ ವಿಶದೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.

* **ಚಾಕೋಲೇಟ್ ತಟ್ಟೆ ಮಾದರಿ:** p ÷ q ಎಂಬಲ್ಲಿ, p ಎಂಬುದು q ತಟ್ಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಹಂಚಬೇಕಿರುವ ಚಾಕೋಲೇಟ್ ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರಲಿ. ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಆಗ ಒಂದು ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿನ ಚಾಕೋಲೇಟ್ ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ. p ಮತ್ತು qಗಳೆರಡೂ ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಏಕಾಂಶ, ಸಮ ಅಥವಾ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿರಬಹುದು.

ನಾವೀಗ ಕೆಳಗಿನ ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಈ ಮೂವರಲ್ಲೂ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರದ ಎರಡೂ ಅರ್ಥಗಳೂ ವಿಫಲವಾಗಿದ್ದವು. (i) 11 ÷ 0.4, (ii) 0.42 ÷ 1.4 and (iii) 2.03 ÷ 0.5.

(i) $$11 \div 0.4 = 11 \div \frac{4}{10} = 11 \times \frac{10}{4} = \frac{11 \times 10}{4} = 110 \div 4$$

ನಾವು ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನನುಸರಿಸಿ ಇದೇ ಉತ್ತರ ಪಡೆದಿದ್ದೆವಾದರೂ, ಅಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತಿದ್ದುದರಿಂದ ಅದೊಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕಿತ್ತು. ಆದರೆ, ಇಲ್ಲಿ ಆ ರೀತಿಯ ಯಾವುದೇ ನಿರ್ಬಂಧವಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ, ನಾವು ಆ ಅರ್ಥವನ್ನೇ ಇಲ್ಲಿ ಬಳಸುತ್ತಿಲ್ಲ. ಈಗ ನಾವು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು 110 ÷ 4 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಜೊತೆಗೆ, 110 ÷ 4 = (11 × 10) ÷ (0.4 × 10) ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡನ್ನೂ 10ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪಕ್ಕಕ್ಕೆ ಸರಿಸಿ, ಭಾಜಕವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.

(ii) $$0.42 \div 1.4 = \frac{42}{100} \div \frac{14}{10} = \frac{42}{100} \times \frac{10}{14} = \frac{42}{140} = 4.2 \div 14$$

ನಾವೇನಾದರೂ ಕೇವಲ ಭಾಜಕವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದೆವಾದರೆ, ಆಗಲೂ ನಾವು ಇದೇ ಹಂತಕ್ಕೆ ತಲುಪುತ್ತೇವೆ; ಏಕೆಂದರೆ,

$$0.42 \div \frac{14}{10} = 0.42 \times \frac{10}{14} = \frac{0.42 \times 10}{140} = 4.2 \div 14 = (0.42 \times 10) \div (1.4 \times 10)$$

ಈ ಎರಡೂ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡನ್ನೂ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಹತ್ತರ ಅದೇ ಘಾತದಿಂದ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಅವುಗಳ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಸರಿಸಲು ಇದನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಅಂತಹ ಸರಿಸುವಿಕೆಯಿಂದ ಭಾಜಕವು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಮಾರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(iii) $$2.03 \div 0.5 = 2.03 \div \frac{5}{10} = 2.03 \times \frac{10}{5} = \frac{2.03 \times 10}{5} = 20.3 \div 5 = (2.03 \times 10) \div (0.5 \times 10)$$

ಅಂದರೆ, ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳೆರಡನ್ನೂ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿಕೊಂಡು, ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಸರಿಸಿ, ಭಾಜಕವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

ದಶಮಾಂಶಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದಲ್ಲಿ, ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ವಿವರಣೆಯಿಲ್ಲದೆ, ಇದನ್ನೇ ನಾವು ಮಾಡುವುದು.

ಹೀಗಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕಗಳಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಭಾಗಾಕಾರಗಳಿಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬಳಕೆಯಾಗುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಾಗಿ, (i) ಛೇದವು ಹತ್ತರ ಘಾತವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನಾಗಿ ಭಾಜಕವನ್ನು ಮಾರ್ಪಡಿಸುವುದು; (ii) ಬಳಿಕ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು "ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸು"ವುದನ್ನು "ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವಿಲೋಮದಿಂದ ಗುಣಿಸು"ವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಾಗ ಭಾಜ್ಯವು ಹತ್ತರ ಘಾತದಿಂದ ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಈ ಹತ್ತರ ಘಾತವು ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದವಾಗಿದೆ; ಹಾಗೂ, ಈ ಗುಣಲಬ್ಧವು ನೂತನ ಭಾಜ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ನೂತನ ಭಾಜಕವು ಮೂಲ ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶವಾಗಿದ್ದು, ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶ ಭಾಜಕ (DD) = ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ / 10ರ ಘಾತ = N/10m

ಮೂಲ ಭಾಜ್ಯ (OD) ÷ DD = OD ÷ N/10m = (OD × 10m) ÷ N

3.006 ÷ 0.15 ಎಂಬ ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಇಲ್ಲಿ, DD = 0.15 = 15/100, ಅಂದರೆ, N = 15 ಹಾಗೂ m = 2 ಆಗಿ, OD = 3.006 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, 3.006 ÷ 0.15 = 3.006 ÷ 15/102 = (3.006 × 102) ÷ 15 = 300.6 ÷ 15 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಭಾಜಕವನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿಸಿದರಷ್ಟೆ ಸಾಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಂಡ ಬಳಿಕ ನಾವು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ಭಾಜ್ಯವು ದಶಮಾಂಶವಾಗಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆಯೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದು ಗೌಣವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಚರ್ಚೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ನಾವು ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಉದ್ದೇಶಪೂರ್ವಕವಾಗಿಯೇ ಕೈಬಿಟ್ಟಿದ್ದೇವೆ. ಸದ್ಯದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅವು ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಹಂತದವರೆಗೂ ಕಂಡುಬರದೇ ಇರುವ ಕಾರಣದಿಂದ ಹೀಗೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶಗಳು ನಮ್ಮ ಚರ್ಚೆಗೆ ಅಷ್ಟೊಂದು ಪ್ರಸ್ತುತವಲ್ಲವೆಂದು ಭಾವಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆದರೂ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶವಾದಾಗಲೂ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಇದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಾರಾಯಣ ಮೆಹೆರ್ ಅವರು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯುನಿವರ್ಸಿಟಿಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ಸೇರುವ ಮೊದಲು ಇವರು ದಿಲ್ಲಿಯ "ಮೀರಾಂಬಿಕಾ ಫ್ರೀ ಪ್ರೋಗ್ರೆಸ್ ಸ್ಕೂಲ್" ಹಾಗೂ ಗುರುಗ್ರಾಮದ "ಹೆರಿಟೇಜ್ ಎಕ್ಸ್ ಪೀರಿಯೆಂಶಿಯಲ್ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಸ್ಕೂಲ್" (HXLS)ಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಅನ್ವೇಷಣಾತ್ಮಕ ಕಲಿಕೆಯ ಉಸ್ತುವಾರಿ ಹೊತ್ತಿದ್ದರು. HXLS ನಲ್ಲಿ ಇವರು ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿರುವಾಗ ಮೂಲಭೂತವಾಗಿ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ನೂತನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ದಿಲ್ಲಿಯ "ಜೋಡೋ ಜ್ಞಾನ್" ಎಂಬ ಲಾಭೋದ್ದೇಶರಹಿತ ಸಂಸ್ಥೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೈಜೋಡಿಸಿದ್ದರು. ಗುರುಗ್ರಾಮದ "ನಾನೊಬ್ಬ ಶಿಕ್ಷಕ" (IAAT) ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ಸಹ ಇವರು ಕೆಲಸ ನಿರ್ವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣವು ಇವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರ. ಸ್ಥಾನಿಕ ಚಿಂತನೆ (spatial thinking) ಮತ್ತು ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಬೇಡುವ ಅನುಭವಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಕರಕುಶಲತೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಹ ಆಸಕ್ತಿ ತೋರುತ್ತಾರೆ . ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: narayana.meher@apu.edu.in

ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ "ಪ್ರಸಕ್ತ ಶಿಕ್ಷಣ ಪೀಠ ಹಾಗು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ"ದಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಗೆ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಕಲೆಯ ಬಳಿಕ ಅತ್ಯಂತ ಅಚ್ಚುಮೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯ ಗಣಿತವಾಗಿದೆ. ಇವರು "ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಸಂಸ್ಥೆ"ಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವಿ ಪಡೆದು, ಅಮೇರಿಕದ ಸಿಯಟಲ್ ನಗರದ ವಾಷಿಂಗ್ಟನ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಎಮ್.ಎಸ್. ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತದ ವಿಷಯವಾಗಿ ಮಕ್ಕಳು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ಐದು ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಮೀರಿ ಒಡನಾಟವಿರುವ ಇವರಿಗೆ ಚಟುವಟಿಕೆ ರೂಪದ ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ—ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಓರಿಗಾಮಿಯಲ್ಲಿ—ಅಪಾರ ಆಸಕ್ತಿ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: swati.sircar@apu.edu.in

● ಅನುವಾದ: **ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

"ದೀಪ ಆರಿಸಿ" ಸವಾಲಿಗೆ- ಪರಿಹಾರ! [ಪುಟ 11]

1. ಒಂದು ಮನೆಯು 9 ಕೋಣೆಗಳುಳ್ಳ 3x3 ಚೌಕ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಎಲ್ಲಾ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ದೀಪಗಳು ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಹಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಎಲ್ಲಾ ದೀಪಗಳನ್ನು ಆರಿಸಬಹುದೇ? ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ನಡೆಗಳು ಎಷ್ಟು?
2. ನೀವು ಇದನ್ನು n x n ಚೌಕವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದೇ?
3. ಮನೆಯು m x n ಆಯತವಾಗಿದೆ ಅಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ನೀವು ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದೇ?
4. ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು 2x2x2 ಘನಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದೇ?
5. ಬೇರೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಯೋಚಿಸಬಹುದು? ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಪರಿಹರಿಸುತ್ತೀರಿ?

ನಿಮ್ಮ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಮತ್ತು/ಅಥವಾ ನೀವು ರಚಿಸಿದ ಯಾವುದೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು AtRightAngles.editor@apu.edu.in ಗೆ ಕಳುಹಿಸಿ.

● ಅನುವಾದ: **ಎಂ. ಎನ್. ನಾಗಶ್ರೀ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್ ಪುಟ್ಟಿ**

ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ
ಒಂದು ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ:
   - ಎ. $13 \div 4 =$
   - ಬಿ. $7 \div 8 =$
   - ಸಿ. $3.4 \div 5 =$
   - ಡಿ. $0.9 \div 20 =$

2. ಇಲ್ಲಿ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?
   - ಎ. $12 \div 3 =$
   - ಬಿ. $12 \div 0.3 = 12 \div \frac{3}{\square} = 12 \times \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square} = \_\_\_\_\_\_ \div 3$
   - ಸಿ. $12 \div 0.03 = 12 \div \frac{3}{\square} = 12 \times \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$
   - ಡಿ. $12 \div 0.003 = 12 \div \frac{3}{\square} = 12 \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$

   ಗಮನವಿಟ್ಟು ನೋಡಿ. ಇಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆಯೇ?

   ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ, ಭಾಜಕವನ್ನು ________ ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅದರ ________ವು ________ನ ಘಾತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   ದತ್ತ ಭಾಗಾಕಾರವು ಭಾಜ್ಯ × ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಛೇದ ÷ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಅಂಶ.

   ಗಮನಿಸಿ, ಇದು ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕ ಈ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಭಾಜಕವು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವವರೆಗೆ ಬಲಕ್ಕೆ ಕದಲಿಸುತ್ತ ಹೋಗುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸಮ.

3. ಈಗ ಕೆಳಗಿನ ಖಾಲಿ ಜಾಗಗಳನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ತುಂಬಿ ಮತ್ತು ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   - ಎ. $26 \div 0.5 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$
   - ಬಿ. $7 \div 0.08 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$
   - ಸಿ. $3 \div 0.12 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$

4. ಅದೇ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ.
   - ಎ. $1.05 \div 7 =$
   - ಬಿ. $1.05 \div 0.7 = 1.05 \div \frac{7}{\square} = 1.05 \times \frac{\square}{7} = \frac{\square}{7} = \_\_\_\_\_\_ \div 7$
   - ಸಿ. $1.05 \div 0.07 = 1.05 \div \frac{7}{\square} = 1.05 \times \frac{\square}{7} = \frac{\square}{7} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$
   - ಡಿ. $1.05 \div 0.007 = 1.05 \div \frac{7}{\square} = 1.05 \times \frac{\square}{7} = \frac{\square}{7} = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_$

   ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ದತ್ತ ಭಾಗಾಕಾರವು ಭಾಜ್ಯ × ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಛೇದ ÷ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಜಕದ ಅಂಶ.

5. ಈಗ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:
   - ಎ. $1.7 \div 0.02 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$
   - ಬಿ. $0.003 \div 0.05 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$
   - ಸಿ. $0.36 \div 0.9 = \_\_\_\_\_\_ \div \_\_\_\_\_\_ =$

7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳು

ಜಿತೇಂದ್ರ ವರ್ಮಾ

ಶಾಲಾ ಹಂತದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ, ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಹಿರಿಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಪ್ರಮುಖ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳೂ ಒಂದು. ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಬೇಗನೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಈ ನಿಯಮಗಳು ಸಹಕರಿಸುತ್ತವೆ. ನಮಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ವಿವಿಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳು ತಿಳಿದೇ ಇದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 2,3,4,5,6,8,9,10 ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳು. ಹೀಗೆ, ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ನಾವು ಸುಲಭವಾಗಿ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಆದರೆ, ಇನ್ನೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇದು ಸ್ವಲ್ಪ ಕಷ್ಟ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಳುವ ನಿಯಮವನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ನಮಗೆ ಸವಾಲೇ. ಇದಾಗಲೇ ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ನಡೆದಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಇತ್ತೀಚೆಗಷ್ಟೇ ಪ್ರಕಟವಾದ Chikaರವರ '7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮ' ಸಹ ಈ ಪ್ರಯತ್ನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು. ಹೀಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ಇರುವ ಕೆಲವು 7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನ ಬಳಸಿಕೊಂಡು, ನಾವು 7ರ ಮೂರು ಹೊಸ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದು ಈಗಾಗಲೇ ಇರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗೆ ಹೊಸ ಆಯಾಮವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ನಿಯಮ 1: ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದು

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ	ಅದರಿಂದ ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಇದನ್ನು ಮಾರ್ಪಾಡಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದು ಕರೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.	ತೆಗೆಯಲ್ಪಟ್ಟ ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯನ್ನ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿ	ಮಾರ್ಪಾಡಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಯ ದ್ವಿಗುಣವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ	ಅಕಸ್ಮಾತ್ ನಮಗೆ ದೊರೆತ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 0 ಅಥವಾ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ರಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. (ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದ್ದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ)
532	53	2×2=4	53–4=49	7ರಿಂದ 49 ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, 532 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.
427	42	2×7=14	42–14 = 28	7ರಿಂದ 28 ಭಾಗಾವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, 427 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.
29792 2975 287	2979 297 28	2×2=4 2×5=10 2×7=14	2979–2 = 2975 297–10 = 287 28–14 = 14	2975ಕ್ಕೆ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ 287ಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. 7ರಿಂದ 14 ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, 29792 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕು.
2308012ಕ್ಕೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ				

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಅಪವರ್ತನಗಳು; ಭಾಜ್ಯತೆ; ಪರೀಕ್ಷೆಗಳು; ನಿಯಮಗಳು; ಸಮರ್ಥನೆ

ಮೂರಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಕೊಟ್ಟಲ್ಲಿ ಅದು 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಭಾಗಾಕಾರದ ಆದರ್ಶ ವಿಧಾನವನ್ನ ಅನುಸರಿಸದೆಯೇ, ಈ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮದ ಮೂಲಕ ಅತೀ ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದೆನ್ನುವುದು ನಮಗೆ ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ, ನಾಲ್ಕು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಿಗಳಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಈ ವಿಧಾನ ದೀರ್ಘವಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆಯೆನ್ನುದೂ ಸಹ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಈ ನಿಯಮಕ್ಕೊಂದು ಸಮರ್ಥನೆ:

N ಎನ್ನುವುದು ನಾಲ್ಕಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ,

$N = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0$ ಆಗಿರಲೇಬೇಕು.

(ಇಲ್ಲಿ a_0, a_1, a_2, a_3 ಈ ನಾಲ್ಕಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳು).

ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ, ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ತೆಗೆದ ಮೇಲೆ ಸಿಕ್ಕ ಮಾರ್ಪಾಡಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ (N_T ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ) ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯ ಎರಡರಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಸಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು M ಎಂದುಕೊಂಡರೆ

$NT = 100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1$ (ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ) ಮತ್ತು

$M = N_T - 2a_0 = 100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1 - 2a_0$

ಈ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆ M ಏನಾದರೂ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದಾರೆ, ನಮ್ಮ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ N ಸಹ 7ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿಯಮ ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಈಗ M ಎನ್ನುವುದು 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.

ಅಂದರೆ M=7k, ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. (k ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ).

ಹಾಗಾಗಿ $M = 7k = 100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1 - 2a_0$ ಅಥವಾ $100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1 = 7k + 2a_0$

ಇದನ್ನು N ಸಂಖ್ಯೆಯೊಳಗೆ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನದ್ದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ

$N = 1000\ a_3 + 100\ a_2 + 10\ a_1 + a_0$

$N = (1000\ a_3 + 100\ a_2 + 10\ a_1) + a_0 = 10(100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1) + a_0$

$= 10(7k + 2a_0) + a_0 = 70k + 21a_0 = 7\ (10k + 3a_0)$

ಹಾಗಾಗಿ M ಏನಾದರೂ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದಾರೆ, N ಸಹ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಲೇಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಎಷ್ಟೇ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

ನಿಯಮ 2: ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು

ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ	ಅದರಿಂದ ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಇದನ್ನು ಮಾರ್ಪಾಡಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಂದು ಕರೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.	ತೆಗೆಯಲ್ಪಟ್ಟ ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಗೆ 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	ಈ ಹಿಂದಿನ ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾರ್ಪಾಡಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೂಡಿ	ಅಕಸ್ಮಾತ್ ನಮಗೆ ದೊರೆತ ಮೊತ್ತ 0 ಅಥವಾ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ರಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. (ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದ್ದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ)
378	37	8×5=40	37+40=77	7ರಿಂದ 77 ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, 378 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.
2464	246	5×4=20	246+20 = 266	266 ಕ್ಕೆ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.
266	26	5×6=30	26+30 = 56	7ರಿಂದ 56 ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, 266 ಮತ್ತು 2464 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ
29792 2989 343	2979 298 34	5×2=10 5×9=45 5×3=15	2979+10= 2989 298+45 = 343 34+15 = 49	2989ಕ್ಕೆ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ 343ಕ್ಕೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. 7ರಿಂದ 49 ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, 343, 2989 ಮತ್ತು 29792 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕು.
2308012 ಕ್ಕೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ				

ಈ ಹಿಂದಿನ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ನೀಡಿದ ಸಮರ್ಥನೆಯಂತೆ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಸಹ ಸಮರ್ಥಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

N ಎನ್ನುವುದು ನಾಲ್ಕಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ,

$N = 1000\ a_3 + 100\ a_2 + 10\ a_1 + a_0$ ಆಗಿರಲೇಬೇಕು

(ಇಲ್ಲಿ a0, a_1, a_2, ಮತ್ತು a_3 ಈ ನಾಲ್ಕಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳು N).

ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ, ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು ತೆಗೆದ ಮೇಲೆ ಸಿಕ್ಕ ಮಾರ್ಪಾಡಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ (N_T ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ) ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯ ಐದರಷ್ಟನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಸಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು M ಎಂದುಕೊಂಡರೆ

$N_T = 100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1$ ಮತ್ತು

$M = NT + 5a_0 = 100\ a_3 + 10\ a_2 + al + 5a_0$

ಈ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆ M ಏನಾದರೂ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದಾರೆ, ನಮ್ಮ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ N ಸಹ 7ರ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿಯಮ ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಈಗ M ಎನ್ನುವುದು 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಅಂದರೆ M=7k, ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. (k ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ).

ಹಾಗಾಗಿ $M = 7k = 100\ a_3 + 10\ a_2 + al + 5a_0$ ಅಥವಾ $100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1 = 7k - 5a_0$

ಇದನ್ನು N ಸಂಖ್ಯೆಯೊಳಗೆ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, ನಮಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನದ್ದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ

$N = 1000\ a_3 + 100\ a_2 + 10\ a_1 + a_0$

$N = (1000\ a_3 + 100\ a_2 + 10\ a_1) + a_0 = 10(100\ a_3 + 10\ a_2 + a_1) + a_0$

$= 10(7k - 5a_0) + a_0 = 70\ k - 49\ a_0 = 7(10k - 7\ a_0)$

ಹಾಗಾಗಿ M ಏನಾದರೂ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದಾರೆ, N ಸಹ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಲೇಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಎಷ್ಟೇ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

ನಿಯಮ 3: ಅಂಕಿಗಳ ಗುಂಪು ಮಾಡುವ ವಿಧಾನ (ನಿಯಮ 1–3–2)

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ	ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ	ಪ್ರತೀ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ ಬಲತುದಿಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1 ರಿಂದ ಮಧ್ಯದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಹಾಗೂ ಎಡತುದಿಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ	ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಂಪುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ	ವತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ $\|c–d\|$
	a	b	c	d	e
$N_1 = 672$	672	$6 \times 2 + 7 \times 3 + 2 \times 1 = 35$	35	0	35
ಫಲಿತಾಂಶ	7ರಿಂದ $\|c–d\|= 35$ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ N_1 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.				
$N_2 = 4704$	004 704	$4 \times 1 = 4$ $7 \times 2 + 0 \times 3 + 4 \times 1 = 18$	18	4	$\|18 – 4\| = 14$
ಫಲಿತಾಂಶ	7ರಿಂದ $\|c–d\|= 14$ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ N_2 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.				
$N_3 = 32921$	032 921	$3 \times 3 + 2 \times 1 = 11$ $9 \times 2 + 2 \times 3 + 1 \times 1 = 25$	25	11	$\|25 – 11\| = 14$
ಫಲಿತಾಂಶ	7ರಿಂದ $\|c–d\|= 14$ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ N_3 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.				
$N_4 = 197526$	197 526	$1 \times 2 + 9 \times 3 + 7 \times 1 = 36$ $5 \times 2 + 2 \times 3 + 6 \times 1 = 22$	22	36	$\|22 – 6\| = 14$
ಫಲಿತಾಂಶ	7ರಿಂದ $\|c–d\|= 14$ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ N_4 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.				
$N_5 = 164953525268$	164 953 525 268	$1 \times 2 + 6 \times 3 + 4 \times 1 = 24$ $9 \times 2 + 5 \times 3 + 3 \times 1 = 36$ $5 \times 2 + 2 \times 3 + 5 \times 1 = 21$ $2 \times 2 + 6 \times 3 + 8 \times 1 = 30$	30+36 = 66	21+24 = 45	$\|66 – 45\| = 21$
ಫಲಿತಾಂಶ	7ರಿಂದ 21 ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ N_5 ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.				

7ರ ಭಾಜ್ಯತೆಗೆ ಇದೊಂದು ಹೊಸ ವಿಧಾನ. ಇದನ್ನು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ನಿದರ್ಶಿಸೋಣ:

1. ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಹಾಗೆ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು. ಕೊನೆಯ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ಅಂಕಿಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
2. ಪ್ರತೀ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ ಬಲತುದಿಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು 1 ರಿಂದ ಮಧ್ಯದ ಅಂಕಿಯನ್ನು 3 ರಿಂದ ಹಾಗೂ ಎಡತುದಿಯ ಅಂಕಿಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ
3. ಹೀಗೆ ಪ್ರತೀ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಸಿಕ್ಕ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ.
4. ಬೆಸ ಹಾಗೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಂಪಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕೂಡಿ.
5. ಈ ಎರಡು ಮೊತ್ತಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 0 ಅಥವಾ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾದಲ್ಲಿ, ನಮ್ಮ ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಸಹ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ನಿಯಮದ ಸಮರ್ಥನೆ:

N ಎನ್ನುವುದು ಆರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, $N = 100000\ a_5 + 10000\ a_4 + 1000\ a_3 + 100\ a_2 + 10\ a_1 + a_0$ ಆಗಿರಲೇಬೇಕು (ಇಲ್ಲಿ a_0 ಮತ್ತು a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 ಈ ಆರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳು).

$S_1 = a_0 \times 1 + a_{1,} \times 3 + a_2 \times 2$ $S_2 = a_3 \times 1 + a_4 \times 3 + a_5 \times 2$ ಹಾಗೂ

$M = S_1 - S_2$ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ನಿಯಮದ ಪ್ರಕಾರ M ಏನಾದರೂ 7 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, N ಸಹ7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ M ಎನ್ನುವುದು 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ. ಅಂದರೆ $M = 7k$, ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು (k ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ).

ಹಾಗಾಗಿ, $7k = (a_0 \times 1 + a_{1,} \times 3 + a_2 \times 2) - (a_3 \times 1 + a_4 \times 3 + a_5 \times 2)$

$= (-2a_5 - 3a_4 - a_3 + 2a_2 + 3a_1 + a_0)$

ಗಮನಿಸಿ,

$N = (100002a_5 - 2a_5) + (10003a_4 - 3a_4) + (1001a_3 - a_3) + (98a_2 + 2a_2) + (7a_1 + 3a_1) + a_0$

$N = 7(14286a_5 + 1428a_4 + 143a_3 + 14a_2 + a_1) + (-2a_5 - 3a_4 - a_3 + 2a_2 + 3a_1 + a_0)$

$N = 7(14286a_5 + 1428a_4 + 143a_3 + 14a_2 + a_1) + 7k$

ಹಾಗಾಗಿ M ಏನಾದರೂ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದಾರೆ, N ಸಹ 7ರ ಗುಣಕವಾಗಲೇಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಎಷ್ಟೇ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಟಿಪ್ಪಣಿ: 1–3–2 ನಿಯಮವನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ 7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಇಲ್ಲವೇ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹಾಗೆಯೇ ವೇಗವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಇದು ಸಹಕರಿಸುತ್ತದೆ.

ನಿಯಮಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

ನಿಯಮ	ಅವಶ್ಯಕವಿರುವ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳು	ಟಿಪ್ಪಣಿ
ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದು	×, –	ಎರಡು ಅಥವಾ ಮೂರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉಪಯುಕ್ತ.
ಬಿಡಿ ಅಂಕಿಯನ್ನು 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು	×, +	ಎರಡು ಅಥವಾ ಮೂರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉಪಯುಕ್ತ.
1–3–2 ನಿಯಮ	×, +, –, ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದು	ಮೂರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉಪಯುಕ್ತ.

ಈ ರೀತಿಯ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ ಕೌಶಲ, ತಾರ್ಕಿಕ ಚಿಂತನೆ ಹಾಗೂ ಕಾಮ್ಪ್ಯೂಟೇಶನಲ್ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಯೋಜಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಕರಿಸುತ್ತವೆ. ಮಕ್ಕಳು ಅಮೂರ್ತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೊಟ್ಟಿಗೆ ಹಾಗೆಯೇ ಗಣಿತದ ಪ್ರಮುಖ ತಂತ್ರಗಳೊಟ್ಟಿಗೆ ವ್ಯವಹರಿಸಲು ಅಂತೆಯೇ ಕಾಮ್ಪ್ಯೂಟೇಶನಲ್ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಸಲೀಸಾಗಿ ನಡೆಸಲು ಇವು ಅನುಕೂಲಿಸುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೊಟ್ಟ ಸನ್ನಿವೇಶಕ್ಕೊಂದು ಗಣಿತದ ಮಾಡೆಲ್ ರಚಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹಾರಿಸಲು ಅಲ್ಗಾರಿತಮ್ ಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೀಗೆ ಇನ್ನಿತರೆ ಗಣಿತದ ತಂತ್ರಗಳೊಟ್ಟಿಗೆ ಮಕ್ಕಳು ಆರಾಮದಾಯಕವಾಗಿ ವ್ಯವಹರಿಸಬಹುದು. (NCF–SE 2023)

ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯಾ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುವುದಕ್ಕಷ್ಟೇ ಸೀಮಿತಗೊಳಿಸಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಈ ಅಗಾಧ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಿರುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹತ್ತಿಕ್ಕಿದಂತಾಗುತ್ತದೆ. ನಿಯಮದ ಹಿಂದಿನ ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಅರಿಯುವುದು, ನಿಯಮವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದು, ವಿವಿಧ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ತಮ್ಮದೇ ಸ್ವಂತ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದರಿಂದ ಕೇವಲ ಗಣಿತದ ಜ್ಞಾನಿಗಳಾಗುವುದಲ್ಲದೆ ಗಣಿತದ ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನು ಹಾಗೂ ಅದರಿಂದ ದೊರೆಯುವ ಅದಮ್ಯ ತೃಪ್ತಿಯನ್ನು ಅನುಭವಿಸಬಹುದು ಹಾಗೂ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಪರಾಮರ್ಶನೆಗಳು:

1) http://publications.azimpremjifoundation.org/2306/1/3_Chika%27s_test_for_divisibility_by_7.pdf
2) https://ncert.nic.in/pdf/NCFSE-2023-August_2023.pdf

ಜಿತೇಂದ್ರ ವರ್ಮಾರವರು ಮಧ್ಯ ಪದೇಶದ ಧಾರ್ ಜಿಲ್ಲೆಯಲ್ಲಿನ ಅಜೀಮ್ ಪ್ರೇಮ್ ಜಿ ಫೌಂಡೇಷನ್ನಿನಲ್ಲಿ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. IGNOU, ನವದೆಹಲಿ ಮೂಲಕ MBA (Finance) ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಜಿತೇಂದ್ರರವರು ಮಧ್ಯಪ್ರದೇಶದ ಸರ್ಕಾರಿ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ಹಾಗೆಯೇ ಪ್ರಾಂಶುಪಾಲರಾಗಿಯೂ ಸಹ ಕೆಲಸ ನಿರ್ವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಪ್ರಸ್ತುತ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ವಿಧಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಒಲವು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಹಾಗೂ ಮಕ್ಕಳೊಟ್ಟಿಗೆ ಸುಮಾರು 5 ವರ್ಷಗಳಿಂದ ಗಣಿತವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿರುವ ತಪ್ಪು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸಿ, ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಬೋಧನಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು / ಸಲಕರಣೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವಲ್ಲಿ ಹಾಗೆಯೇ ರೂಪಿಸುವಲ್ಲಿ ಇವರಿಗೆ ಆಸಕ್ತಿ. ಇವರನ್ನು Jitendra.verma@azimpremjifoundation.org ಮೂಲಕ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಅನುವಾದ: **ಯತಿರಾಜ್ ಶರ್ಮ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ಗಣಿತ ಒಂದು ಕೇಕ್ ವಾಕ್!

ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್‌ನ ನವೆಂಬರ್ 2023 ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿದ್ದ ಸವಾಲು.

ನಾವು ರುಚಿಕರವಾದ ಒಂದು ಚಾಕೊಲೇಟ್ ಕೇಕ್ ಅನ್ನು 12 ತುಂಡುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಪ್ರತಿ ತುಂಡನ್ನು ಅರ್ಧ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟೆವು!

ಇದು ನಿಮಗಿರುವ ಸವಾಲು!

ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ನೀವು ಎಷ್ಟು ಗಣಿತದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಬಹುದು?

ನಿಮ್ಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು/ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿಗೆ ಕಳುಹಿಸಿ: AtRiA.editor@apu.edu.in

ಓದುಗರಾದ **ರೋಹಿಣಿ ಖಾಪರ್ದೆ** ಅವರ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ.
rohini.khaparde@mgsnagpur.org
ಸ್ಕೂಲ್ ಆಫ್ ಸ್ಕಾಲರ್ಸ್, ಅಕೋಲಾ
ಅಫಿಲಿಯೇಷನ್ ಸಂಖ್ಯೆ 1130166

1. ಕೇಕ್‌ನ ಮೂರನೇ ಎರಡು ಭಾಗವನ್ನು ಕೊಡಲು ಎಷ್ಟು ತಟ್ಟೆಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
2. 12 ತುಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 8 ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಡಬೇಕು ಅಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. 8 ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಕೇಕ್ ಅನ್ನು ಕೊಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಟ್ಟೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

ಓದುಗರಾದ ಆಸ್ತಿಕ್ ಯಾದವ್ ಅವರ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ:
astikyadav@mgsnagpur.org
ಸ್ಕೂಲ್ ಆಫ್ ಸ್ಕಾಲರ್ಸ್, ಹುಡ್ಕೇಶ್ವರ್, ನಾಗ್ಪುರ್

1. ಕತ್ತರಿಸುವ ಮೊದಲು, ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕೇಕ್‌ನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 'r' ಆಗಿದ್ದು, ಆ ಕೇಕ್ ಅನ್ನು 12 ಸಮಾನ ತುಂಡುಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತುಂಡವನ್ನೂ 'p' ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಕೇಕ್‌ನ ಒಂದು ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಅರ್ಧ ತಟ್ಟೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅನುಪಾತವನ್ನು 'r' ಮತ್ತು 'p' ಬಳಸಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
2. ಯಾರಾದರೂ ಕೇಕ್‌ನ ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತಿಂದರೆ, ಕೇಕ್‌ನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವು ಉಳಿದಿದೆ?
3. ನೀವು ಇಡೀ ಕೇಕ್ ಅನ್ನು 100% ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ತಟ್ಟೆಯ ಮೇಲೆ ಶೇಕಡಾವಾರು ಎಷ್ಟು ಕೇಕ್ ಇರುತ್ತದೆ?
4. ಯಾರಾದರೂ ಕೇಕ್‌ನ ಮೂರು ತುಂಡುಗಳನ್ನು ತಿಂದರೆ, ಅವರು ಇಡೀ ಕೇಕ್‌ನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಸೇವಿಸಿದ್ದಾರೆ?
5. ನಾವು ಕೇಕ್ ಅನ್ನು 4 ಜನರ ನಡುವೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ತುಂಡುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ?

ಅನುವಾದ: **ಎಂ. ಎನ್. ನಾಗಶ್ರೀ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್ ಪುಟ್ಟಿ**

ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ – ನಿಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ವಿಧಾನ!

ಸಂದೀಪ್ ದಿವಾಕರ್

ಈಗ ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ನನಗೆ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಾಗೂ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸಮಾಡುವ ಹಲವು ಅವಕಾಶಗಳು ಪ್ರಾಪ್ತವಾಗಿವೆ. ನಮ್ಮ ಗಣಿತ ಸಭೆಗಳು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮುದ ನೀಡುವಂತೆ ದಿನನಿತ್ಯದ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಗಣಿತದ ಒಗಟುಗಳನ್ನು / ಗಣಿತವಿನೋದದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಈ ಸಭೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೇಳುವ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ನಾನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ. ಯಾರಾದರೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿದರೆ, ಪರಿಹಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಹಾಗೂ ಆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಹಿಂದಿರುವ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾನು ಸದಾ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಅಂತಹ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಇಂತಿದೆ:

> *ತೋಟದ ಮನೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಒಂದಷ್ಟು ಮೊಲಗಳು ಹಾಗೂ ಕೋಳಿಗಳಿವೆ. ತೋಟದ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಕನನ್ನು ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋಳಿಗಳು ಹಾಗೂ ಮೊಲಗಳಿವೆ ಎಂದು ಯಾರೋ ಕೇಳುತ್ತಾರೆ. ಅದಕ್ಕೆ ಅವನು, "ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋಳಿಗಳು ಮತ್ತು ಮೊಲಗಳಿವೆ ಎಂದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯದು, ಆದರೆ ಅಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 100 ತಲೆಗಳು ಮತ್ತು 250 ಕಾಲುಗಳಿರುವುದಂತೂ ನಿಜ" ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ತೋಟದ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೊಲಗಳು ಹಾಗೂ ಕೋಳಿಗಳು ಇವೆಯೆಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?* [1]

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿದಾಗಲೆಲ್ಲಾ, ಉತ್ತರಿಸುವವರು ವಯಸ್ಕರು, ಇಲ್ಲ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳು ಅಥವಾ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿರಬಹುದು, ಬಹುತೇಕ ಮಂದಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಊಹಿಸಲು ನೋಡಿ, ಅದನ್ನು"ಅಂದಾಜಿಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸು"ವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಅವರು, ಅಲ್ಲಿ 20 ಕೋಳಿಗಳು ಹಾಗೂ 80 ಮೊಲಗಳಿದ್ದರೆ 100 ತಲೆಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ, ಇದು 240 ಕಾಲುಗಳನ್ನಷ್ಟೇ ನೀಡುವುದರಿಂದ ಅವರು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ಊಹೆಯನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಬೇಕಾಗುವ ಅವಶ್ಯಕತೆಯನ್ನು ಕಾಣುತ್ತಾರೆ. ಈಗ ಅವರು ಮೊಲಗಳ ಮತ್ತು ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿ, ಮತ್ತೆ ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ, 100 ತಲೆಗಳು ಹಾಗೂ 250 ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ.ಓ

1. ಈ ಒಗಟನ್ನು ಬಹುಕಾಲದ ಹಿಂದೆ ಎಲ್ಲೋ ಓದಿದ ಅಥವಾ ಕೇಳಿದ ನೆನಪು.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ; ತಾರ್ಕಿಕತೆ; ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು

ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಧಾನಗಳು ಇವೆಯೇ ಎಂಬ ಸವಾಲಿಗೆ ಬೀಜಗಣಿತದ ಪರಿಚಯ ಇರುವ ಕೆಲವು ವಯಸ್ಕರು, ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳು ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಒಡನೆಯೆ $x + y = 100$ ಮತ್ತು $2x + 4y = 250$ (ಇಲ್ಲಿ x ಎಂಬುದು ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ y ಎಂಬುದು ಮೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ) ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಅವರು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಆದೇಶಿಸುವ, ವರ್ಜಿಸುವ ಅಥವಾ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಿ, ಇವನ್ನು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆದರೆ, ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $100 - x$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ $4x + 2\,(100 - x) = 250$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವು ದೊರೆತು, x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಕೊಂಡರೆ ಮೊಲ ಮತ್ತು ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ 50 ಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ತಂಡಗಳೊಡನೆ ಕಾರ್ಯನಿರತನಾದ ನಾನು, ಹೆಚ್ಚು-ಕಡಿಮೆ ಎಲ್ಲರೂ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ "ಅಂದಾಜಿಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸು"ವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಅಥವಾ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣದ ವಿಧಾನದ ಮೊರೆಹೋಗುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದೆ. ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಥವಾ ಬೀಜಗಣಿತದ ಪರಿಚಯ ಇರುವವರು ಒಡನೆಯೇ ಔಪಚಾರಿಕ ವಿಧಾನವನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಇದಕ್ಕೆ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿ, ಬೀಜಗಣಿತದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಒಲ್ಲದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಹಾಗೂ ವಯಸ್ಕರ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ "ಅಂದಾಜಿಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸು"ವ ವಿಧಾನವೇ ಮೇಲುಗೈ ಆದದ್ದನ್ನು ನಾನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇನೆ.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಯಾವ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿದರೆ ಸೂಕ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರೂ ಇದೊಂದು ಕ್ಲಿಷ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆಯೆಂದೂ, ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಅರಿಯದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುವುದು ತರವಲ್ಲವೆಂದೂ ತಮ್ಮ ನಿರ್ಧಾರವನ್ನು ಒಕ್ಕೊರಲಿನಿಂದ ಅನುಮತಿಸಿದರು. ಆರು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೂ ಮೇಲಿನ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುವುದು ಕ್ಷೇಮಕರವೆಂದು ಅವರು ಸಲಹೆಯಿತ್ತರು.

ಆದರೆ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳ ಕೆಲವು ತಂಡಗಳಿಗೂ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಅವರಲ್ಲಿ ಬಹಳಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಅವರು, ತಮಗೆ ಕೂಡಬೇಕೋ, ಕಳೆಯಬೇಕೋ, ಗುಣಿಸಬೇಕೋ ಅಥವಾ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಬೇಕೋ ಎಂದು ನೇರವಾಗಿ ಸೂಚಿಸದ ಈ ಲೆಕ್ಕ ಕಷ್ಟಕರವೆಂದು ಹೇಳಿದರು. ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳು ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ನೋಡಿದರಾದರೂ, ಸ್ವಲ್ಪ ಹೊತ್ತು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ, ಇದೊಂದು ಕಷ್ಟವಾದ ಲೆಕ್ಕವೆಂದು ಕೈ ಚೆಲ್ಲಿದರು.

ಈ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ನಾನು ನಿರತನಾಗಿದ್ದಾಗ ಇಬ್ಬರು-ಮೂವರು ಮಕ್ಕಳ ಉತ್ತರಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದ್ದು, ಅವರ ವಿಧಾನಗಳು ಅಪೂರ್ವವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾನು ಗಮನಿಸಿದೆ. ಇವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನನ್ನು ಅವನ ವಿಧಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಕೇಳಿದಾಗ ಅವನು ತನ್ನದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, "ನೋಡಿ ಸರ್, ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಮೊಲ ಮತ್ತು ಕೋಳಿಗಳಿವೆ. ಮೊಲಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ಕಾಲುಗಳಿದ್ದು, ಕೋಳಿಗಳಿಗೆ ಕೇವಲ ಎರಡು ಕಾಲುಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ ತಲೆಗಳ ಮೊತ್ತ 100 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ನನಗೆ 100 ಪ್ರಾಣಿಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಎರಡು ಕಾಲುಗಳನ್ನು ನೀಡಿದರೆ ಲೆಕ್ಕದ 250 ಕಾಲುಗಳಲ್ಲಿ 200 ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಇನ್ನೂ 50 ಕಾಲುಗಳು ಬಾಕಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ನೀವೀಗ ಯಾವುದೇ ಪ್ರಾಣಿಗೆ ಒಂದು ಕಾಲು ಕೊಡಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ, ಯಾವುದೇ ಪ್ರಾಣಿಗೆ ಮೂರು ಕಾಲುಗಳಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಎರಡರ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ನಮಗೀಗ 50 ಕಾಲುಗಳು ಬೇಕಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ಪ್ರಾಣಿಗೂ ಎರಡು ಕಾಲು ಕೊಟ್ಟರೆ, ಕೇವಲ 25 ಪ್ರಾಣಿಗಳಿಂದ ನಮಗೆ 50 ಕಾಲುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೀತಿ ನಾವು ಎರಡು ಕಾಲು ಕೊಡುವ 25 ಪ್ರಾಣಿಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ಕಾಲುಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಮೊಲಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅಲ್ಲಿ 25 ಮೊಲಗಳು ಇದ್ದು, ಉಳಿದ 75 ಕೋಳಿಗಳಾಗಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ."

ಈ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವ ವಯಸ್ಕರು, ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಮಕ್ಕಳು ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳ ಮೊರೆ ಹೋಗುವುದು ಸರ್ವೇ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದರೂ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳು ಬಹಳಷ್ಟು ವಿನೋದದಿಂದ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯಿಸಿ, ತಮ್ಮದೇ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಮುಂದಾಗುತ್ತಾರೆ. ಈ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಮಕ್ಕಳು ಹೇಗೆ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ಅವರ ವಿಧಾನಗಳೂ ಸಹ ಗಣಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಹಾಗೂ ತರ್ಕಬದ್ಧ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಗೋಚರಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಂದೀಪ್ ದಿವಾಕರ್ ಅವರು 2012ರಿಂದ ಮಧ್ಯಪ್ರದೇಶದ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಫೌಂಡೇಷನ್, ಭೋಪಾಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿ ಕೆಲಸ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಗೆ ಉನ್ನತ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಪಾಠಮಾಡಿರುವ ಅನುಭವವಿದ್ದು, ಇವರು ಭೋಪಾಲದ "ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಾ ಕೇಂದ್ರ"ದಲ್ಲಿ (SCERT) 15 ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಸಂದೀಪ್ ಅವರು ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಶಿಕ್ಷಕರು ಹಾಗೂ ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ SCF, ಪಠಪುಸ್ತಕಗಳು, ತರಬೇತಿ ಘಟಕಗಳು ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾ-ಬೋಧನಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುವ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವರ ಲೇಖನಗಳು "ಶೈಕ್ಷಿಕ ಪಲಾಶ್", "ಪ್ರಾಥಮಿಕ್ ಶಿಕ್ಷಕ್", "ಶೈಕ್ಷಿಕ್ ಸಂದರ್ಭ್" ಇತ್ಯಾದಿ ನಿಯತಕಾಲಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿವೆ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: sandeep.diwakar@azimpremjifoundation.org

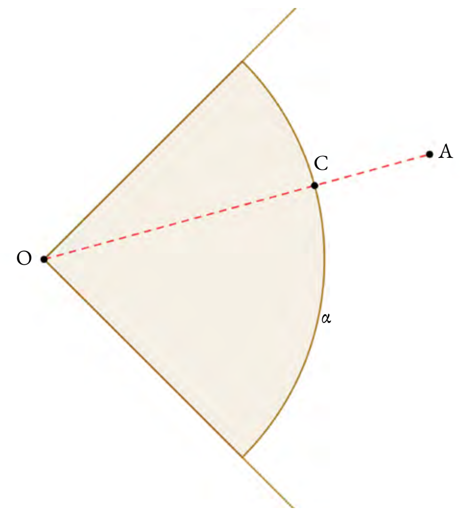
ಅನುವಾದ: **ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ಮುರಿದ ಪಟ್ಟಿಯೊಂದಿಗೆ ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸೆತವನ್ನು ಅಳೆಯುವುದು

ಮೋಹನ್ ಆರ್

ಒಂದು ಪರಿಹಾರ:

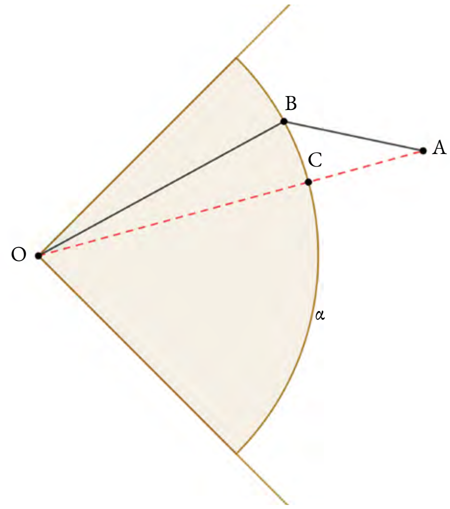
A ಯು (ಜಾವೆಲಿನ್) ನೆಲ ಮುಟ್ಟಿದ ಬಿಂದು/ಸ್ಥಳ, α ವು A ಗೆ ಹತ್ತಿರವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಂಸ ಮತ್ತು O ವು α ದ ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದು ಆಗಿರಲಿ. ಅಳತೆಯು ನ್ಯಾಯಬದ್ಧವಾಗಿರಲು, ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯು A ಮತ್ತು O ಅನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಗೆ ಸರಿಹೊಂದಬೇಕು/ ಸಮರೇಖೆಯಾಗಿರಬೇಕು. C ಯು ರೇಖೆ AO ಮತ್ತು ವೃತ್ತ ಕಂಸ α ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ಆಗಿರಲಿ. ತೀರ್ಪುಗಾರ್ತಿಯಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು α ಮೇಲಿನ ಸರಿಯಾದ ಸ್ಥಳವಾದ ಬಿಂದು C ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಇದನ್ನು ತೀರ್ಪುಗಾರ್ತಿಯು ಸರಿಯಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯದ್ದಿದರೆ, ಅಳತೆಯು ನ್ಯಾಯಬದ್ಧವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ಹಾಗಾಗಿ ಎರಡನೇ ಸ್ಥಾನ ಗಳಿಸಿದ ಸ್ಪರ್ಧಿಯ ಎತ್ತಿದ ವಿಷಯವು ನ್ಯಾಯವೇ. ಬಿಂದು C ಅನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ತೀರ್ಪುಗಾರ್ತಿಯು ಹೇಗೆ ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು?



ಚಿತ್ರ 1

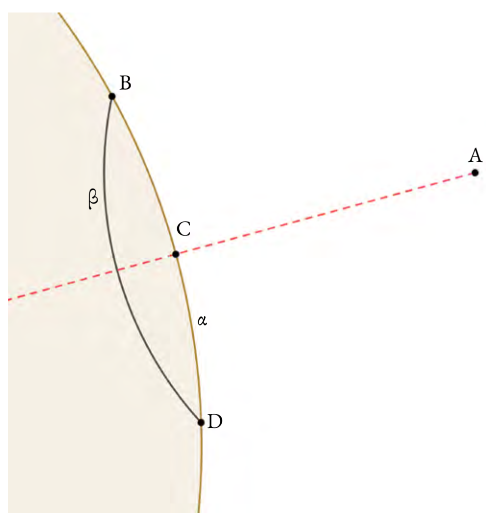
ನಾವು α ಮೇಲೆ ಇನ್ನ್ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು B ಅನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ, ತ್ರಿಭುಜ ಅಸಮತೆಯ ಪ್ರಕಾರ, ನಮಗೆ $OB + BA > OC + CA = OA$ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಅನ್ವಯಗಳು, ಅಂತರ್ ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ, ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ



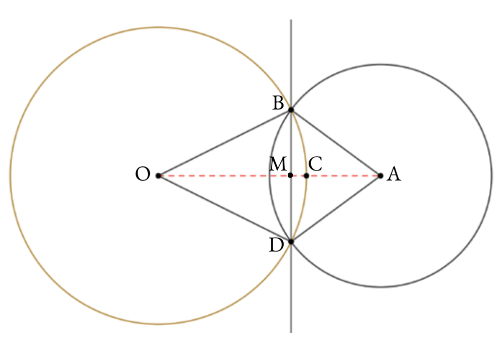
ಚಿತ್ರ 2

ಹಾಗೇ, B ಯು α ದ ಮೇಲೆ C ಅಲ್ಲದೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದ್ದರೆ, A ಅನ್ನು ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದು ಮತ್ತು AB ಅನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನಾಗಿರಿಸಿ ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಂಸ β ಅನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಈಗ β ಯು α ಅನ್ನು ಮೊದಲ ಬಿಂದು B ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು D ಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ (B ಮತ್ತು C ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ಹೀಗೆ ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?).

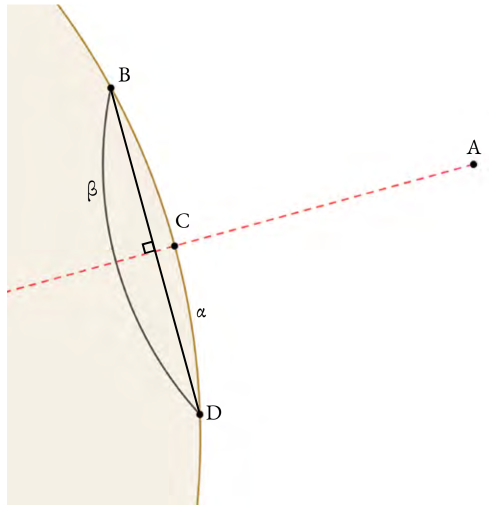


ಚಿತ್ರ 3

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಉತ್ಪ್ರೇಕ್ಷಿಸಿದ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡೋಣ. B ಮತ್ತು D ಅನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು O ಮತ್ತು A ಅನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಬಿಂದು M ಅಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.. ಆಗ BOA ಮತ್ತು DOA ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಬಾ. ಬಾ. ಬಾ. ಇಂದ). ಹಾಗಾಗಿ ∠BOA = ∠DOA, ಮತ್ತು ಇದರಿಂದಾಗಿ BOM ಮತ್ತು DOM ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಬಾ. ಕೋ. ಬಾ. ಇಂದ). ಇದು ∠OMB = ∠OMD ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ಹಾಗು ಅವನ್ನು ಲಂಬಕೋನಗಳೆಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ BD ಮತ್ತು OA ರೇಖೆಗಳು ಲಂಬವಾಗಿವೆ.



ಚಿತ್ರ 4



ಚಿತ್ರ 5

ಹಾಗಾಗಿ ತೀರ್ಪುಗಾರ್ತಿಯು ವೃತ್ತಾಕಾರ ಕಂಸ αದ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು B ಅನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಅವರು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಮೂಲ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ BD ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು (ಅಥವಾ $\angle BAD$ ರ ಕೋನಾರ್ಧಕ). ಅರ್ಧಕವು ಕಂಸ αವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ/ಸ್ಥಳವೇ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಬಿಂದು C.

ಸಂಪಾದಕರ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಜ್ಯಾಮಿತಿಯನ್ನು ವಾಸ್ತವ ಅನುಭವಗಳೊಡನೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದರೆ ಅದು ಇನ್ನಷ್ಟು ಆಪ್ತವಾಗುತ್ತದೆ. ಶಾಟ್ ಪುಟ್, ಹ್ಯಾಮರ್ ಎಸೆತ ಮತ್ತು ಡಿಸ್ಕಸ್ ಎಸೆತ ಅಂತಹ ಕ್ರೀಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಮಾಪನವು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ತತ್ವಗಳು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ತಾರ್ಕಿಕತೆ, ದೋಷಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥನೆ ಇವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ.

ಹಾಗೂ ಈ ಚರ್ಚೆಯು ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವ ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಕಡೆಗೆ ಸಹಜವಾಗಿ ಒಯ್ಯುತ್ತದೆ. ತೀರ್ಪುಗಾರ್ತಿಯು ಬಿಂದು B ಬದಲು ಬಿಂದು C ಅನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಹೊಸ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಕಂಸ β ವು α ವನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಬಿಂದು C ಅಲ್ಲಿ AO ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯು C ಅಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ತತ್ವವು, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆಮೇಲೆ ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿಸುವ, ಕೆಳಗಿರುವ ಪ್ರಮೇಯದ ಆಧಾರವಾಗುತ್ತದೆ:

ಪ್ರಮೇಯ: ವೃತ್ತವನ್ನು ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಆ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹಾಯುವ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು.

ಸ್ವೀಕೃತಿ:

ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಶಾಲೆ ಧಮತರಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಾದ ಸುಯಶ್ ತಿವಾರಿ ಇವರಿಗೆ ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆ್ಯಂಗಲ್ಸ್ ಆಭಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಇವರು ಜಾವೆಲಿನ್ ಎಸೆತಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ಬರೆದ ಲೇಖನವು ಈ ಲೇಖನದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಸ್ಫುರಿಸಿತು.

ಮೋಹನ್ ಆರ್ ಇವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಕಲಿಸುತ್ತಾರೆ. ತರಬೇತಿಯಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತಜ್ಞರಾದ ಇವರ ಆಸಕ್ತಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಸಂವಹನದ ಮೇಲೂ ಇದೆ. ಇವರು ಗಣಿತ ಒಲಂಪಿಯಾಡ್‌ನ ಕರ್ನಾಟಕದ ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಸಂಯೋಜಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇವರನ್ನು mohan.r@apu.edu.in ನಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಅನುವಾದ: **ಅನನ್ಯ** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ಜುಲೈ 16, 1945. ಮೆಕ್ಸಿಕೋ ಮರುಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ನಿಧಾನವಾಗಿ ನಸುಕು ಹರಿಯುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಸುತ್ತಲಿನ ವಾತಾವರಣದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಐತಿಹಾಸಿಕ ಮೌನ ಪಸರಿಸಿತ್ತು. ಪ್ರಪ್ರಥಮ ಪರಮಾಣು ಬಾಂಬ್ ತನ್ನ ಗುರಿ ತಲುಪಿ ಸ್ಫೋಟಗೊಳ್ಳಲು ಕಾಯುತ್ತಿತ್ತು. ಇದಕ್ಕೆ ಸಾಕ್ಷಿಯಾಗಲಿದ್ದ ಆ ಬಾಂಬಿನ ಸೃಷ್ಟಿಕರ್ತರ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಆತಂಕ ಮನೆಮಾಡಿತ್ತು.

ಸತ್ಯದ(ವಾಸ್ತವತೆಯ) ಆ ಕ್ಷಣ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 5 ಗಂಟೆ 29 ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ ಬಂದೇಬಿಟ್ಟಿತು. ಕಣ್ಣುಗಳು ಕುರುಡಾಗುವಂತೆ ಪ್ರಕಾಶಮಾನವಾದ ಬೆಳಕನ್ನು ಹೊರಸೂಸುತ್ತಾ, ಕಿವಿಗಳು ಕಿವುಡಾಗುವಂತೆ ಗರ್ಜಿಸುತ್ತಾ, ಜಗತ್ತಿನ ಮೊದಲ ಬಾಂಬ್ ಆಸ್ಫೋಟಗೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದಂತೆ, ಮಾಪನ ಮಾಡಲು ಅಸಾಧ್ಯವಾದ ಆಘಾತದ ಅಲೆಗಳು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಬಲವಾಗಿ ಅಪ್ಪಳಿಸಿದವು.

ಅಲ್ಲಿ ನೆರೆದಿದ್ದ ಮೇಧಾವಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬನಾದ ಹಾಗೂ ಮ್ಯಾನ್‌ಹಾಟ್ಟನ್ ಯೋಜನೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಸದಸ್ಯನಾದ ಎನ್ರಿಕೋ ಫರ್ಮಿ ಈ ಪರೀಕ್ಷೆಯನ್ನೇ ಕಾಯುತ್ತಿದ್ದ. ಬಾಂಬ್ ಸ್ಫೋಟದ ಕೆಲವೇ ಕ್ಷಣಗಳಿಗೆ ಮೊದಲು, ಒಂದು ಸರಳ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಿದ್ಧತೆ ನಡೆಸಿದ್ದ

ಬಾಂಬ್‌ನ ಪ್ರಖರವಾದ ಬೆಳಕನ್ನು ನೋಡುತ್ತಲೇ ಫರ್ಮಿ, ಕಾಗದದ ಚೂರುಗಳನ್ನು ತನ್ನ ತಲೆಯ ಮೇಲೆ ಎಸೆದು ಅವುಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ದೂರ ಎಂದರೆ ಒಂದೆರಡು ಮೀಟರ್ ದೂರ ಬೀಳುವುದನ್ನು ನೋಡುತ್ತಾ ನಿಂತ.

ಬಾಂಬ್ ಸ್ಫೋಟಿಸಿದ ಕೆಲವೇ ಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಫರ್ಮಿ, ಬಾಂಬ್‌ನ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಹತ್ತುಸಾವಿರ ಟನ್ ಟಿಎನ್‌ಟಿ ಸ್ಫೋಟದ ಶಕ್ತಿಗೆ ಸಮ ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಿದ್ದ.
ಕೆಲವು ವಾರಗಳ ನಂತರ ಮಾಡಿದ ನಿಖರವಾದ ಅಧ್ಯಯನವು ಬಾಂಬ್‌ನ ವಾಸ್ತವಿಕ ಶಕ್ತಿಯು ಫರ್ಮಿಯು ಮಾಡಿದ್ದ ಅಂದಾಜಿಗೆ ತೀರಾ ಸಮೀಪವಾಗಿತ್ತು ಎಂದು ಖಚಿತಪಡಿಸಿತು.

ಅಷ್ಟು ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಫರ್ಮಿ, ಕೆಲವೇ ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಊಹಂದಾಜಿಸಿದ?

ಗಣಿತದ ಚಿಂತನ

ಊಹಂದಾಜಿನ ಕಲೆ ಭಾಗ 1

ಮೋಹನ್ ಆರ್

ಈ ಲೇಖನವು ಊಹಂದಾಜಿಸಲು, ಫರ್ಮಿ ವಿಧಾನವನ್ನು ತೆರೆದಿಡುತ್ತದೆ. ಫರ್ಮಿ ವಿಧಾನದ ಅಂದಾಜು ಬಹಳ ತ್ವರಿತ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದ್ದು, ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಊಹೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಅಂದಾಜಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಾವು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಈ ವಿಧಾನದ ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಲಿದ್ದೇವೆ. ಇಡೀ ಲೇಖನವನ್ನು ಬಿಡದೇ ಓದಿದರೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಮಿದುಳಿಗೆ ಕಸರತ್ತನ್ನು ನೀಡಲು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾದ ಹಲವು ಫರ್ಮಿ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಭಂಡಾರವೇ ನಿಮಗೆ ಸಿಕ್ಕೀತು!.

ಫರ್ಮಿ ವಿಧಾನ:

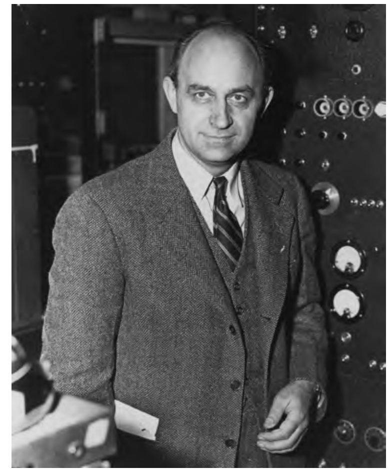
ಎನ್ರಿಕೋ ಫರ್ಮಿಯವರು ಇಟಲಿಯ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಭೌತವಿಜ್ಞಾನಿಯಾಗಿದ್ದು, ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಭೌತವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಕ್ವಾಂಟಂ ಚಲನವಿಜ್ಞಾನದ ಕ್ಷೇತ್ರಕ್ಕೆ ಪ್ರಮುಖ ಕೊಡುಗೆಯನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ನಿಧಾನಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಗುವ ನ್ಯೂಟ್ರಾನ್‌ಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಭೂತಪೂರ್ವ/ವಿನೂತನ ಅಧ್ಯಯನವನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಅವರಿಗೆ 1938ರಲ್ಲಿ ಭೌತವಿಜ್ಞಾನದ ನೊಬೆಲ್ ಪ್ರಶಸ್ತಿ ಲಭಿಸಿತು. ನೊಬೆಲ್ ಪ್ರಶಸ್ತಿ ಪಡೆದ ತಕ್ಷಣ ಮುಸೋಲಿನಿಯ ಫ್ಯಾಸಿಸ್ಟ್ ಪ್ರಭುತ್ವದಿಂದ ಮುಕ್ತರಾಗಲು ಯುನೈಟೆಡ್ ಸ್ಟೇಟ್ಸ್ ಆಫ್ ಅಮೆರಿಕಾಗೆ ಪಲಾಯನ ಮಾಡಬೇಕಾಯಿತು. ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಸತತವಾಗಿ ನಡೆಯುವ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದರು. ಈ ಸಂಶೋಧನೆಯು, ಪರಮಾಣು ಬಾಂಬ್ ತಯಾರಿಕೆ ಮತ್ತು ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ವಿದಳನ ಕ್ರಿಯಾಕಾರಿಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೆ ನಾಂದಿಯಾಯಿತಲ್ಲದೇ ನ್ಯೂಕ್ಲೀಯ ಶಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಂಭಾವ್ಯ ಅನ್ವಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಮಗಿದ್ದ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಾಂತಿಯನ್ನೇ ಉಂಟುಮಾಡಿತು.

ಫರ್ಮಿಯ ಜಾಣ್ಮೆಯು ಆತನ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಅರಿವಿನಿಂದಾಚೆಯೂ ವಿಸ್ತರಿಸಿತ್ತು. ಫರ್ಮಿಗೆ ನಿಖರವಾಗಿ ಅಂದಾಜಿಸುವ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಅಸಾಧಾರಣ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವಿತ್ತು. ಅಂತರ್ಬೋಧೆ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಆತ ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದ ಅಸಾಂಪ್ರದಾಯಿಕ ವಿಧಾನಗಳು ಫರ್ಮಿ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಫರ್ಮಿ ಅಂದಾಜು ಎಂದೇ ಪ್ರಸಿದ್ಧಗೊಂಡವು.

ಫರ್ಮಿ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ, ಅಸಾಮಾನ್ಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿ, ಹಾಗೆಯೇ ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ತನ್ನ ಸ್ನೇಹಿತರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ರಂಜಿಸುತ್ತಿದ್ದನು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಫರ್ಮಿ ವಿಧಾನ, ಅಂದಾಜು, ಸೃಜನಶೀಲತೆಯಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವುದು, ತಾರ್ಕಿಕ ವಿಧಾನ

ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪಿಯಾನೋ ಶೃತಿಕಾರರಿದ್ದಾರೆ? ನಿಖರವಾಗಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಅಸಾಧ್ಯ ಮತ್ತು ಕಠಿಣ ಎನಿಸುವ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಊಹೆ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಬಯಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳೇ ಫರ್ಮಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು. ಇಂತಹ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಮತ್ತು ಕಚ್ಚಾ ಅಂದಾಜನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಉತ್ತರದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು ಫರ್ಮಿಯ ವಿಧಾನವಾಗಿತ್ತು.



ಚಿತ್ರ 1: ಎನ್ರಿಕೋ ಫರ್ಮಿ ಅವರ ಪ್ರತಿಮೆ
ಕೃಪೆ: ಎನ್ರಿಕೋ ಫರ್ಮಿ. (2024, ಜನವರಿ 26). ವಿಕಿಪೀಡಿಯಾ. https://en.wikipedia.org/wiki/Enrico_Fermi

ಫರ್ಮಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಎಂದರೇನು? ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ನಾವೀಗ ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಜನ ಪಿಯಾನೋ ಶೃತಿಗೊಳಿಸುವವರಿದ್ದಾರೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. ಒಂದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕಿಂತ ಇದು ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ? ಎರಡನೆಯ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಲು ನಮಗೆ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಿವೆ? ಒಂದು ದಿನಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗಳಿವೆ? ಒಂದು ಗಂಟೆಗೆ ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳಿವೆ? ಮತ್ತು ಒಂದು ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಿವೆ ಎಂಬ ವಿಚಾರಗಳು ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉತ್ತರದೆಡೆಗೆ ನಮ್ಮನ್ನು ಕರೆದೊಯ್ಯುತ್ತವೆ. ನಾವು ಕಾಲದ ಏಕಮಾನವನ್ನು ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕಿರುವ ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಿಗೆ ಬದಲಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಅಷ್ಟೇ.

$$\frac{365\ \cancel{\text{ದಿನ}}}{1\ \text{ವರ್ಷ}} \times \frac{24\ \cancel{\text{ಗಂಟೆ}}}{1\ \cancel{\text{ದಿನ}}} \times \frac{60\ \cancel{\text{ನಿಮಿಷ}}}{1\ \cancel{\text{ಗಂಟೆ}}} \times \frac{60\ \text{ಸೆಕೆಂಡ್}}{1\ \cancel{\text{ನಿಮಿಷ}}} \sim 3 \times 10^7\ \frac{\text{ಸೆಕೆಂಡ್}}{\text{ವರ್ಷ}}$$

ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿಯೇ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಂದ ಮತ್ತು ನಿಗಮನ ತರ್ಕಗಳಿಂದ ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಫರ್ಮಿ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಗಣಿತದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿದ್ದು, ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ತರ್ಕದಿಂದ ದೃಢೀಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ; ಉತ್ತರವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಅಂದಾಜು ಮಾತ್ರ. ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿರುವ ಪಿಯಾನೋ ಶೃತಿಕಾರರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿಯಬೇಕೆಂದರೆ ನಗರದ ಎಲ್ಲಾ ಪಿಯಾನೋ ಶೃತಿಕಾರರ ತಲೆ ಎಣಿಕೆಯೊಂದೇ ಪರಿಹಾರ ಎನಿಸುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲರ ಹೆಸರು ಟೆಲಿಫೋನ್ ಡೈರೆಕ್ಟರಿಯಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಗೂಗಲ್ ಸರ್ಚ್‌ನಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಸಾಧ್ಯವಾಗಬಹುದು. (ಆಗ ಗೂಗಲ್ ಸರ್ಚ್ ಇರಲಿಲ್ಲ– ಅನು)

ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿರುವ ಪಿಯಾನೋ ಶೃತಿಕಾರರನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನ ಇಲ್ಲಿದೆ:

1. ಮೊದಲಿಗೆ ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಜನ ವಾಸಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಊಹಿಸುವುದರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ.
2. ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮನೆಗಳಿವೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿ.
3. ಪಿಯಾನೋ ಇರುವ ಮನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ.
4. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮನೆಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಪಿಯಾನೋವನ್ನು ಶೃತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಊಹಿಸಿ.
5. ಒಂದು ಪಿಯಾನೋವನ್ನು ಶೃತಿಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಕಾಲವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ.
6. ಒಬ್ಬ ಪಿಯಾನೋ ಶೃತಿಕಾರ ವಾರವೊಂದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ಊಹಿಸಿ.

ನಾವು ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವಾಗ ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸರಳ ಹಂತಗಳಿಗೆ ವಿಭಜಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ; ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತದಲ್ಲಿಯೂ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು ಕೇವಲ ಕಚ್ಚಾ ಅಂದಾಜನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮಾಡುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ ನಿಖರವಾದ ಬೆಲೆಯೇನೂ ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆಯು ವಾಸ್ತವಿಕ ಮೌಲ್ಯದ ಆಸುಪಾಸಿನಲ್ಲಿದೆಯೇ ಎಂದು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತದಲ್ಲಿ ನಾವು ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಅಂದಾಜಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮನೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೇ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ವ್ಯವಹಾರದ ಮಳಿಗೆಗಳಲ್ಲೂ ಪಿಯಾನೋಗಳಿರಬಹುದು. ನಾವು ಯೋಚಿಸಿರುವುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಬಾರಿ ಪಿಯಾನೋಗಳನ್ನು ಶೃತಿಗೊಳಿಸಿರಬಹುದು. ನಾವು ಅಂದಾಜಿಸುವಾಗ ಕೆಲವು ಬಾರಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ ಕೆಲವು ಬಾರಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದರೆ, ಅವುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸರಿದೂಗುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ನಮ್ಮ ಅಂತಿಮ ಅಂದಾಜು, ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಮೀಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ತತ್ತ್ವಗಳು ಹೇಳುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆಯೇ ಚಿಕಾಗೋದಲ್ಲಿರುವ ಪಿಯಾನೋ ಶೃತಿಕಾರರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಇರುವ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ TED–ED ವಿಡಿಯೋದಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದು. A clever way to estimate enormous numbers – Michael Mitchell

ಕೆಲವು ಫರ್ಮಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಇರುವ ತಂತ್ರಗಳು:

ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಜನ ಬೊಕ್ಕತಲೆಯವರಿದ್ದಾರೆ?

ಚಿತ್ರ 2: ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಬೊಕ್ಕತಲೆಯವರನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು ಅಸಾಧ್ಯ

ಪರಿಹಾರ: ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 8 ಬಿಲಿಯನ್ ಜನರಿದ್ದಾರೆ. ಅವರಲ್ಲಿ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಜನ ಮಹಿಳೆಯರು. ಇವರಿಗೆ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಬೊಕ್ಕತಲೆ ಬಾಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಇದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಬಳಿ ಸುಮಾರು 4 ಬಿಲಿಯನ್ ಪುರುಷರು ಉಳಿಯುತ್ತಾರೆ. ಬಹುತೇಕ ಪುರುಷರಿಗೆ ಬೊಕ್ಕತಲೆ ಬಾಧಿಸುವುದು 30 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರವೇ. ಹಾಗಾಗಿ ನಾವು 4 ಬಿಲಿಯನ್ ಜನರನ್ನು ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬಹುದು: 30 ವರ್ಷ ಅಥವಾ 30 ವರ್ಷದೊಳಗಿನವರ 2 ಬಿಲಿಯನ್‌ನ ಒಂದು ಗುಂಪು ಮತ್ತು 30 ವರ್ಷ ಮೀರಿದವರ 2 ಬಿಲಿಯನ್‌ನ ಒಂದು ಗುಂಪು. 30 ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡವರ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೇ ಬೊಕ್ಕತಲೆಯವರಿರುವುದು ಸರಿಯಷ್ಟೇ. ನಾವೀಗ ದೊಡ್ಡವರ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 10% ಪುರುಷರು ಬೊಕ್ಕತಲೆಯವರು ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸೋಣ. ಎಂದರೆ, ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 200 ಮಿಲಿಯನ್ ಜನರು ಬೊಕ್ಕತಲೆಯವರು ಎಂದು ಈ ತರ್ಕದಿಂದ ನಾವು ಊಹಿಸಬಹುದು.

ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಬೆಂಗಳೂರಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೈಕಲ್ ರಿಪೇರಿ ಅಂಗಡಿಗಳಿವೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಪಿಯಾನೋ ಶ್ರುತಿಕಾರರ ಸಮಸ್ಯೆಯಂತೆಯೇ ಇದೆ. ಬೆಂಗಳೂರು, ಭಾರತದ ಮೆಟ್ರೋ ನಗರವಾಗಿದ್ದು, ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೆಟ್ರೋ ನಗರದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರು 10 ಮಿಲಿಯನ್ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಅಂದಾಜು 4 ಜನರಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ನಗರದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 2.5 ಮಿಲಿಯನ್ ಮನೆಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಎರಡು ಮನೆಗಳಿಗೊಂದು ಬೈಸಿಕಲ್ ಇದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸಿದರೆ, ನಗರದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 1.25 ಮಿಲಿಯನ್ ಬೈಸಿಕಲ್‌ಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೈಸಿಕಲ್ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಒಂದು ಬಾರಿ ರಿಪೇರಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದುಕೊಂಡರೆ, ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ 1.25 ಮಿಲಿಯನ್ ರಿಪೇರಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಎಂದರೆ, ತಿಂಗಳಿಗೆ 100,000 ರಿಪೇರಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯು ತಿಂಗಳಿಗೆ 50 ರಿಪೇರಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಲ್ಲದು ಎಂದೆಣಿಸಿದರೆ, ನಮಗಿರುವ ಬೇಡಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಲು ನಗರದಲ್ಲಿ 2000 ರಿಪೇರಿ ಅಂಗಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ನಾವು ಬೈಸಿಕಲ್ ರಿಪೇರಿ ಅಂಗಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 2000ವೋ ಅಥವಾ 6000ವೋ ಎಂದು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿರಬಹುದು, ಆದರೆ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಾವಿರಗಳಲ್ಲಿರಬೇಕು ಎಂಬುದಂತೂ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ವಿಚಾರವೇ. ಆದ್ದರಿಂದ ಬೈಸಿಕಲ್ ರಿಪೇರಿ ಅಂಗಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 200 ಅಥವಾ 20,000 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಫರ್ಮಿ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ:

- **ಪಾರಿಸರಿಕ ನೀತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ:** "ದಿನಸಿ ಸಾಮಾನುಗಳಿಗೆ ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಿದರೆ, ನಾವು ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಕಸವು ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ?"
- **ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ನೀತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ:** ಒಂದು ರಾಜ್ಯವು ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮಿತಿಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಶಾಲೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಲು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?
- **ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಆರೋಗ್ಯ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ:** ಫ್ಲೂ ಜ್ವರ ಸುತ್ತಲೂ ಗಂಭೀರವಾಗಿ ಹರಡುತ್ತಿದ್ದು, ನಮ್ಮ ದೇಶದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಪ್ರಜೆಗೂ ಆರೋಗ್ಯ ಕಾರ್ಯಕರ್ತೆಯರಿಂದ ಚುಚ್ಚುಮದ್ದನ್ನು ಕೊಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಚುಚ್ಚುಮದ್ದನ್ನು ಎಷ್ಟು ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ಕೊಡಬಹುದು?
- **ವೈಯಕ್ತಿಕ ಹಣಕಾಸು:** ಮನೆಯ ಖರ್ಚುವೆಚ್ಚವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಗೃಹಿಣಿಯೋರ್ವಳು ಬೆಳಗಿನ ಉಪಾಹಾರದ ಅಂಗಡಿಯನ್ನು ತೆರೆಯಬೇಕೆಂದಿದ್ದಾಳೆ. ಆಕೆ ಸಾಲ ಮಾಡುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ತನ್ನ ವ್ಯವಹಾರವನ್ನು ತಾನೇ ನಿಭಾಯಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಫರ್ಮಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವೈವಿಧ್ಯಮಯ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತವೆ. ಸದಾ ನಿಖರವಾದ ಮಾಪನಗಳು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿರುವ ಹಲವಾರು ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಇವು ಹೇಗೆ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರ ಪ್ರಾತ್ಯಕ್ಷಿಕೆಯನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಫರ್ಮಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮತ್ತಷ್ಟು ನಿದರ್ಶನಗಳು:

1. ಈ ಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಜಗತ್ತಿನ ಎಷ್ಟು ಜನರು ಮೊಬೈಲ್ ಫೋನಿನಲ್ಲಿ ಮಾತನಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ?
2. ಒಂದು ಸದುದ್ದೇಶಕ್ಕಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಜಿಲ್ಲೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ತಮ್ಮ ಒಂದು ದಿನದ ವೇತನವನ್ನು ಕೊಡುಗೆಯಾಗಿ ನೀಡಿದರೆ, ಎಷ್ಟು ಹಣವನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಬಹುದು?
3. ನಿಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗಳ ರಸ್ತೆ/ನದಿಗಳಿವೆ?
4. ಒಂದು ಮಾದರಿ ಮೋಟರ್‌ಬೈಕ್ ತನ್ನ ಬಾಳಿಕೆಯ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಅನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತದೆ?
5. ಒಂದು ಚಿಟ್ಟೆಯು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಹಾರಾಡುತ್ತದೆ?
6. ಪ್ರಸ್ತುತ ನಿಮ್ಮ ನಗರದಲ್ಲಿರುವ ಸೊಳ್ಳೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
7. ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನ ಸರಾಸರಿ ಬಾಳಿಕೆ ಅವಧಿ ಎಷ್ಟು?
8. ಒಂದು ವಾರ/ತಿಂಗಳು/ವರ್ಷಪೂರ್ತಿ ಒಂದು ಟ್ಯೂಬ್‌ಲೈಟ್‌ನ್ನು ನಿರಂತರವಾಗಿ ಉರಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?
9. ನಿಮ್ಮ ಜೀವಿತಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗಳ ಕಾಲ ದೂರದರ್ಶನವನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುತ್ತೀರಿ?
10. ಒಂದು ಮಿಲಿಯನ್‌ನಿಂದ ಹತ್ತು ಮಿಲಿಯನ್‌ವರೆಗೆ ಎಣಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?
11. ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಉತ್ಪಾದನೆಯಾಗುವ ಹಾಲಿನ ಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು?
12. ಭೂಮಿಯ ಸಮಭಾಜಕ ವೃತ್ತ ಪ್ರದೇಶದ ಗುಂಟ ನೆಲವಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಅದರುದ್ದಕ್ಕೂ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಗೆರೆ ಎಳೆಯಬೇಕಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?
13. ನೀವು ಒಂದು ಜಾಹೀರಾತನ್ನು ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿದಾಗ ಎಷ್ಟು ಜನ ಅದನ್ನು ನೋಡುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇರುತ್ತದೆ?
14. ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ತಿಂಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಆಹಾರ ಖರ್ಚಾಗುತ್ತದೆ?
15. ಜಾಗತಿಕ ಸರಾಸರಿ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ಒಂದು ಡಿಗ್ರಿ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಮರಗಳನ್ನು ನೆಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ? (ಜಾಗತಿಕ ತಾಪಮಾನ ಏರಿಕೆ ಹಿಂಚಲಿಸಬಲ್ಲದು ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದಾಗ)

ಫರ್ಮಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಜಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸುವುದು ಮೋಜಿನ ವಿಚಾರ ಎನ್ನುವುದರಲ್ಲಿ ಸಂದೇಹವಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ತರಗತಿಯ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದೇ? ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ವಿಸ್ತಾರವಾಗಿ ಇದೇ ಲೇಖನದ ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯೋಣ.

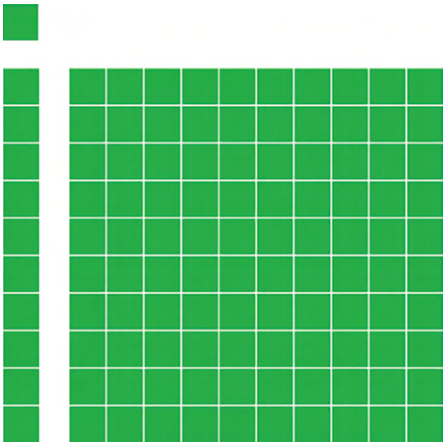
ಮೋಹನ್ ಆರ್ ಇವರು ಅಜೀಮ್ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಇವರು ತರಬೇತಿ ಹೊಂದಿದ ಬೀಜಗಣಿತಜ್ಞರಾಗಿದ್ದು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಸಂವಹನದಲ್ಲಿಯೂ ಅತೀವ ಆಸಕ್ತಿಯುಳ್ಳವರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಶ್ರೀಯುತರು ಕರ್ನಾಟಕದ ಗಣಿತ ಒಲಿಂಪಿಯಾಡ್‌ನ ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಸಂಯೋಜಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇವರನ್ನು mohan.r@apu.edu.i ಮೂಲಕ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಅನುವಾದ: **ಶಾರದಾ ಎಚ್. ಎಸ್.** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯ 2 ಆಯಾಮದ ಪಟ್ಟಿಗಳು (ಫಲಕಗಳು–ಉದ್ದ ಪಟ್ಟಿಗಳು–ಬಿಡಿಗಳು ಎಂದೂ ಕರೆಯಲ್ಪಡುತ್ತವೆ)

ಮ್ಯಾಥ್ ಸ್ಪೇಸ್

ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡಲು ಹಲವು ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಇಂತಹ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಹಳಷ್ಟು ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು ಗಣಿತದ ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲು ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧಿತ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ನೆರವಾಗುತ್ತವೆ. ಇಂತಹ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ, ಫಲಕಗಳು(Flats)–ಉದ್ದ ಪಟ್ಟಿಗಳು(Longs)–ಬಿಡಿಗಳು(Units) ಎಂದೇ ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಿರುವ ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯ 2 ಆಯಾಮದ ಫಲಕಗಳು(FLU) ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾಗಿವೆ. ಬಿಡಿ ಎಂದರೆ ಒಂದು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕ ಅಥವಾ 1. ಉದ್ದಪಟ್ಟಿ ಎಂದರೆ, 1ರ 10ರಷ್ಟು ಎಂದರೆ, ಹತ್ತು. ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಫಲಕ ಎಂದರೆ, ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಚೌಕ, ಇದು 1ರ 100ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 10ರ 10ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 100ಕ್ಕೆ ಸಮ. ಚಿತ್ರ 1ರಲ್ಲಿ ಈ ಮೂಲಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಒಂದೇ ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿರಬೇಕು. ಏಕೆಂದರೆ, ಈ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಈಗಾಗಲೇ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಗುಂಪು ಮಾಡಿರುವುದರಿಂದ ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಗಳಾಗಿ ಬೇರ್ಪಡಿಸುವಂತಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಯನ್ನು 10 ಬಿಡಿಗಳಿಗೆ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇದೇ ರೀತಿ, ಫಲಕವನ್ನು 10 ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳಿಗೆ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡಬೇಕು. ಈ ರೀತಿ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಮೊದಲೇ ಗುಂಪಾಗಿರುವುದರಿಂದ, FLUಗಳು

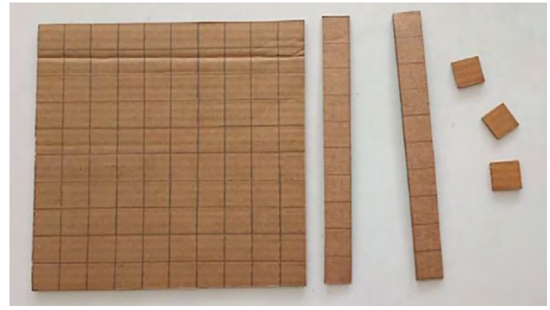


ಚಿತ್ರ 1

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಬೋಧನಾ–ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು, ಸ್ಥಾನಬೆಲೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳು, ದೃಶ್ಯೀಕರಣ.

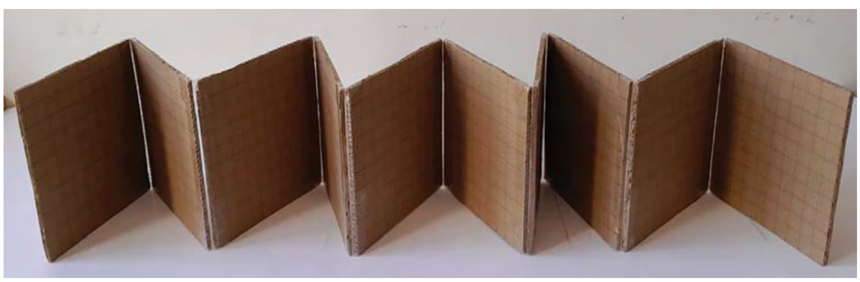
ಗುಂಪು ಮಾಡಬಹುದಾದ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಂತೆ ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸುವ ಅನುಭವವನ್ನು ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ನಾವು ಗುಂಪು ಮಾಡಬಹುದು ಅಥವಾ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಗುಂಪು ಮಾಡಬಹುದಾದ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡಿದ ನಂತರ FLUಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದು.

ಚಿಕ್ಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಎಂದರೆ, ಬುನಾದಿ ಹಂತ, ಪೂರ್ವಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತ ಮತ್ತು 1 ರಿಂದ 2ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನಿರಿಗೆ ರಟ್ಟಿನಿಂದ ಮಾಡಿರುವ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕೆಂಬುದು ನಮ್ಮ ಶಿಫಾರಸು. ಪಟ್ಟಿಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಹೀಗಿರಬಹುದು:



ಚಿತ್ರ 2

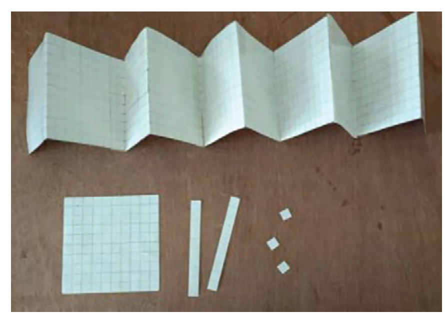
- ಬಿಡಿ: 2 cm x 2 cm
- ಉದ್ದಪಟ್ಟಿ: 20 cm x 2 cm
- ಫಲಕ: 20 cm x 20 cm



ಚಿತ್ರ 3

ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಾವಿರವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದಾದರೆ, ಫಲಕದ 10 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಪಾರದರ್ಶಕ ಸೆಲ್ಲೋಟೇಪ್‌ನಿಂದ ಅಂಟಿಸಿ, ಸಾವಿರದ ಬ್ಲಾಕ್ ಅನ್ನು ತಯಾರಿಸಬಹುದು. (ಚಿತ್ರ 3ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಪೂರ್ವಸಿದ್ಧತಾ ಹಂತ ಮತ್ತು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿರುವ ಸ್ವಲ್ಪ ದೊಡ್ಡ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ, ಚೌಕ-ಜಾಲ ಪುಸ್ತಕಗಳಿಂದ ಸಣ್ಣ ಚೌಕ, ಫಲಕ ಮತ್ತು ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದು ದಪ್ಪ ಪೋಸ್ಟರ್ ಅಥವಾ ಚಾರ್ಟ್ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಅಂಟಿಸಿ ಕೊಡಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 4

FLUಗಳ ಉಪಯೋಗ

- ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು
- ಸಂಕಲನ–ವ್ಯವಕಲನ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಮಾನಕ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದು
- ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ, ಇವೆರಡೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಆಯತ ಜೋಡಣೆಯ (Array) ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.
- ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ವರ್ಗಮೂಲಗಳು– ಪರಿಚಯ ಮತ್ತು ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ಈ ಮೂಲ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡುವಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಧದ ಮೂಲ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರಬೇಕು.

- ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳಿಗೆ – ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಕನಿಷ್ಠ 20 ಪಟ್ಟಿಗಳು
- ಗುಣಾಕಾರ–ಭಾಗಾಕಾರಗಳಿಗೆ– ಕನಿಷ್ಠ 12–20 ಫಲಕಗಳು, 90 ಉದ್ದ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಮತ್ತು 90 ಬಿಡಿಗಳು
- ವರ್ಗಗಳು ಮತ್ತು ವರ್ಗಮೂಲಗಳು – ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರದಂತೆ

ಮಕ್ಕಳು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವಾಗ (ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವಾಗ) ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ನಿಯಮಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಮವಿಧಿಗಳ ಹಿಂದಿರುವ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದೇ ಇಲ್ಲ. ಅವರ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು

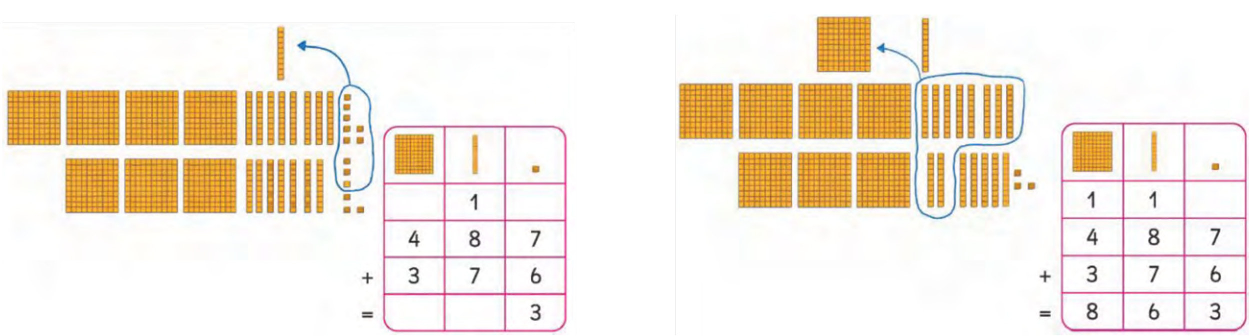
ಕೇವಲ ಸಂಕೇತಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸೀಮಿತಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಹೊಂದಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ FLUಗಳು ಈ ಅಂತರವನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಸಮರ್ಪಕವಾಗಿ ತುಂಬುತ್ತವೆ.

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವಾಗ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯು ಒಂದು ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಯು 9 ಬಿಡಿಗಳಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದು, ಅದೇ ರೀತಿ, ಒಂದು ಫಲಕವು 9 ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳಿಗಿಂತ (ಅಥವಾ 90 ಬಿಡಿಗಳಿಗಿಂತ) ದೊಡ್ಡದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು FLU ಗಳು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ 2-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು 1-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಹಾಗೆಯೇ, 3-ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2-ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳಿಂದ “ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಿಗಳಿರುವ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ” ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ತಲುಪಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 10002>98. 2-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಗ್ರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಸಹಜವಾಗಿಯೇ, ಹೆಚ್ಚು ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಕಸ್ಮಾತ್ತಾಗಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಅಂಕಿಗಳು ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಂದಿದ್ದರೆ, ಅಗ್ರ ಅಂಕಿಯು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 43>34. ಇದೇ ತರ್ಕವನ್ನಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 403>289 ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಅಗ್ರ ಅಂಕಿಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಮುಂದಿನ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 3-ಅಂಕಿಯ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಅಗ್ರ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕು ಎಂದರೆ, ಪ್ರಧಾನ ಅಂಕಿಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 640>638. ಆ ಅಂಕಿಗಳೂ ಸಮವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಮುಂದಿನ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 756>753. ಹೀಗೆ “ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನ ಅಂಕಿಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ನಂತರದ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ, ಬೇರೆಬೇರೆ ಅಂಕಿಗಳು ಬರುವ ತನಕ ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಂದುವರೆಯಿರಿ” ಎಂಬ ಕೊನೆಯ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ತಲುಪಬಹುದು. ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಅಂಕಿ $\Rightarrow$ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದನ್ನೂ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಕೆಲವು ಸರಳ ಉಪಾಯಗಳಿಂದ ಕಂಬಸಾಲಿನ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ದಶಕ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಅಥವಾ ಮರುಗುಂಪು ಮಾಡುವುದು ತಾನೇ ತಾನಾಗಿ ನಡೆದುಹೋಗುತ್ತದೆ.

- FLUಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೂಡಬೇಕಾದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಸಂಕಲನ ಎಂದರೆ ಸೇರಿಸುವುದು/ಕೂಡುವುದು ಎಂದರ್ಥ.
- ಒಂದೇ ವಿಧದ 10ಪಟ್ಟಿಗಳಿದ್ದಾಗ ಅದನ್ನು ಮುಂದಿನ ದೊಡ್ಡ ಪಟ್ಟಿಯೊಂದಿಗೆ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಎಂದರೆ, 10 ಅಥವಾ 10ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಿಡಿಗಳಿದ್ದರೆ, 10 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗೆ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಅಥವಾ 10 ಅಥವಾ 10ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳಿದ್ದರೆ, 10 ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಫಲಕಕ್ಕೆ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ದಾಖಲಿಸಲು ಕ್ರಮವಿಧಿಯು ಹೇಗೆ ಒಂದು ಸರಳ ವಿಧಾನವಷ್ಟೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ತೋರಿಸಬಹುದು. 487 + 376 ಕ್ಕೆ ಹಂತಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 5ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

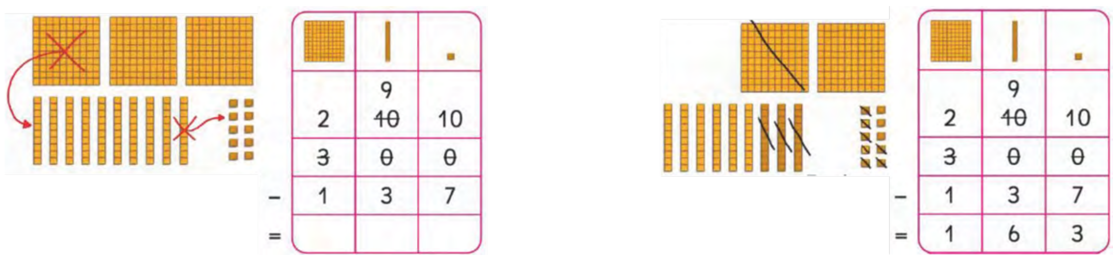


ಚಿತ್ರ 5

ವ್ಯವಕಲನಕ್ಕೆ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ:

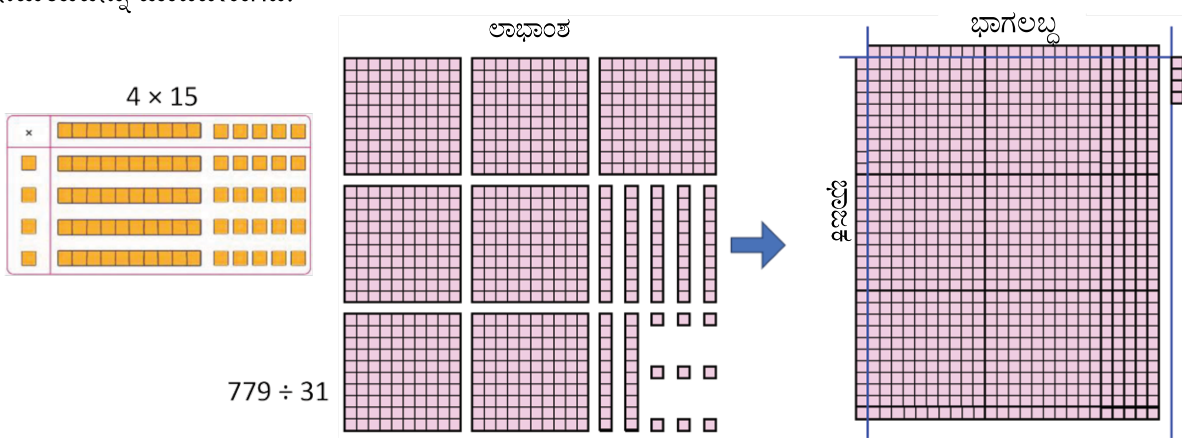
- ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು(ವ್ಯವಕಲ್ಯ) FLU ಉಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು, ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ FLU ಗಳನ್ನು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ವ್ಯವಕಲನ ಎಂದರೆ, ಕಳೆಯುವುದು, ತೆಗೆಯುವುದು ಎಂದರ್ಥ

- ಬಿಡಿಗಳು, ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳು ಮತ್ತು ಫಲಕಗಳನ್ನು ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಹೀಗೆ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಕಳೆಯುವಾಗ ಪ್ರತಿ ವಿಧದ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.



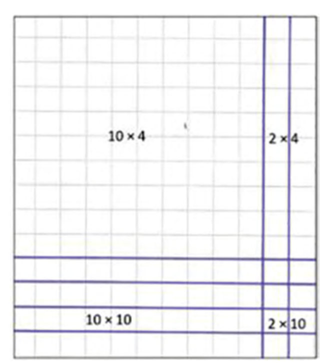
ಚಿತ್ರ 6

ಮಾನಕ ಕ್ರಮವಿಧಿಯು ಮೇಲಿನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತವಷ್ಟೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು, ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ತಿಳಿಸಿಕೊಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. 300 – 137 ಕ್ಕೆ ಹಂತಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 6 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಕಳೆಯುವುದು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿದ್ದು, ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಎರಡು ಬಾರಿ ಪಟ್ಟಿಗಳ ವಿನಿಮಯವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 7

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಎಂಬ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ 7ರಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ (4 x 15) ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಎರಡನೆಯ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು (779 ÷ 31) ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 8

ದೊಡ್ಡದಾದ ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕದಾದ FLUಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುವಾಗ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯ ಶ್ರೇಣಿಗಳು ಎದುರಾಗುತ್ತವೆ. 14 x 12 ಈ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ 1 ಫಲಕ, 4+2=6 ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಗಳು ಮತ್ತು 2 x 4 = 8 ಬಿಡಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಚೌಕ-ಜಾಲ ಕಾಗದದಿಂದ ತಯಾರಿಸಬಹುದು.

ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಶೇಷ ಪ್ರಕರಣ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. 2 – ಅಂಕಿಗಳ ವರ್ಗವು (a+b)2 ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೋಲುತ್ತವೆ. ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಕ್ರಮವಿಧಿಯಲ್ಲಿ ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನೇ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು FLUಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ನಂತರದ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹೇಳಿಕೊಡುವುದರಿಂದ ಭೌತಿಕ ಕುಶಲ ಸಾಧನಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಸೂಕ್ತವಾದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕಚ್ಚಾ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಈ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ.

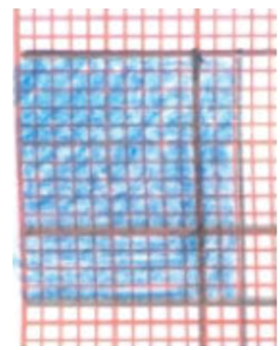
ಮ್ಯಾಥಿಗಾನ್ ಪಾಲಿಪ್ಯಾಡ್ ಸೇರಿದಂತೆ ಕುಶಲ ಸಾಧನಗಳ ಹಲವು ಜಾಲತಾಣಗಳು ಮಿಥ್ಯಾ(virtual)– FLU ಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇವು ಭೌತಿಕ ಕುಶಲ ಸಾಧನಗಳಷ್ಟೇ ಉತ್ತಮವಾಗಿವೆ. ಇವು ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣಗಳಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಅದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಇವುಗಳ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಬದಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಚಿತ್ರ 1ನ್ನು ಪಾಲಿಪ್ಯಾಡ್ ಬಳಸಿ ಸೃಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

FLUಗಳು ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ದಶಮಾಂಶಗಳಿಗೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

- ಫಲಕವು 1ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುವುದರಿಂದ ಅದರಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಗಳಿರಬಾರದು.
- ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಯು ಫಲಕದ ರ ಭಾಗ ಎಂದರೆ, 0.1ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದರಲ್ಲಿಯೂ ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಗಳಿರಬಾರದು.
- ಬಿಡಿಗಳು ಉದ್ದಪಟ್ಟಿಯ ರ ಭಾಗ ಎಂದರೆ, ಫಲಕದ ರ ಭಾಗ ಎಂದರೆ, 0.01ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ದಶಮಾಂಶದ FLU ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ಗೆರೆಗಳು ಇರಬಾರದೆಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ ಏಕೆಂದರೆ, ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು, ಒಂದು ಫಲಕವನ್ನು 1 ಎಂಬ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ನೋಡಬೇಕು. ಗೆರೆಗಳಿದ್ದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಬೇಕು ಎಂದೆನಿಸಿ, 100 ಚೌಕಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಬಹುದು. ಆಗ 1 ಎನ್ನುವುದು 100 ಆಗಿಬಿಡುತ್ತದೆ. ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವ ವೇಳೆಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ದೊಡ್ಡವರಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಕುಶಲ ಭೌತಿಕ ಸಾಧನಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಮೊದಲು ಚೌಕ-ಜಾಲ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರ ಬಿಡಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ ಮಾಡಿಸಿ, ನಂತರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗ್ರಾಫ್ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಕೆ ಮಾಡಬಹುದು.

- 10cm x 10cm ಚೌಕವನ್ನು 1 ಎಂದು
- 10cm x 1cm ಆಯತವನ್ನು 0.1 ಎಂದು
- 1cm x 1cm ಚೌಕ ಅಲ್ಲದೇ 10cm x 1cm ಆಯತವನ್ನು 0.01 ಆಗಿ – ಈ ಆಯತಗಳು ದಶಮಾಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಉಪಯುಕ್ತ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 0.34 x 0.27
- 1cm x 1mm ಆಯತವನ್ನು 0.001 ಎಂದು
- 1mm x 1mm ಚೌಕವನ್ನು 0.0001 ಎಂಬುದಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.


ಚಿತ್ರ 9

ದಶಮಾಂಶಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಸರಿಸುಮಾರು ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇವೆ. ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯೂ ಸಹ ಅದರ ಪ್ರತಿರೂಪವಾದ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಅನುರೂಪವಾಗಿ ಹೋಲುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 9ರಲ್ಲಿ 0.14 x 0.12 ಇದರ ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು 14 x12 ರ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಹೋಲುತ್ತದೆ.

FLUಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಬಿಲ್ಲೆಗಳಿಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು. ಎಂದರೆ, 10 ರ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಚರಾಕ್ಷರ x ನಿಂದ ಬದಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಸಂಚಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತದ ಬಿಲ್ಲೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸೋಣ. ಆದರೆ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುವುದು ಒಂದು ವಿಚಿತ್ರವೇ ಸರಿ! ಎಂಬುದು ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ವಿಚಾರವಾಗಿದೆ.

ಕೃತಜ್ಞತೆ
ಅಜ್ಹೀಮ್ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿಯ ಅನುಪಮ ಎಸ್. ಎಂ. ಅವರು ಈ ಸಾಮಾನ್ಯ FLU ಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸಾವಿರಕ್ಕೂ ವಿಸ್ತರಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಪರಾಮರ್ಶನಗಳು:

1. How to make FLU (including a thousand): https://sites.google.com/apu.edu.in/mathspace/matherials#h.r8y4lfrj399c
2. Addition-subtraction with FLU (ppt): https://drive.google.com/file/d/1ALzKVaLe3cZfvZxsG38ObpHh55ChGLY7/view
3. Multiplication with FLU (ppt): https://drive.google.com/file/d/1G1LY8Btc1lsF5zuYpnFTQPBpFtDKlASg/view
4. Division with FLU (ppt): https://drive.google.com/file/d/17HS5ygXG-3aWrhmv3WZPskLZMHZ_sJri/view
5. Sikkim math textbook, Class 3: https://www.scertsikkim.ac.in/_files/ugd/05f8ad_d72c9029dc8f438cbcfb0026ff982a62.pdf
6. Chand, Amit: How the Square Root Algorithm Works, At Right Angles, Mar 2021
http://publications.azimpremjifoundation.org/2655/1/4_How%20the%20Square%20Root%20Algorithm%20works.pdf
7. Mathigon Polypad: https://mathigon.org/polypad#numbers

ಮ್ಯಾಥ್ ಸ್ಪೇಸ್: ಇದು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿಯ ಗಣಿತ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯವಾಗಿದ್ದು, ಶಾಲೆಗಳ, ಶಿಕ್ಷಕರ, ಪೋಷಕರ, ಮಕ್ಕಳ ಮತ್ತು ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಯ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಸರ್ಕಾರೇತರ ಸಂಸ್ಥೆಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಗಳಿಗನುಗುಣವಾಗಿದೆ. ಇದು, ಗಣಿತದ ಹಲವಾರು ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಅಲ್ಲದೇ ತ್ಯಾಜ್ಯ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ಅಗ್ಗ ವೆಚ್ಚದಲ್ಲಿ ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳ ತಯಾರಿಯ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುತ್ತದೆ. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ, ಒಂದು ಕಡೆ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಭಯವಿರುವ ಅಥವಾ ಗಣಿತವನ್ನು ದ್ವೇಷಿಸುವ ಜನರು ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಕಡೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುವ ಜನರು ಈ ಎರಡೂ ವರ್ಗದ ಜನರ ನಿರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಮುಟ್ಟಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಹೊಸ ಕಲ್ಪನೆಗಳು ಆವಿರ್ಭವಿಸುವ ಮತ್ತು ಆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಲೋಕವಾಗಿದೆ, ಹಲವಾರು ಜನರೊಂದಿಗೆ ಸಂವಾದ ನಡೆಸಲು ಅವಕಾಶ ದೊರೆತದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಧನ್ಯವಾದಗಳು. ಗಣಿತ ಲೋಕವನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಲು mathspace@apu.edu.in ಜಾಲತಾಣಕ್ಕೆ ಭೇಟಿ ನೀಡಿ.

ಅನುವಾದ: **ಶಾರದಾ ಎಚ್. ಎಸ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್**

ಲೇಖನಗಳಿಗಾಗಿ ಆಹ್ವಾನ

ಭಾರತದ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿನ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಮುಡಿಪಾಗಿರುವ ಗುಣಮಟ್ಟದ ಸಂಪನ್ಮೂಲವೇ ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್ (At Right Angles). ಇದನ್ನು ತಳಹದಿಯ, ತಯಾರಿ ಹಂತದ, ಮಧ್ಯಮ ಶಾಲಾ ಮಟ್ಟಗಳ ಶಿಕ್ಷಕರು ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕ ಬೋಧಕರಿಗೆಂದೇ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಬೋಧಕರು, ಅಭ್ಯಾಸಿಗಳು, ಪೋಷಕರು, ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಆಹ್ವಾನಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಮಕ್ಕಳ, ವಿಶೇಷವಾಗಿ 6–14 ವರ್ಷ ವಯೋಮಾನದವರ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸುವಂತಹ ಹಾಗೂ ಹೆಚ್ಚಿಸುವಂತಹ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಕೊಡುಗೆ ನೀಡಲು ಒಂದು ಪ್ರಶಸ್ತ ವೇದಿಕೆಗಾಗಿ ನೀವು ಅರಸುತ್ತಿರುವಿರಾದಲ್ಲಿ, ನಾವು ನಿಮ್ಮ ಲೇಖನದ ಸಲ್ಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಸ್ವಾಗತಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸಲಹೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ವಿಷಯಗಳು ಮತ್ತು ಲೇಖನದ ತಿರುಳು

ಸಲ್ಲಿಸಲಾಗುವ ಲೇಖನಗಳು 1–8ನೇ ತರಗತಿಯ ಒಳಗಿನ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯವಾಗತಕ್ಕದ್ದು ಹಾಗೂ ಅದು:

- ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು 2003 (NCF–SE 2023) ರಲ್ಲಿ ಸ್ಥೂಲಚಿತ್ರಣ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಲೇಖನದ ತಿರುಳು ಹಾಗೂ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರಿಸುವಂತಹುದಿರಬಹುದು. ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ NCF–SE 2023ನಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿರುವ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಉದ್ದೇಶಿಸುವಂಥವಾಗಿರಬಹುದು.
- ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಅಥವಾ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಆಲೋಚನೆಗಳ ಇತಿಹಾಸದ ಸಮರ್ಥನೀಯ ಹೇಳಿಕೆಯಾಗಿರಬಹುದು.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ತರಬೇತು ಅಥವಾ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿಸುವ ವಿನೂತನ ಶೈಲಿಯ ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್ ಅಥವಾ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರಬಹುದು.
- ಮಗುವಿನ ಸನ್ನಿವೇಶಕ್ಕೆ ತಕ್ಕಂತಹ ಗಣಿತದ ನಿಜಜೀವನದ ಅನ್ವಯಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವಂತಹವು ಆಗಿರಬಹುದು.
- ಅಂತರಶಿಸ್ತೀಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಅಥವಾ ಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವಂಥವು ಆಗಿರಬಹುದು.
- ಪಠ್ಯಕ್ರಮಗಳಿಗೆ (syllabus) ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಪರ್ಕವಿರುವ ಒಗಟು ಅಥವಾ ಆಟಗಳನ್ನು ವಿಮರ್ಶೆ ಮಾಡುವಂತಹುದಾಗಿರಬಹುದು.
- ಆನ್‌ಲೈನ್ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳೂ ಸೇರಿದಂತೆ, ಸಂಬಂಧಪಡುವಂತಹ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ನೀಡುವಂತಹುದಾಗಿರಬಹುದು.
- ತಳಹದಿಯ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಹಾಗೂ ಎಣಿಕೆಯ (ಕಾಂಪ್ಯುಟೇಶನಲ್) ಚಿಂತನೆಗಳಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಶಿಕ್ಷಣ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಪಡಿಸುವಂತಹುದಿರಬಹುದು.
- ವಿಭಿನ್ನ ಬೋಧನಾ ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವಲ್ಲಿ ಬೋಧಕರಿಗೆ ನೆರವಾಗುವಂತಹುದಿರಬಹುದು.
- ಬೋಧನೆ-ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಮಗ್ರಿ(ಟೀಚಿಂಗ್ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಮೆಟೀರಿಯಲ್ – TLM)ಗಳ ವಿಮರ್ಶೆ ಮಾಡುವ ಅಥವಾ ಸ್ಥಳೀಯ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಸ್ಥಳೀಯ TLMಗಳನ್ನು ಗಣಿತ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಬಗೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವಂತಹುದಾಗಿರಬಹುದು.
- ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರವನ್ನು ತುಂಬಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೆರವಾಗುವ ಸಾಮಗ್ರಿಯಾಗಿರಬಹುದು.
- ಮೌಲ್ಯಮಾಪನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉದ್ದೇಶಿಸಿ ಬರೆದಿರುವಂತಹುದಾಗಿರಬಹುದು.
- ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲಿರುವ ತಪ್ಪು ಗ್ರಹಿಕೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಹಾಗೂ ಉದ್ದೇಶಿಸುವ ಸಲಹೆ ನೀಡುವಂತಹುದಾಗಿರಬಹುದು.
- ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಡುಬರದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳ ಮೇಲಿನ ಚರ್ಚೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವಂತಹುದಾಗಿರ ಬಹುದು.

ಸುದೀರ್ಘ, ಪೂರ್ಣ ಆಳತೆಯ ಲೇಖನಗಳು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಓದುಗರನ್ನು ತಲ್ಲೀನವಾಗಿಸುವಂತಹ ವಿಷಯಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಣ್ಣ ಲೇಖನಗಳನ್ನೂ ನಾವು ಸ್ವಾಗತಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇವು ಗಣಿತದ ತಿರುಳನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುವ ಪುಸ್ತಕಗಳು, ಗಣಿತದ ತಂತ್ರಾಂಶಗಳು ಅಥವಾ YouTube ಕ್ಲಿಪ್ ಇವೇ ಮೊದಲಾದವುಗಳ ವಿಮರ್ಶೆಗಳಿರಬಹುದು. ಉಳಿದಂತೆ "ಪದಗಳಿರದೆ ಪುರಾವೆಗಳು", ಗಣಿತದ ವಿರೋಧಾಭಾಸಗಳೂ ಇರಬಹುದು, "ತಪ್ಪು ಪುರಾವೆಗಳು", ಅಥವಾ ಗಣಿತದ ತಿರುಳಿರುವ ಕವನ, ವ್ಯಂಗ್ಯಚಿತ್ರಗಳು, ಅಥವಾ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗಳು ಮೊದಲಾದ ರಚನಾತ್ಮಕ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗಳೂ ಆಗಿರಬಹುದು. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರ ಕುರಿತಾದ ಐತಿಹ್ಯಗಳಿಗೆ ಅಥವಾ ಕಲೆ, ಚಲನಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಮೇಲಿನ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೂ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಗತವಿದೆ.

ಲೇಖನಗಳನ್ನು AtRightAngles.editor@apu.edu.in ಗೆ ಕಳುಹಿಸಬಹುದು. ಸಂಪಾದಕೀಯ ನೀತಿಗಳು ಹಾಗೂ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿವರಗಳಿಗಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಪುಟವನ್ನು ಓದಿ.

ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತಹ ನೀತಿ

ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್ ಎನ್ನುವುದು ಆರಂಭಿಕ ಗಣಿತ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವಂತಹ ಆಳವಾದ ತಿರುಳುಳ್ಳ ನಿಯತಕಾಲಿಕವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಲೇಖನಗಳು ಗಣಿತದ ಮೇಲಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಮಿಥ್ಯೆ, ಗ್ರಹಿಕೆಗಳು, ಹಾಗೂ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮೀರುವಂತಹ ಪ್ರಯತ್ನಗಳಾಗಿರಬೇಕು. ಈ ನಿಯತಕಾಲಿಕವು ಕೃತಿಚೌರ್ಯಕ್ಕೆ ಶೂನ್ಯ ಸಹಿಷ್ಣುತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಪ್ರಕಟಣೆಗಾಗಿ ಲೇಖನವನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಲೇಖಕರು ತಮ್ಮ ಲೇಖನವು ಮೂಲಕೃತಿಯೆಂದು ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಟಣೆಗೆ ಯಾವುದೇ ಕಾನೂನಾತ್ಮಕ ನಿರ್ಬಂಧಗಳನ್ನು (ಅಂದರೆ ಈ ಹಿಂದಿನ ಕೃತಿಸ್ವಾಮ್ಯ ಮಾಲೀಕತ್ವ) ಹೊಂದಿಲ್ಲವೆಂದು ಘೋಷಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆಂದು ನಂಬಲಾಗುತ್ತದೆ. ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವೋ ಅಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧಿತ ಉಲ್ಲೇಖಗಳು ಹಾಗೂ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗುವುದು.

ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್ ಇತರ ಭಾರತೀಯ ಭಾಷೆಗಳಲ್ಲಿ ನಿಯತಕಾಲಿಕದ ಭಾಷಾಂತರವನ್ನು ಹೊರತರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಈ ನಿಯತಕಾಲಿಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿರುವ ಲೇಖನಗಳ ಭಾಷಾಂತರದ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಹರಡುವ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿಯು ಕಾದಿರಿಸಿಕೊಂಡಿದೆ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಸಲ್ಲಿಸಿರವ ಲೇಖನವು ಇತರೆಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಈ ನಿಯತಕಾಲಿಕದಲ್ಲಿ ಮರುಪ್ರಕಟಣೆಗಾಗಿ ಈ ಹಿಂದಿನ ಪ್ರಕಾಶಕರಿಂದ ಅನುಮತಿಯನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿ ಲೇಖಕರಲ್ಲಿ ಕೋರಿಕೆ. ಜೊತೆಗೆ ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಲೇಖನದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ 'ಲೇಖಕರ ಟಿಪ್ಪಣಿ'ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಬೇಕಾಗಿ ವಿನಂತಿ. ಜೊತೆಗೆ ದಾಖಲೆಯ ಸಲುವಾಗಿ ಅನುಮತಿ ಪತ್ರದ ಪ್ರತಿಯನ್ನು ಲೇಖಕರು ನಮಗೆ ಕಳುಹಿಸತಕ್ಕದ್ದು. ಅಂತೆಯೇ, ಲೇಖಕರು ತಮ್ಮ ಲೇಖನವನ್ನು ಮರುಪ್ರಕಟಣೆಗಾಗಿ ಕಳುಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅವರು ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್‌ಗೆ ಸಲ್ಲಬೇಕಾದ ಮನ್ನಣೆ ನೀಡುವುದನ್ನು ಖಾತರಿಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್ ಹಲವು ಬಗೆಯ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಸ್ವಾಗತಿಸುವುದು ಹೌದಾದರೂ, ಸಂಗತವಾಗಿರುವ, ಆದರೆ ಈ ನಿಯತಕಾಲಿಕಕ್ಕೆ ಸೂಕ್ತವಲ್ಲದ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಲೇಖಕರ ಅನುಮತಿಯೊಂದಿಗೆ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಜಾಲದೊಳಗೆ ಇತರ ಪ್ರಕಟಣೆಗಳ ಅವಕಾಶಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುವುದು.

ಲೇಖಕರಿಗಾಗಿ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿಗಳು

ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಲೇಖಕರು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕಾಗಿ ಕೇಳಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.

1. **ಗಮನ ಸೆಳೆವ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ:** ಪ್ರಸ್ತಾವನೆಯು ಆರಂಭದಲ್ಲೇ ಓದುಗರ ಗಮನವನ್ನು ಸೆಳೆಯುವಂತಿರುವ, ಓದಬಹುದಾದ ಹಾಗೂ ಓದಲು ಆಹ್ವಾನಿಸುವಂತಹ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿರಲಿ. ಲೇಖನದ ಮೊದಲ ಪರಿಚ್ಛೇದವು ಈ ಲೇಖನವು ಯಾವುದರ ಕುರಿತಾಗಿದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿಯಪಡಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಆರಂಭಿಕ ಪರಿಚ್ಛೇದವು ಅಚ್ಚರಿಯ ತೀರ್ಮಾನವಾಗಿರಬಹುದು, ಒಂದು ಸವಾಲಾಗಿರಬಹುದು, ಒಂದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಪ್ರಶ್ನೆಯಿರುವ ಒಂದು ಚಿತ್ರವಾಗಿರಬಹುದು, ಅಥವಾ ಸಂಬಂಧಪಡುವ ಒಂದು ದಂತಕಥೆಯಾಗಿರಬಹುದು. ಬಹುಮುಖ್ಯವಾಗಿ, ಅದು ಓದುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಲು ಆಹ್ವಾನವನ್ನು ಹೊತ್ತಿರಬೇಕು.
2. **ಚಿತ್ತಾಕರ್ಷಕ ಶೀರ್ಷಿಕೆ:** ಲೇಖನದ ಸಾರವನ್ನು ಸೆರೆಹಿಡಿದಿಡುವ ಪದಗುಚ್ಛಗಳೊಂದಿಗೆ ಶೀರ್ಷಿಕೆ ಸೂಕ್ತವೂ, ಆಕರ್ಷಕವೂ ಆಗಿರಲಿ.
3. **ಶೈಲಿ:** ಸಿದ್ಧಾಂತ–ಪುರಾವೆ ರೀತಿಯ ಶೈಲಿಯನ್ನು ದೂರವಿಡಿ. ಬದಲಾಗಿ, ಲೇಖನದೊಳಗೆ ಪುರಾವೆಗಳನ್ನು ಅನೌಪಚಾರಿಕವಾಗಿ ಅಂತರ್ಗತಗೊಳಿಸಿ.
4. **ಸಮತೋಲನ:** ದೀರ್ಘ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವುದನ್ನು ತಡೆಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅತಿಯಾದ ವಿವರಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಅವಿತಿಟ್ಟ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುವ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಹಾರುವುದು –ಇವೆರಡರ ನಡುವೆ ಸಮತೋಲನ ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳಿ.
5. **ಅರ್ಥವಾಗುವಂತಹ ಭಾಷೆ:** ಪರಿಣತರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಅರ್ಥವಾಗುವಂತಹ ಪರಿಭಾಷೆ ಹಾಗೂ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸದಿರಿ. ತಾಂತ್ರಿಕ ಪದಗಳು ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ, ದಯವಿಟ್ಟು ಅವುಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.
6. **ದೃಶ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ:** ಎಲ್ಲಿ ಸಾಧ್ಯವೋ ಅಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಸೆರೆಹಿಡಿವ ಚಿತ್ರಗಳು ಇಲ್ಲವೇ ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಿ. ಒಂದು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಲು ನೆರವಾಗಬಲ್ಲದಾದರೆ, ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಳಸದಿರಬೇಡಿ.
7. **ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಉಲ್ಲೇಖಗಳು:** ಸಣ್ಣ ಶಿಫಾರಸುಗಳೊಂದಿಗೆ ಪುಟ್ಟ ಪರಾಮರ್ಶನ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸಿ.
8. **ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು:** ಚಿಂತನೆಗೆ ಹಚ್ಚಲು ವಸ್ತುವಾಗಿ ಕೆಲವು ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಲೇಖನದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಒದಗಿಸಿ.
9. **ಉದ್ಧರಿಸುವ ರೀತಿ:** ಮೂಲಗಳು ಮತ್ತು ಪರಾಮರ್ಶನಗಳನ್ನು ಉದ್ಧರಿಸುವಾಗ, ಅವು ಸಂಭವಿಸುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ, ಲೇಖನದ ಕೊನೆಗೆ ಉದ್ಧರಿಸಿ. ತಳಟಿಪ್ಪಣಿಯನ್ನು ತಪ್ಪಿಸಿ. ತಳಟಿಪ್ಪಣಿ ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ ನೀಡಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿರಿಸಿ.
10. **ಸಂಕ್ಷೇಪಣಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಕ್ಷೇಪ ಪದಗಳು:** ಯಾವುದೇ ಸಂಕ್ಷೇಪಣ ಅಥವಾ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತಪದವಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಅವು ಮೊದಲ ಬಾರಿಗೆ ಉಪಯೋಗವಾಗುವಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಇಂತಹ ಎಲ್ಲ ಪದಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಕೋಶವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿ ಹಾಗೂ ಲೇಖನದ ಕೊನೆಗೆ ಅದನ್ನು ಒದಗಿಸಿ.
11. **ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಹೆಸರು ಪಟ್ಟಿ ನೀಡುವುದು:** ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ, ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗಳು, ಮತ್ತು ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಹೆಸರು ಕೊಟ್ಟು, ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಮೂದಿಸಿ. ಸ್ಪಷ್ಟ ನಿರ್ದೇಶನಗಳೊಂದಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಇ-ಮೇಲ್ ಜೊತೆಗೆ ಲಗತ್ತಿಸಿ. (ದಯವಿಟ್ಟು ಗಮನಿಸಿ: ಛಾಯಾಚಿತ್ರ ಅಥವಾ ಸ್ಕ್ಯಾನ್ ಮಾಡಿದ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಕನಿಷ್ಠ 300 dpi ರಿಸೊಲ್ಯೂಶನ್ ಇರಬೇಕು).
12. **ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ನಿಖರ ಉಲ್ಲೇಖಗಳು:** ಚಿತ್ರಗಳು, ಛಾಯಾಚಿತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳು ಹಾಗೂ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿ ಮತ್ತು "ಇಲ್ಲಿ", "ಅಲ್ಲಿ", "ಎಡಕ್ಕೆ", "ಬಲಕ್ಕೆ", ಇವೇ ಮೊದಲಾದ ಉಲ್ಲೇಖಗಳನ್ನು ಬಳಸದಿರಿ.
13. **ಲೇಖಕರ ಪರಿಚಯ:** ಹೈ ರಿಸೊಲ್ಯೂಶನ್ ಛಾಯಾಚಿತ್ರ (ಲೇಖಕರ ಛಾಯಾಚಿತ್ರ) ಮತ್ತು ಒಂದು ಪುಟ್ಟ (50 ಪದಗಳಿಗೆ ಮೀರದ) ಪರಿಚಯವನ್ನು ಜೊತೆಗಿರಿಸಿ. ಅದು ನಿಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಪರಿಣತಿಯ ಕ್ಷೇತ್ರವನ್ನು ಓದುಗರಿಗೆ ತಿಳಿಸುವಂತಿರಲಿ.
14. **ಬ್ರಿಟಿಷ್ ಕಾಗುಣಿತವನ್ನು ಬಳಸಿ:** ಲೇಖನದುದ್ದಕ್ಕೂ ಬ್ರಿಟಿಷ್ ಕಾಗುಣಿತವನ್ನೇ ಬಳಸಿ– organize ಬದಲಿಗೆ organise, color ಬದಲಿಗೆ colour, neighbor ಬದಲಿಗೆ neighbour, ಇತ್ಯಾದಿ.
15. **ಸಲ್ಲಿಕೆಯ ಸ್ವರೂಪ:** ಲೇಖನವನ್ನು MS Word ಅಥವಾ LaTeXದಲ್ಲಿ ಸಲ್ಲಿಸಿ.

Printed and Published by Sharad Sure, Registrar, on behalf of Azim Premji University. Editor: Sneha Titus
Printed at Lakshmi Mudranalaya, # 117, 5th Main Road, Chamrajpet, Bengaluru, Karnataka 560 018
Published by Azim Premji University, Survey No. 66, Burugunte Village, Bikkanahalli Main Road, Sarjapura, Bengaluru, Karnataka 562 125

ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರಭುತ್ವಮಟ್ಟದ ಕಲಿಕೆ

ಪದ್ಮಪ್ರಿಯ ಶಿರಾಲಿ

At Right Angles
A Resource for School Mathematics

Azim Premji University
ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಒಂದು ಪ್ರಕಟಣೆ

ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರಭುತ್ವಮಟ್ಟದ ಕಲಿಕೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತತ್ವವನ್ನು ಪ್ರಭುತ್ವ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದಾನೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಯಾವಾಗ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು? ಕಲಿತ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವ ಕೌಶಲವಾಗಲೀ, ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು (algorithm) ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವಾಗಲೀ ಆ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಸಂಪೂರ್ಣ ಪರಿಣಿತಿ ಸಾಧಿಸಿರುವುದರ ಸೂಚನೆ ಖಂಡಿತ ಅಲ್ಲ. ಆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಪರೋಕ್ಷವಾಗಿ ಅಳವಡಿಕೆಯಾಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಆ ತತ್ವವನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಿವೆ ; ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿವೆ (ಇವನ್ನು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿಲ್ಲ). ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಅನ್ವಯದ ಅರಿವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಲು ಇವನ್ನುಬಳಸಬಹುದು. ಕೆಲವು ಶುದ್ಧ ತರ್ಕ ಆಧಾರಿತ; ಉಳಿದವು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು, ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವುದು, ಗುಣಾಕಾರದ ಸುಲಭೋಪಾಯಗಳು, ಎಣಿಕೆ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ.

ಅಮೂರ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನಮ್ಯವಾಗಿ ಬಳಸುವ ತರ್ಕವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಆಳವಾದ ಅರಿವನ್ನು ಬೇಡುತ್ತವೆ,ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಆಯಾ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದು ಅವುಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಸೂತ್ರಗಳಂತೆ ಬಳಸುವ ರೀತಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಗುಣಾಕಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಿಂದ ಹೊರಹೊಮ್ಮಿದ ವಿನ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಗುಣಾಕಾರ ಒಳದಾರಿ ಅಥವಾ ಸಮೀಪಮಾರ್ಗ (Shortcut)ಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತವೆ. ಅವು ಹಲವಾರು ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆ ಆದಾರಿತ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಲೂ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಗುಣಾಕಾರ ಒಳದಾರಿಗಳು ನಿತ್ಯಜೀವನದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿರುವ ಮಾನಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗುತ್ತವೆ.

ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರ್ತ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಅಥವಾ ಚಿತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬಹುದು. ಈ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ನೋಡಲು ಯಾವುದೇ ಮಾನಕ ವಿಧಾನಗಳಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಅವು ಆಯಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ದೃಶ್ಯೀಕರಣ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಉದ್ದೇಶ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದಲ್ಲ, ಬದಲಾಗಿ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರೆರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವ ಆಕಾಂಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು. ಇದು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿರಲಿ. .

ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಗತ್ಯವೆನಿಸಿದರೆ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಡ್ರಾಯಿಂಗ್ ಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಮೊದಮೊದಲಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದೆನ್ನುವುದು ನಮ್ಮ ಶಿಫಾರಸು. ನಂತರ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೂಡಿ ತಾವು ಬಳಸಿದ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು. ಇದರಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನ ಹೇಗೆ ಗ್ರಹಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಲು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ. ಇತರರು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ತಾವೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸಿ.

ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗಾಗುವ ಪ್ರಮುಖ ಕಲಿಕೆಯೆಂದರೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಸೌಕರ್ಯದ ಮಟ್ಟದ ಸ್ಥೂಲ ಪರಿಚಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಳಸುವ ಚಿಂತನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಮತ್ತು ತಾರ್ಕಿಕತೆವನ್ನು ಅರಿತುಕೊಳ್ಳಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೊಂದು ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಪೂರ್ವಾಪೇಕ್ಷಿತ ಜ್ಞಾನ: ಈ ಎಲ್ಲಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಹಿಂದೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು, ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾರೆ ಎಂಬ ನಿರೀಕ್ಷೆಯಿದೆ. ಹಾಗಾಗಿ, ಇವು 5ನೇ ಅಥವಾ 6ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತ.

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಗುಣಾಕಾರ; ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು; ತಂತ್ರಗಾರಿಕೆ; ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆ

ಸಮಸ್ಯೆ 1:

ಉದ್ದೇಶ: ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಬೆಳೆಸುವುದು

ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು: ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳು

6 × 10 = 60 ಆದರೆ 12 × 5 ಎಷ್ಟು?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 12 × 5–ರ ಗುಣಾಕಾರ ನಿಜಾಂಶಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಇವೆರಡರ ಉತ್ತರ ಕೂಡ ಒಂದೇ ಎಂದು ತಿಳಿದಿರಬಹುದು.

ಅವರು ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳ, ಅಂದರೆ, 6 × 10 ಮತ್ತು 12 × 5 ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸುವರೇ?

ಅವೆರಡೂ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಏಕೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದರ ಒಟ್ಟು ಪರಿಣಾಮವೇನು?

6 × 10 = 60
12 × 5 = ?

ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತಾವೇ ರಚಿಸುವಂತೆ ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 6 × 10 ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮತ್ತೊಂದು ಜೋಡಿಯನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೆ?

30 × 2 ಮತ್ತೊಂದು ಜೋಡಿ. ಅದು 6 × 10 ಜೋಡಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ?

ಈಗ 2 ಅಂದರೆ 10 ರ ಐದನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗ ಮತ್ತು 30 ಅಂದರೆ 6 ಗುಣಿಸು 5 ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅರಿವಾಗಿದೆಯೇ?

ಈ ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಸಂದರ್ಭಗಳು ಸ್ವರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರುವುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ತುಂಬ ಒಳ್ಳೆಯದು. ಮೊದಲ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡನೇ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವು 5 ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿದೆ ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಅಪವರ್ತನವು ಐದನೆಯ ಒಂದರಷ್ಟು ಆಗಿದೆ.

100 × 9 = 900
25 × 36 = ?

100 × 9 = 900 ಇದ್ದರೆ, 25 × 36 ಎಷ್ಟು?

ಈ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

25 × 36 ಜೋಡಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇತರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ರಚಿಸಬಹುದೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಯಾವ ಯಾವ ವಿಭಿನ್ನ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ?

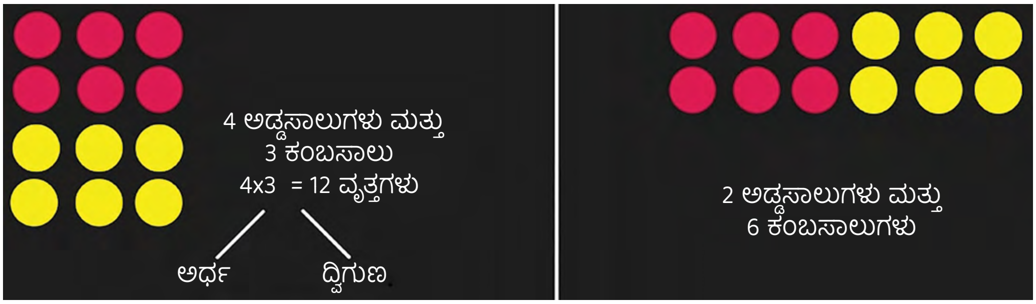
ತತ್ವವನ್ನು ವಿಶದಗೊಳಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದೇ ತರಹದ ಮತ್ತಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೆ? ಈ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳು, ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಸಮಸ್ಯೆ 2

ಉದ್ದೇಶ: ಗುಣಾಕಾರದ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವ ತಂತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವ್ಯೂಹಗಳ (Array) ಮೂಲಕ ಅನುಷ್ಠಾನ.

ಸಾಮಗ್ರಿ: ಪೆಗ್-ಬೋರ್ಡ್ ಅಥವಾ ಚುಕ್ಕಿ ಹಾಳೆ.

ಇದು 4 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು 3 ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು 2 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಮತ್ತು 6 ಕಂಬಸಾಲುಗಳಾಗಿ ಮರುಜೋಡಣೆ ಮಾಡಿರುವ ಚಿತ್ರಣವಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 1

ಈಗ 8 × 6 ಹೇಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಒಂದು ವ್ಯೂಹವನ್ನು ರಚಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

ಅವರು ಪೆಗ್‌ಗಳನ್ನು ಇತರ ಸಂಭಾವ್ಯ ವ್ಯೂಹಗಳಂತೆ ಮರುಜೋಡಣೆ ಮಾಡಲಿ. ಇತರ ಜೋಡಿಗಳು ಮೂಲ ಜೋಡಿಯ ಜೊತೆ ಯಾವ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿವೆ?

ಅಂದರೆ, 8 × 6:

2 × 24 (2 ಅಂದರೆ 8 ರ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಒಂದು ಮತ್ತು 24 ಅಂದರೆ 6 ರ 4 ಪಟ್ಟು)

3 × 16 (3 ಅಂದರೆ 6 ರ ಅರ್ಧ ಮತ್ತು 16 ಅಂದರೆ 8 ರ ಎರಡರಷ್ಟು)

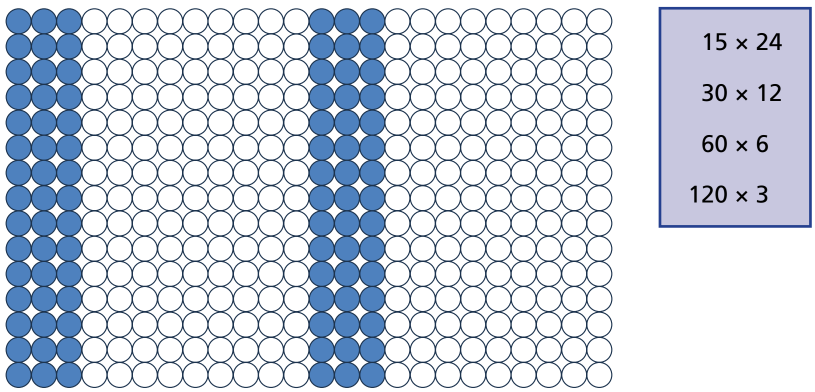
4 × 12 (4 ಅಂದರೆ 8 ರ ಅರ್ಧ ಮತ್ತು 12 ಅಂದರೆ 6 ರ ಎರಡರಷ್ಟು)

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಏನನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುತ್ತಾರೆ?

3 × 16 ಮತ್ತು 4 × 12 ವ್ಯೂಹದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡಲಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವ ಮತ್ತು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರವು ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವುದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ.

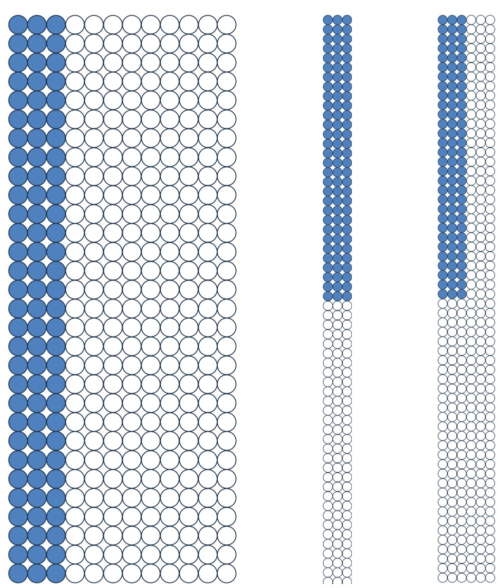
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 15 × 24 ರಲ್ಲಿ ನಾವು 15 ರನ್ನು 30 ಕ್ಕೆ ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು 24 ರನ್ನು 12 ಕ್ಕೆ ಅರ್ಧಗೊಳಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 2

ಗುಣಾಕಾರ ಸುಲಭವಾಗುವವರೆಗೆ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಮುಂದುವರಿಯಬಹುದು. 30 ಅನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿ 60 ಮಾಡಬಹುದು ಮತ್ತು 12 ಅನ್ನು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸಿ 6 ಮಾಡಬಹುದು.

60 × 6 . ಇದು ಸುಲಭ. ಉತ್ತರ= 360.



ಚಿತ್ರ 3

ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಲು ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಹೇಗೆ ಸಹಾಯಕ ಎಂದು ಚರ್ಚಿಸಿ. ಅದೆಷ್ಟು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಎಂದು ಗಮನಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಲವು ಆಯ್ದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಿ.

ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸುವ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನವು ಯಾವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆ?

ಅವರು ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ವ್ಯೂಹಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಲಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 6 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು, 7 ಕಂಬಸಾಲುಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿ (ಅಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮ ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೆಸ).

ಈ ವಿಧಾನವು 11 × 13 ಗೆ ಸೂಕ್ತವೇ? ಹಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಏಕೆ?

ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಈ ವಿಧಾನ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?

ಅಂತಹ ವಿಧಾನವು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪರಿಹರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಾವೇ ರಚಿಸಲು ಹೇಳಿ.

5 ರಿಂದ ಅಪವರ್ತನೀಕರಣ ಮಾಡಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸರಳವಾಗಿಸುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

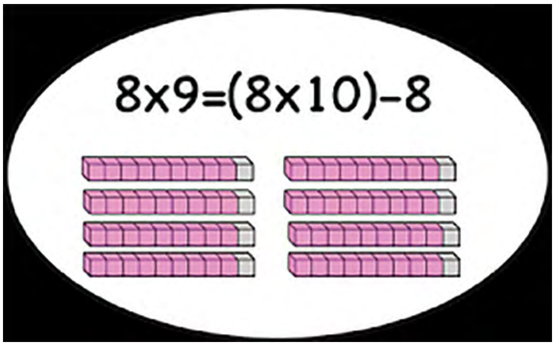
ಉದಾಹರಣೆ, 375 × 28 = 75 × 140 = 15 × 700, ಇತ್ಯಾದಿ.

ಸಮಸ್ಯೆ 3

ಉದ್ದೇಶ: ಪರಿಕಲ್ಪನೆ, ಸಹವರ್ತನೀಯ ಮತ್ತು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದು.

ಸಮಸ್ಯೆ 3.1

ಇಲ್ಲಿ 8 × 9–ರ ದೃಶ್ಯ ನಿರೂಪಣೆಯಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4

ಆದರೆ, 18 × 9 ಅಥವಾ 98 × 9 ಬಗೆಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?

ಸಮಸ್ಯೆ 3.2

9 × 50 = 450

9 × 53 = ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿತರಣಾ ನಿಯಮದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಳಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಬೇಗ ಮಾಡಲು ಶಕ್ತರಾಗಿದ್ದಾರೆಯೇ? 53 ಅಂದರೆ 50 ಗಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಅವರು 9 × 3 ಅಥವಾ 27 ನ್ನು ಆ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

9 × 53 = 9 × 50 + 9 × 3

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರದ ಆಯ್ಕೆಯು ಸಂಖ್ಯಾ ನಿಜಾಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಅವರು ಹೊಂದಿರುವ ಸೌಕರ್ಯವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು ಬೇರೆಬೇರೆಯಾಗಿರುವುದು ಸಹಜವೇ.

ಸಮಸ್ಯೆ 3.3

$7 \times 8 = (5 + 2) \times 8,$

$6 \times 7 = (5 + 1) \times 7,$

$9 \times 7 = (10 - 1) \times 7,$

$8 \times 6 = (10 - 2) \times 6$

ಸಮಸ್ಯೆ 3.4

ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮದ ಬಳಕೆ

$8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12$

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಯಾವ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ?

ಅವರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪುನಃ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತಾರೆಯೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $8 \times 12 \times 9 \times 11 \times 10 =?$

$8 \times 12 = 96$ ಮತ್ತು $9 \times 11 = 99$

ಈಗ ಸಮಸ್ಯೆ ಬದಲಾಗಿ $96 \times 99 \times 10$ ಆಯಿತು.

99 ನಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂದರೆ $(100 - 1)$ ನಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು. ಅಲ್ಲವೇ?

$(96 \times 100 - 96 \times 1) \times 10$

$(9600 - 96) \times 10$

$9504 \times 10 = 95040.$

ಸಮಸ್ಯೆ 3.5

ಇಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

$11 \times 12 = 132$

$66 \times 12 = ?$

ಸಮಸ್ಯೆ 3.6

$600 \times 15 = 9000$

$600 \times 45 = ?$

ಸಮಸ್ಯೆ 3.7

ಈ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಗೆ ಯೋಚಿಸುತ್ತಾರೆ? ಬಳಸಿದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಿ. ಈ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರಬಹುದು.

What is 128×8?

What is 26×17?

128×8 ಎನ್ನುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

$128 \times 8 = 256 \times 4 = 512 \times 2 = 1024 \times 1$

ಅಥವಾ

$128 \times 8 = 128 \times (10 - 2) = 1280 - 256 = 1024$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಪರಸ್ಪರರಿಗೆ ನೀಡಬಹುದು. ತಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಒಬ್ಬರಿಗೊಬ್ಬರು ವಿವರಿಸಲು ಅವರನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸಿ.

ಸಮಸ್ಯೆ 4

ಉದ್ದೇಶ: ತಾರ್ಕಿಕತೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು.

ಪರಿಹರಿಸಲು ತಾರ್ಕಿಕತೆಯ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

ಸಮಸ್ಯೆ 4.1

ಎರಡು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಮನೆಗಳು ಎರಡಂಕಿ ಸಂಕಯೆಯೊಂದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ಥಾನಬೆಲೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರಾ?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವರೇ?

Position the digits 3, 4 and 5 to make the product as large as possible:

$\square\square \times \square =$

ಸಮಸ್ಯೆ 4.2

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸದೃಶ ಮತ್ತು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಿನ್ನ?

ಜಾಣ ಸಮಸ್ಯೆ: ಒಂದು-ಅಂಕಿಯಿರುವ ಹತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವೆಷ್ಟು?

If $4 \times 6 = 24$ what is $4 \times 600 = ?$

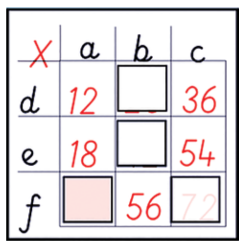
$400 \times 6 = ?$

$40 \times 60 = ?$

$4000 \times 0.6 = ?$

ಸಮಸ್ಯೆ 4.3

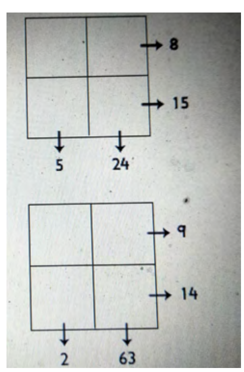
ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಗುಣಲಬ್ಧದ ಸಮಸ್ಯೆ ಇದೆ. ಇದು a, b, c, ... ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸುವಲ್ಲಿ ತರ್ಕದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಅಗತ್ಯವಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಅಕ್ಷರವು ಒಂದು-ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 5

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರವಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆಯೇ?

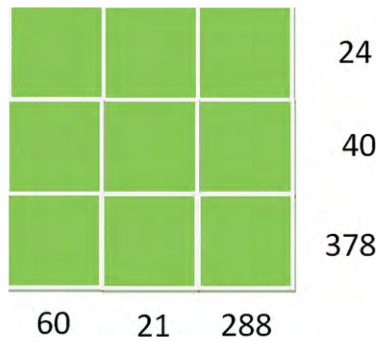
ಸಮಸ್ಯೆ 4.4



ಚಿತ್ರ 6

ಇದು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವ ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಸಮಸ್ಯೆ. ಇಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಬೇಕು (ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಚಿತ್ರದ ಕೆಳಗಡೆ ಇರುವಂತೆ).

ಸಮಸ್ಯೆ 4.5



ಚಿತ್ರ 7

ಇದು NRICH ನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಉತ್ತಮ ಸಮಸ್ಯೆ. (https://nrich.maths.org/11750)

ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಬಳಸಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನ-ಪ್ರಮಾದ (trial and error) ಬಹಳ ಕಡಿಮೆ ಎನ್ನುವ ಸಂಗತಿ ನನಗೆ ಇಷ್ಟವಾಯಿತು. ಇದು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸುವ ಉತ್ತಮ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ.

ನೀಡಲಾದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು 1 ರಿಂದ 9 ರವರೆಗೆ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿರುವ ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಸಮಸ್ಯೆ 5

ಉದ್ದೇಶ: ಹೊಸ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವುದು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಸರಣಿಯನ್ನು ಕೊಡಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಸಂಬಂಧಿತ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹುಡುಕಲಿ.

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

8 × 10 ಮತ್ತು 9 × 9 ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? (8 ಮತ್ತು 10 ಎರಡೂ 9 ರಿಂದ ಒಂದು ಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

8 × 10 = 80 ಇದು 81 ಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ.

7 × 11 ಮತ್ತು 9 × 9 ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? (7 ಮತ್ತು 11 ಎರಡೂ 9 ರಿಂದ ಎರಡು ಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

7 × 11 = 77 ಇದು 81 ಕ್ಕಿಂತ 4 ಕಡಿಮೆ.

6 × 12 ಮತ್ತು 9 × 9 ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು? (6 ಮತ್ತು 12 ಎರಡೂ 9 ರಿಂದ ಮೂರು ಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

6 × 12 = 72 ಅದು 81 ಕ್ಕಿಂತ 9 ಕಡಿಮೆ.

ಈ ಸಂಬಂಧದ ಆವಿಷ್ಕಾರವನ್ನು ನಂತರ a^2 − b^2 = (a + b)(a − b) ಗೆ ತಳುಕು ಹಾಕಬಹುದು.

ಈಗ 5 × 13 ಗುಣಲಬ್ಧವು 81ಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಊಹಿಸಬಹುದೇ?

ಅವರು ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಹುಡುಕಾಟಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು?

ಸಂಖ್ಯಾಜೋಡಿಗಳು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದಲ್ಲಿ ಇದ್ದಾಗ ಅವೆರಡರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದು ನಮಗೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

ಈಗ, 45 × 45 = 2025. ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 41 × 49 ಎಷ್ಟೆಂದು ಹೇಳಬಹುದಾ?

45 × 45 = 2025
41 × 49 = ?

ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅವರು ವಿವರಿಸಬಹುದೇ? ಆ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಇದೇ ಬಗೆಯ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಮೂಲಕ ಈ ಆವಿಷ್ಕಾರವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

What is 197 × 197?

ಈ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮೀಪದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದೇ? 200 ಅಂದರೆ 197 ಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು 200 × 194 (ಎರಡೂ ಕಡೆ 3 ಮನೆ ಹಾರಿ) ಎಂದು ಬದಲಿಸಬಹುದು, ಇದು 38,800 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಈಗ ಅವರು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 3 × 3 = 9 ಸೇರಿಸಿ 38,809 ಪಡೆಯಬಹುದು.

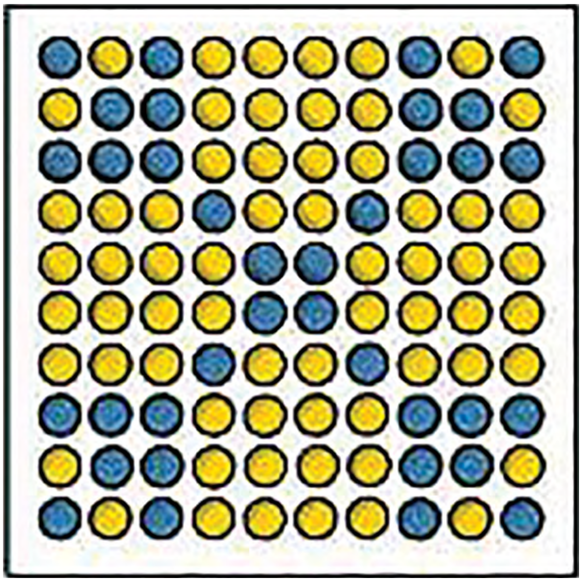
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇತರ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಿ ಒಬ್ಬರನ್ನೊಬ್ಬರು ಕೇಳಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

ಸಮಸ್ಯೆ 6

ಉದ್ದೇಶ: ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ

ಸಮಸ್ಯೆ 6.1

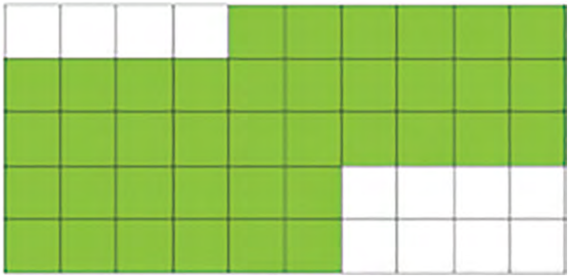
ಎಷ್ಟು ಹಳದಿ ವೃತ್ತಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 8

ಸಮಸ್ಯೆ 6.2

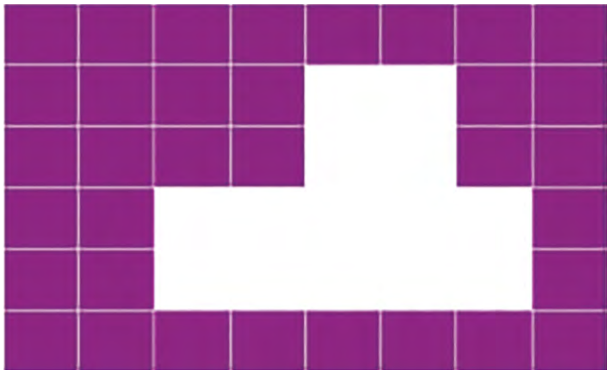
ಎಷ್ಟು ಹಸಿರು ಚೌಕಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 9

ಸಮಸ್ಯೆ 6.3

ಎಷ್ಟು ನೇರಳೆ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿವೆ?

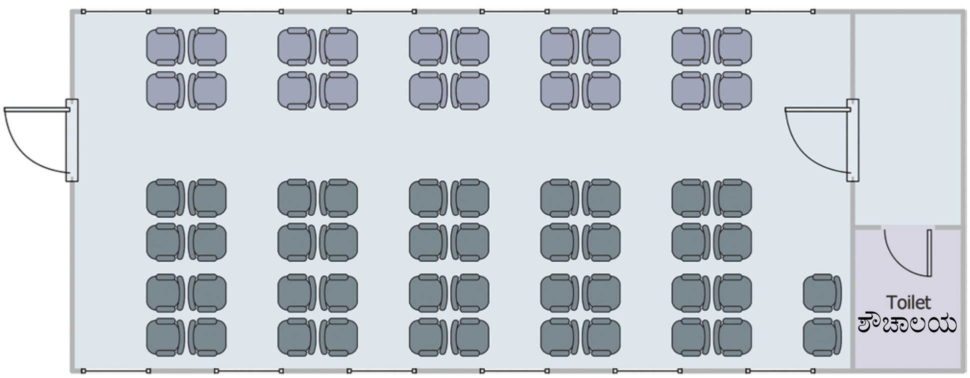


ಚಿತ್ರ 10

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಸಮಸ್ಯೆ 6.4

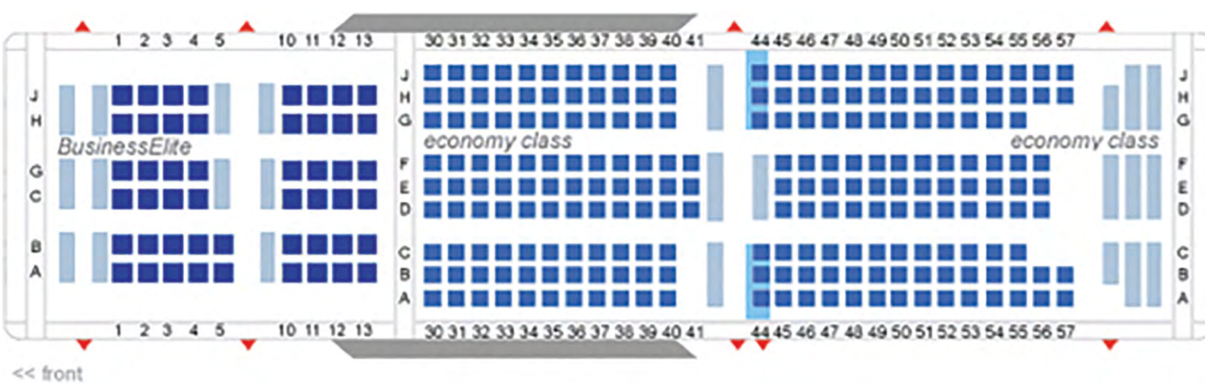
ಈ ರೈಲಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಆಸನಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 11

ಸಮಸ್ಯೆ 6.5

ಈ ವಿಮಾನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಆಸನಗಳಿವೆ?



ಚಿತ್ರ 12

ಸಮಸ್ಯೆ 7: ಪೆಗ್‌ಬೋರ್ಡ್ ವ್ಯವಸ್ಥೆ

ಉದ್ದೇಶ: ವಿನ್ಯಾಸಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು.

ಮಕ್ಕಳೇ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಮತ್ತು ಎಣಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಪೆಗ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಜೋಡಣೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ.

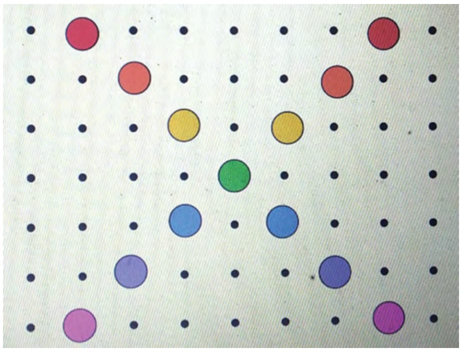
ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪೆಗ್‌ಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ?

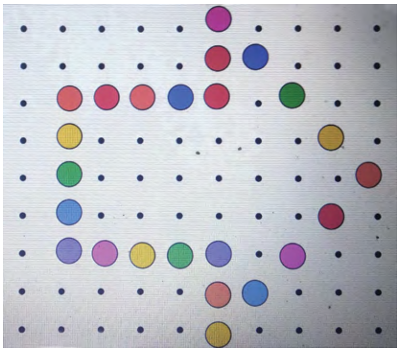
ತಮ್ಮ ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿ ನೋಡಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಮಾದರಿಗಳಿವೆ. ಇದರ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರದ ಭಾಗವಾಗಿ ಬಣ್ಣಗಳನ್ನೂ ಬಳಸಬಹುದು.

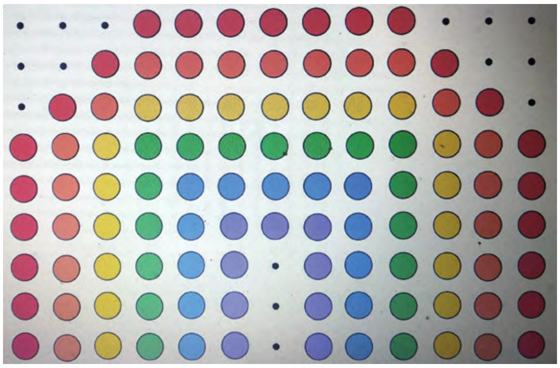
ಸಮಸ್ಯೆ 7.1





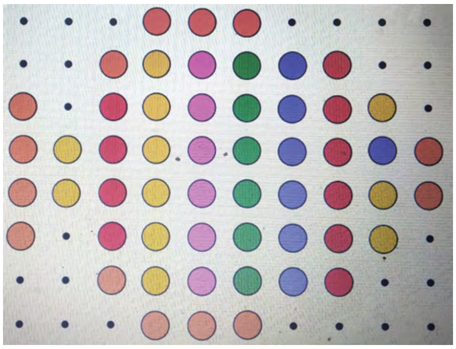
ಚಿತ್ರ 13

ಸಮಸ್ಯೆ 7.2



ಚಿತ್ರ 14

ಸಮಸ್ಯೆ 7.3



ಚಿತ್ರ 15

ಸಮಸ್ಯೆ 8: ರಂಗೋಲಿ ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ

ಉದ್ದೇಶ: ಎಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು

ಇಲ್ಲಿ ರಂಗೋಲಿಯ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಅಥವಾ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಕಲಾವಿದನು ಎಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದಾನೆ?

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಣಿಕೆಗೆ ಯಾವ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ?

ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ ಮತ್ತು ತನ್ನ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲಿ.

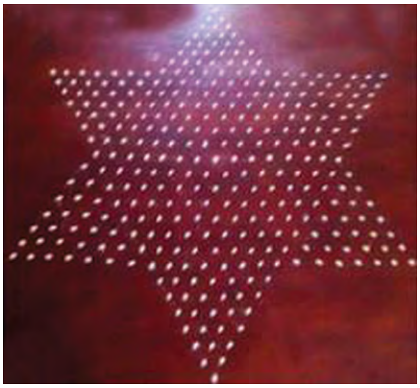
ಒಂದು ಕಾರ್ಯತಂತ್ರವೆಂದರೆ, ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನಡುವೆ ಕಾಣುವ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಎಣಿಸುವುದಿರಬಹುದೆ?

ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳ ಎಣಿಕೆ ಹೇಗೆ ನಡೆಯುತ್ತದೆ?

ವಿನ್ಯಾಸ 1, 2, 3, ... 7 ವನ್ನು ಸಂಕಲನಕ್ಕಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತಾರೆಯೆ?

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 ರ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ?

(1 + 7) + (2 + 6) + (3 + 5) + 4. ಇಲ್ಲಿ ಮೂರು 8 ಮತ್ತು ಒಂದು 4 ಇವೆ. 24 + 4 = 28.



ಚಿತ್ರ 16

ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ 28 ಚುಕ್ಕಿಗಳಿರುವ 6 ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ. ಅಂದರೆ, ಒಟ್ಟು 168 ಚುಕ್ಕಿಗಳು. ಚಿತ್ರದ ಅರ್ಧ ಭಾಗದ ಚುಕ್ಕಿಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಕರ್ಣದ 15, 14, 13, ... 8 ರಿಂದ ಎಣಿಸಬಹುದೇ?

15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 = (15 + 8) + (14 + 9) + (13 + 10) + (12 + 11), ಇದು ನಾಲ್ಕು 23 ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಚಿತ್ರದ ಅರ್ಧ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 92 ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಇವೆ.

ಪೂರ್ಣ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ 184 ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಇವೆ.

ಒಟ್ಟಾಗಿ ಈ ವಿನ್ಯಾಸ 184 + 168 = 352 ಚುಕ್ಕಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ!

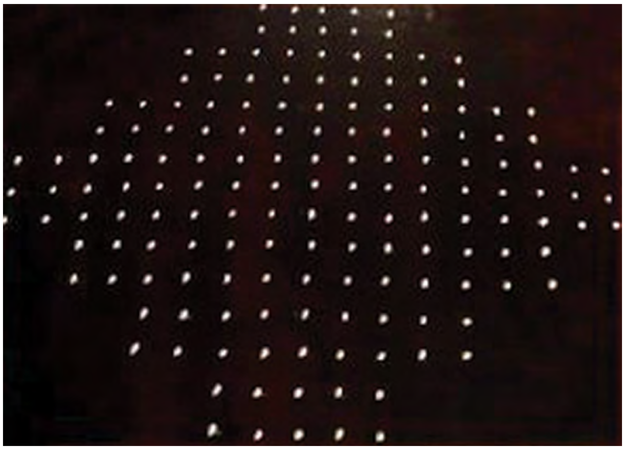
ಮತ್ತೊಂದು ಕಾರ್ಯತಂತ್ರವೆಂದರೆ, ಆಕೃತಿಯ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಚುಕ್ಕೆಗಳು 22, 21, 20, ... ನಿಂದ 15 ಕ್ಕೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಹಿಂದೆ ಹಿಂದೆ ಸಾಗುತ್ತಿವೆ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ ಆಕಾರವಿದೆ.

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಎಣಿಕೆಯ ಮಾರ್ಗಗಳಿವೆಯೇ?

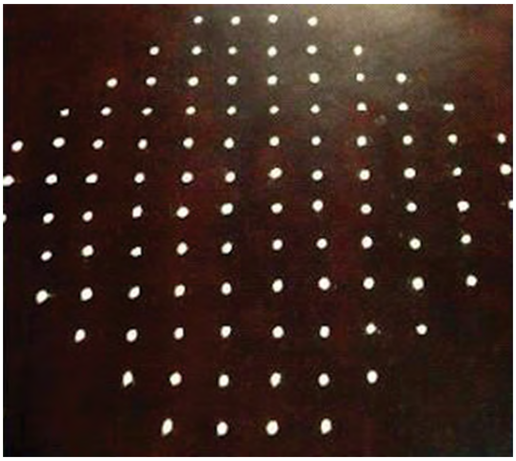
ಈ ವಿನ್ಯಾಸದ ಪ್ರತಿಕೃತಿ ರಚಿಸಬೇಕಾದರೆ, ನೀವು ಹೇಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವಿರಿ?

ನಿಮ್ಮ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ . ಗುಡ್ ಲಕ್!

ಇಲ್ಲಿ ಎಣಿಕೆಗಾಗಿ ಇನ್ನೂ ಎರಡು ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿವೆ.



ಚಿತ್ರ 17



ಚಿತ್ರ 18

ಸಮಸ್ಯೆ 9: ಘನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮಾಡಿದ ನಿರ್ಮಿತಿಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ

ಉದ್ದೇಶ: ಎಣಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು

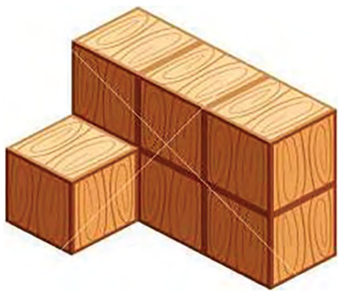
ಜೋಡೋ ಘನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಅಥವಾ ಆನ್‌ಲೈನ್‌ನಲ್ಲಿ ಮ್ಯಾಥಿಗನ್ ಪೊಲಿಪಾಡ್ ಅಥವಾ https://toytheater.com/cube/ ನಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಎಣಿಕೆಯ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಸರಳ ಘನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಲಿ.

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?

ಬಹುಶಃ ಬಹಳಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದನ್ನು $6 + 1$ ಎಂದು ಎಣಿಸುತ್ತಾರೆ ಅಂದರೆ, $(2 \times 3 + 1)$

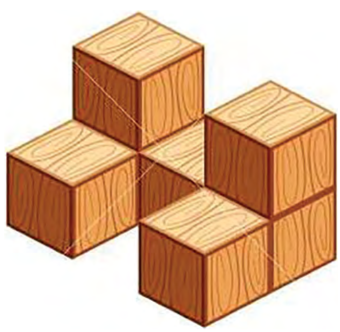
ಸಮಸ್ಯೆ 9.1



ಚಿತ್ರ 19

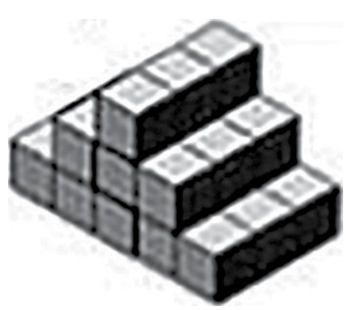
ಶಿಕ್ಷಕರು ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಘನದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆಯಬಹುದು.

ಸಮಸ್ಯೆ 9.2



ಚಿತ್ರ 20

ಸಮಸ್ಯೆ 9.3



ಚಿತ್ರ 21

ಇದು ಅಡ್ಡ ಅಥವಾ ಲಂಬ ಹೋಳು (slice) ಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಲ್ಪಡುವುದೆ?

ಸಮಸ್ಯೆ 9.4

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಗೆ ನಿಭಾಯಿಸುತ್ತಾರೆ?

ಕಾಣೆಯಾಗಿರುವ ಭಾಗವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದನ್ನು ಕಡಿತ ಮಾಡಿ ಎಣಿಸುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಚಿತ್ರ 22

ಸಮಸ್ಯೆ 9.5

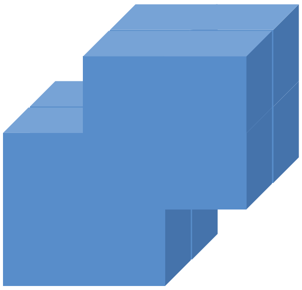
ಈ E ಆಕಾರದ ನಿರ್ಮಾಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳ ಬಳಕೆಯಾಗಿದೆ?

ಚಿತ್ರ 23

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಘನಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಎಣಿಸಿದರೇ? ಅಥವಾ ಅವರು ಮೂರು ಸಾಲುಗಳನ್ನು 3 ನಾಲ್ಕುಗಳಾಗಿ, ನಂತರ 2 ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಣಗಳೊಂದಿಗೆ (projections) ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೊಂದು ಘನವುಳ್ಳ ಎರಡು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದರೇ?

ಸಮಸ್ಯೆ 9.6

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?



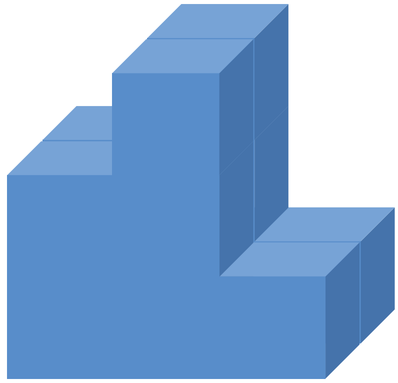
ಚಿತ್ರ 24

ಇದು ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕಲು ಚೆನ್ನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಕೆಲವರು ಇವನ್ನು (2×2×2) ಗಾತ್ರದ 2 ಘನಗಳಾಗಿ ಎಣಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಘನಗಳನ್ನು ಕಡೆಗಣಿಸಲು ಬಯಸಬಹುದು ಅಥವಾ ಅವರು ಅವುಗಳನ್ನು ಪದರಗಳಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆಯೇ?

ಸಮಸ್ಯೆ 9.7

ಎಷ್ಟು ಘನಗಳು?

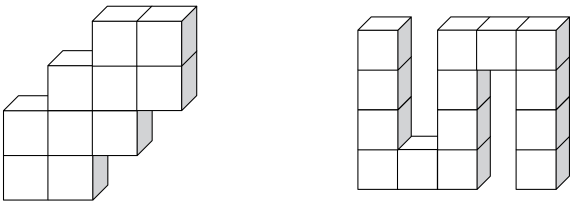


ಚಿತ್ರ 25

ಬಳಸಿದ ಕಾರ್ಯತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿಗೆ ಇನ್ನಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿವೆ.

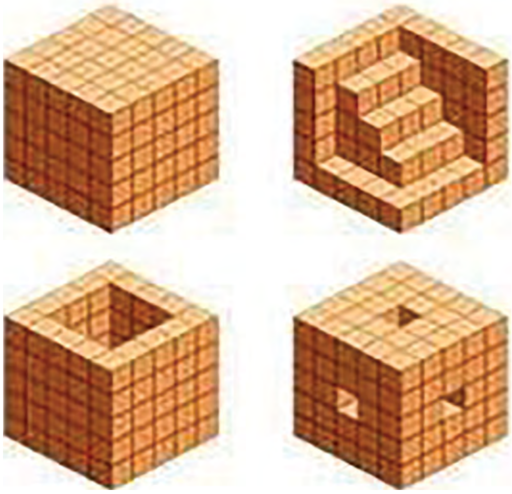
ಸಮಸ್ಯೆ 9.8



ಚಿತ್ರ 26

ಸಮಸ್ಯೆ 9.9

ಈ ರಚನೆಗಳಲ್ಲಿ ಘನಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಯಾವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ?



ಚಿತ್ರ 27

ಸಮಸ್ಯೆ 10

ಉದ್ದೇಶ: ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು/ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮುನ್ಸೂಚಿಸುವುದು

ಅನೇಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಒಂದು ತಪ್ಪು ಊಹೆ ಹೀಗಿದೆ.

ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧ ಯಾವಾಗಲೂ ಗುಣ್ಯ ಮತ್ತು ಗುಣಕಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅವರ ಊಹೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬೇಕಾದ (ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಲು ಅಲ್ಲ) ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

23×0.2	23×2.4	543×0.62
65×0.7	864×1.2	98×0.65

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತರಗಳು ಸುಮಾರಾಗಿ ಎಲ್ಲಿರಬಹುದು ಎಂದು ಮೊದಲೇ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?

ಉತ್ತರವು ಕೊಟ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆಯೇ? ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಸಮಸ್ಯೆ 11

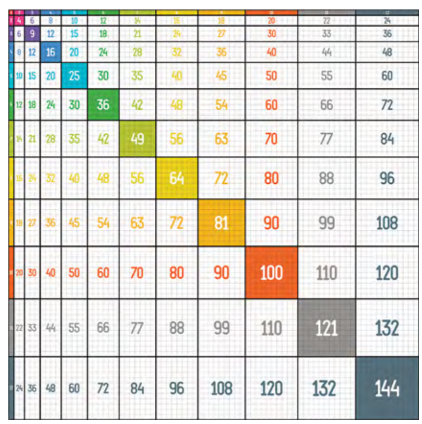
ಉದ್ದೇಶ: ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು

ಪ್ರಮಾಣಿತ ಅಳತೆಯ ಗುಣಾಕಾರದ ಜಾಲ (multiplication grid)ವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಹಾಯಕವಾಗಬಹುದು.

ಮಗ್ಗಿಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಯಾವ ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಾಣುತ್ತೀರಿ?

ಯಾವ ಆಕೃತಿಗಳು ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು ಯಾವ ಆಕೃತಿಗಳು ಚತುರ್ಭುಜಗಳು?

7×9 ಗುಣಲಬ್ಧವು 8×8 ಗಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅಥವಾ 4×8 ಗುಣಲಬ್ಧವು 6×6 ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲು ಈ ಜಾಲ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆಯೇ?



ಚಿತ್ರ 29

ಕೃತಜ್ಞತೆ:

https://www.stem.org.uk/resources/elibrary/resource/32124/multiplication

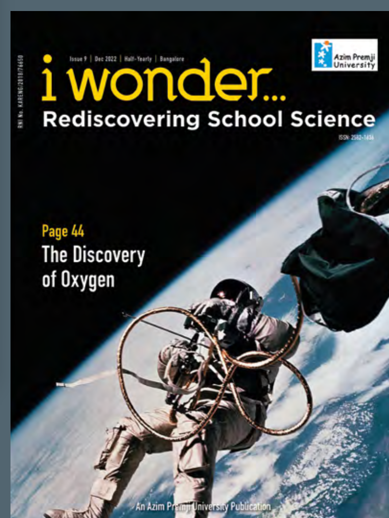
https://stevewyborney.com

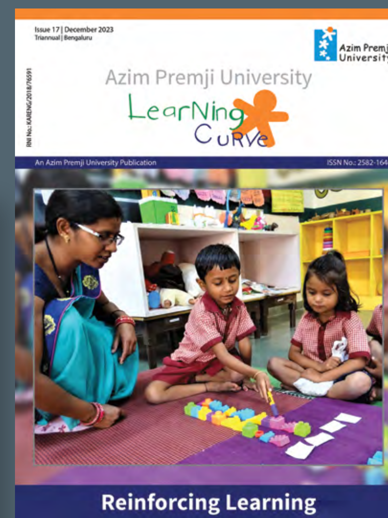
● ಅನುವಾದ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್. ಪುಟ್ಟಿ**

ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಶಿರಾಲಿ ಅವರು ಸಹ್ಯಾದ್ರಿ ಶಾಲೆ (ಪುಣೇ) ಮತ್ತು ಋಷಿ ವ್ಯಾಲಿ (ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ)ಗಳಲ್ಲಿ ನೆಲೆಗೊಂಡಿರುವ ಸಮುದಾಯ ಗಣಿತಕೇಂದ್ರದ ಅಂಗವಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅವರು 1983ರಿಂದ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿದ್ದು, ಗಣಿತ, ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಆಪ್ಲಿಕೇಶನ್ಸ್, ಭೂಗೋಳ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ, ಪರಿಸರ ಅಧ್ಯಯನ ಮತ್ತು ತೆಲುಗು ಭಾಷೆಯಂತಹ ಹಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. 1990ರಲ್ಲಿ ಇವರು ದಿವಂಗತ ಶ್ರೀ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ ಅವರ ನಿಕಟವರ್ತಿಗಳಾಗಿ ಕೆಲಸಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವರು "ಸ್ಕೂಲ್ ಇನ್ ಎ ಬಾಕ್ಸ್" ಎಂದೇ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾಗಿರುವ ಋಷಿ ವ್ಯಾಲಿ ಕೇಂದ್ರದ ಬಹುದರ್ಜೆಯ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಕಲಿಕಾ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕಿದ ತಂಡದ ಅಂಗವಾಗಿದ್ದರು. ಪದ್ಮಪ್ರಿಯಾ ಅವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: padmapriya.shirali@gmail.com

Azim Premji University

ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ನಿಯತಕಾಲಿಕೆಗಳು





ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಂಜೀ ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ
ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್

ಶಾಲಾ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸಂಪನ್ಮೂಲ

ಶಾಲಾ ಹಂತದ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಕುರಿತಾದ ಒಂದು ವಿಚಾರಶೀಲ ಪತ್ರಿಕೆ

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ

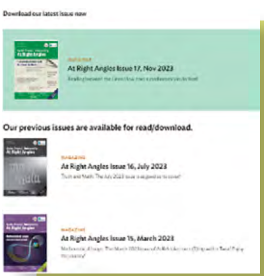
ಈ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಇವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಮಾಡಬಹುದು:

- ತರಗತಿ ಅಥವಾ ಬೇರೆಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಲು ಬೇಕಿರುವ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದು
- ಸಾಮಾನ್ಯ ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದಿರಬಹುದಾದ ಗಣಿತದ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಓದಿ ಕಲಿಯುವುದು,
- ತಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ಬರಹಗಳನ್ನು ಕಳಿಸುವುದು
- ಪರಸ್ಪರರ ಸಂವಹನದ ಮೂಲಕ ವಿಶೇಷ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು
- ಅವರ ಸ್ವತಂತ್ರ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳು ಮತ್ತು ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದು
- ಶಾಲಾ ಮಟ್ಟದ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹೊಸ ಫಲಿತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಬರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಸಂವಾದಗಳಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವುದು

ಪ್ರಕಾಶಕರು

ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ.

‘ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್’ ಪತ್ರಿಕೆ ನಿಮಗೆ ಇಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ:



ಉಚಿತವಾಗಿ ಚಂದಾದಾರರಾಗಿ

http://azimpremjiuniversity.edu.in/at-right-angles

‘ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್’ ಈ ಲಿಂಕ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಹೈ-ರೆಸ್ ಮತ್ತು ಲೋ-ರೆಸ್ ಆವೃತ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಉಚಿತವಾಗಿ ಆಗಿ ಲಭ್ಯವಿದೆ. ನೀವು ಅಲ್ಲಿಂದ ಡೌನ್ ಲೋಡ್ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಇದೇ ಲಿಂಕ್‌ನಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಸಹ ಡೌನ್‌ಲೋಡ್ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

http://bit.ly/AtRightAnglesrepository

‘ಫೇಸ್‌ಬುಕ್’ನಲ್ಲಿ

https://www.facebook.com/group/829467740417717/

AtRiUM (ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್, ಯು ಮತ್ತು ಮ್ಯಾಥ್) ಎಂಬುದು ಪತ್ರಿಕೆಯ ಫೇಸ್-ಬುಕ್ ಪುಟವಾಗಿದ್ದು, ಜಾಲತಾಣದಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಓದುಗರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಲು ಯಶಸ್ವಿ ವೇದಿಕೆಯಾಗಿ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು, ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಭಾಷಾಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಣತಜ್ಞರು ಈ ಸಮುದಾಯದ ಭಾಗವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಇಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವ ಪೋಸ್ಟ್‌ಗಳು ವೈವಿಧ್ಯಮಯವಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ ಮಹತ್ತ್ವದ ಚರ್ಚೆಗಳು ನಡೆಯುತ್ತವೆ.

ಇ-ಮೇಲ್‌ನಲ್ಲಿ:

AtRightAngles.editor@apu.edu.in

ನಿಮ್ಮ ಬರಹಗಳು ಮತ್ತು ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳಿಗೆ ಸ್ವಾಗತವಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಈ ಇಮೇಲ್ ವಿಳಾಸಕ್ಕೆ ಕಳಿಸಿ. ಲೇಖನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಪಾದಕೀಯ ನೀತಿಯನ್ನು ಪತ್ರಿಕೆಯ ಹಿಂಭಾಗದ ದಕ್ಷಾಪುಟದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಿಸಲಾಗಿದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ ನಮಗೆ ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ. ದಯವಿಟ್ಟು ಬರೆಯಿರಿ.

ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ
ಸರ್ವೆ ಸಂ. 66, ಬೂರುಗುಂಟೆ ಗ್ರಾಮ
ಬಿಕ್ಕನಹಳ್ಳಿ ಮುಖ್ಯ ರಸ್ತೆ, ಸರ್ಜಾಪುರ
ಬೆಂಗಳೂರು – 562125

azimpremjiuniversity.edu.in

ಫೇಸ್‌ಬುಕ್: /azimpremjiuniversity
ಇನ್‌ಸ್ಟಾಗ್ರಾಂ: @azimpremjiuniv
X: @azimpremjiuniv