At Right Angles
A Resource for School Mathematics

गणितीय परियोजनाएँ
स्केल ड्राइंग

पद्मप्रिया शिराली

Azim Premji University
A publication of Azim Premji University
together with Community Mathematics Centre,
Rishi Valley

गणितीय परियोजनाएँ

स्केल ड्राइंग

जिन गणितीय परियोजनाओं में मूलभूत गणितीय अवधारणाओं को व्यावहारिक कार्यों से जोड़ा जाता है, उनमें रुचि पैदा करने और विषय को मज़ेदार बनाने की क्षमता होती है। इस लेख में, मैंने कुछ परियोजनाओं के विचारों को साझा किया है जो व्यावहारिक तरीक़े से अनुपात और डिज़ाइन की अवधारणाओं को जोड़ती हैं। ये परियोजनाएँ विद्यार्थियों को यह समझने में मदद करती हैं कि आकार के परिवर्तन के सन्दर्भ में विस्तारण (enlargement)[1] और संकुचन (reduction)[2] गणितीय रूप से कैसे काम करते हैं! साथ ही यह सम्बन्धित अवधारणाओं और विधियों को स्पष्ट भी करती हैं। इनमें से कुछ परियोजनाएँ कार्डबोर्ड के साथ काम करने पर आधारित हैंऔर कुछ में ग्राफ़ पेपर, बिन्दुकित काग़ज़ आदि का उपयोग शामिल है।

अनुपात को पढ़ाने के लिए अकसर ख़ाना पकाने की विधियों का उपयोग किया जाता है और यह स्वाभाविक भी लगता है। क्योंकि यह हमारे जीवन का एक अनिवार्य पहलू है और अधिकांश विद्यार्थी ख़ाना पकाने के सन्दर्भ से परिचित हो सकते हैं। हालाँकि, विस्तारण और संकुचन से जुड़ी स्केल ड्राइंग अनुपात और समानुपात को पढ़ाने के लिए मेरी पसन्दीदा हैं। यह विषय व्यावहारिक गतिविधियों के लिए उपयुक्त है और इसे सामाजिक विज्ञान, तकनीकी ड्राइंग और कला कार्य के साथ जोड़ा जा सकता है।

विद्यार्थियों से ऐसे विविध उदाहरणों पर चर्चा करें, जिनमें उन्होंने किसी वस्तु के आकार को बड़ा होते हुए देखा हो। उनके साथ आकार को घटाने के उदाहरणों पर भी चर्चा करें,जैसे खिलौना कार आदि। आजकल विद्यार्थी मोबाइल फ़ोन या कम्प्यूटर पर विभिन्न ऐप्स का इस्तेमाल करते हैं और गेम खेलते हैं जो उन्हें किसी चित्र को बड़ा या छोटा करने, ज़ूम इन व ज़ूम आउट करने और आनुपातिक रूप से आकार को बढ़ाने या घटाने (स्केल फैक्टर) के विचार से अवगत कराते हैं।

चित्र-1

उन्होंने शायद ओवरहेड प्रोजेक्टर, मूवी प्रोजेक्टर, फोटोकॉपी मशीन, टीवी सेट, टेलीस्कोप, कैमरे के ज़ूम लेंस आदि को भी देखा होगा। चर्चा करें कि उन्होंने किन-किन तरीक़ों से चीज़ों के आकार को बढ़ाकर देखा है। क्या ऐसे उपकरण भी हैं जो किसी चीज़ के आकार को कम करते हैं?

प्रोजेक्शन में प्रोजेक्टर के बल्ब का क्या महत्त्व है? विद्यार्थियों को इस प्रश्न पर विचार करने दें,शायद उन्हें इसके महत्त्व की समझ नहीं हो। बाद में कभी, शिक्षक विस्तारण के केन्द्र (center of enlargement) से इसके सम्बन्ध के बारे में बता सकते हैं।

उत्तल और अवतल दर्पण छवियों में किस तरह के बदलाव करते हैं?

उन्हें इन उपकरणों और आधुनिक इलेक्ट्रॉन माइक्रोस्कोप की शक्ति के बारे में कुछ तथ्यों का पता लगाने को कहें।

कई साल पहले जब मैंने कक्षा-6 के विद्यार्थियों के साथ अनुपात पर काम किया था, तो हमने एक छोटे स्केल पर जूनियर स्कूल की इमारत का मॉडल बनाने की परियोजना पर बनाई थी। इस काम में बहुत सारा मापन,अनुमान लगाना और स्केल के अनुसार चित्र बनाना शामिल था। साथ ही जो 3-डी मॉडल हमने बनाया था,उसमें स्केल की एकरूपता को बनाए रखना भी शामिल था। यह परियोजना चार हफ़्तों तक चली।

इसमें भिन्न, दशमलव और कोण जैसी विभिन्न गणितीय अवधारणाएँ शामिल थीं। इसमें सामने के दृश्य (front view) और पार्श्व दृश्य (side view) से जुड़े कई चित्रों को बनाया जाना था। इस कार्य ने हमारे सामने ऐसी चुनौतियाँ पेश कीं जिनके लिए हमें और ज़्यादा सोचना पड़ा। एक वास्तविक मॉडल बनाने के इस अवसर ने उपयुक्त कबाड़ सामग्री को चुनने और इस मॉडल को वास्तविक रूप देने की हमारी क्षमता को विकसित किया। यह बहुत ही मज़ेदार अनुभव था।

की-वर्ड : *वास्तविक दुनिया, डिज़ाइन, परियोजनाएँ, स्केल, अनुपात, मापन, समरूपता*

[1] आकार को बड़ा करना

[2] आकार को छोटा करना

परियोजना 1 : पालतू जानवर के लिए घर डिज़ाइन करना

अवधारणाएँ : मापन, अनुपात, स्केलिंग फैक्टर

विद्यार्थियों का समूह : हर समूह में 4 विद्यार्थी। यह गतिविधि कई समूहों द्वारा की जा सकती है। प्रत्येक समूह एक पालतू जानवर को चुने जिसके लिए वे घर डिज़ाइन करना चाहते हैं।

सामग्री : पुरानी कार्डबोर्ड शीट, धातु का स्केल, कैंची या चाकू, फेविकॉल और रंग।

बच्चे, जानवरों को स्वाभाविक रूप से पसन्द करते हैं और अकसर घरों में पालतू जानवर होते हैं। वे जानवर के आकार, उसकी ज़रूरतों और उसके चयन के बारे में अपने ज्ञान और जानकारी को परियोजना में शामिल कर सकते हैं। इच्छित घर के डिज़ाइन के अलावा चर्चा में अन्य विशेषताओं जैसे जानवर की ऊँचाई, वज़न, भोजन वरीयताओं, जानवर का व्यवहार, उसकी देखभाल, जानवरों के प्रति क्रूरता आदि को भी शामिल किया जा सकता है।

चित्र-2

यहाँ एक बिल्ली के लिए घर बनाने के बारे में विशेष विवरण दिया गया है,जिसे विद्यार्थी अपने कक्षा कार्य के लिए उपयोग कर सकते हैं। बिल्लियाँ बक्सों में, विशेषकर सही आकार के बक्सों में आराम करना पसन्द करती हैं।

बिल्ली के लिए एक उचित आकार का घर 2 फुट गुना 3 फुट होना चाहिए और उसकी ऊँचाई कम-से-कम 18 इंच होनी चाहिए। बहुत बड़े घर की ज़रूरत नहीं है क्योंकि बड़े घर में गर्मी जल्दी से फैल जाएगी और बिल्लियों को बारिश और ठण्ड के मौसम में गर्म घर की ज़रूरत होती है।

1. विद्यार्थियों को निर्देश दिया जा सकता है कि वे जिस घर को बनाना चाहते हैं, उसका 3-डी चित्र काग़ज़ पर बनाएँ।

वे चित्र में 2 फुट को कैसे दिखाएँगे? वे कौन-सा स्केल उपयोग करेंगे? (विभिन्न समूह अलग-अलग स्केलों के साथ काम कर सकते हैं।)

वे चित्र में 3 फुट को कैसे दिखाएँगे? (क्या वे पहले वाले स्केल का ही उपयोग कर रहे हैं? चर्चा करें कि अगर वे मॉडल के विभिन्न आयामों के लिए अलग-अलग स्केलों का उपयोग करते हैं तो क्या होगा।)

उन्हें चित्र में उपयोग किए जाने वाले स्केल को इस तरह दर्ज करना चाहिए, "इस चित्र का स्केल ...से ...इंच है।"

इसकी छत कैसी होगी? सपाट या ढलान वाली?

अगर घर की छत ढलान वाली बनानी हो तो उच्चतम बिन्दु पर घर की ऊँचाई क्या होनी चाहिए?

प्रवेश द्वार किस तरफ़ होना चाहिए? यह कितना बड़ा होना चाहिए?

2. अगले चरण के रूप में, उन्हें घर बनाने के लिए आवश्यक टुकड़ों के आकारों की जानकारी को सूचीबद्ध करना चाहिए।

चित्र-3

टुकड़ा 1: 24 इंच गुना 18 इंच

टुकड़ा 2:… ...

यदि वे प्लाईवुड शीट से बिल्ली का घर बनाना चाहते हैं, तो क्या एक शीट पर्याप्त होगी? सामान्यत: एक प्लाईवुड शीट 8 फुट गुना 4 फुट की होती है।

चित्र-4

उन्हें एक उपयुक्त स्केल उपयोग करके काग़ज़ पर प्लाईवुड शीट का चित्र बनाना चाहिए।

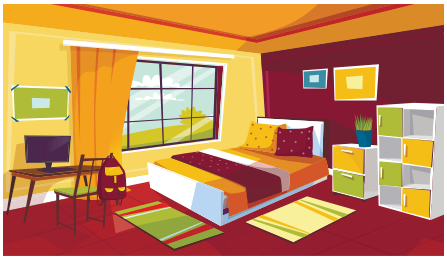
उन्हें घर बनाने के लिए आवश्यक छह टुकड़ों की स्केल ड्राइंग बिन्दुकित काग़ज़ पर भी बनाना चाहिए।

फिर वे अपने बनाए टुकड़ों को काट सकते हैं और उन्हें प्लाईवुड शीट के चित्र पर एक साथ फिट करने की कोशिश कर सकते हैं। क्या वे सभी टुकड़े उस पर फिट होते हैं?

परियोजना 2 : डिज़ाइनर कमरा

विद्यार्थियों के समूह : हर समूह में 4 विद्यार्थी
सामग्री : बिन्दुकित काग़ज़ या ग्राफ़ पेपर
अवधारणाएँ : अनुमान, स्केलिंग फैक्टर, निरूपण, लेआउट डिज़ाइन

विद्यार्थी अपनी आवश्यकताओं की सूची बनाकर और अपने बेडरूम के लिए ज़रूरी फर्नीचर को प्राथमिकता के अनुसार तय करके अपना बेडरूम डिज़ाइन कर सकते हैं।



चित्र-5

यह मानते हुए कि विद्यार्थी को अपने भाई या बहन के साथ बेडरूम को साझा करना है, वे आवश्यक वस्तुओं की एक सूची बना सकते हैं। वे अपने कमरे की योजना बनाने के लिए फर्नीचर के इन हिस्सों के माप का उचित अनुमान लगा सकते हैं। जहाँ ज़रूरी हो, वहाँ ऊँचाई पर भी विचार किया जा सकता है।

यहाँ सम्भावित फर्नीचर की एक सूची दी गई है :

पलंग : 3 × 6 फुट (2 नग)
अलमारी : 2 × 3 फुट (1)
किताबों की अलमारी :
डेस्कटॉप टेबल :
कम्प्यूटर टेबल के लिए कुर्सी : 1
सामान्य कुर्सी : 1

चित्र-6

समूहों को मानक आकार के एक बेडरूम (10 x 10 x 10) के साथ काम करने को कहें। विद्यार्थी अपने कमरे की योजना बनाने के लिए बिन्दुकित काग़ज़ या ग्राफ़ पेपर का उपयोग कर सकते हैं।

वे किस स्केल का उपयोग करेंगे?

क्या उन्होंने दरवाज़ों का स्थान चिह्नित किया है? खिड़कियाँ कहाँ होंगी? क्या इससे फर्नीचर की उनकी जमावट पर प्रभाव पड़ेगा?

विद्यार्थियों को समान स्केल का उपयोग करके सभी फर्नीचर के हिस्सों को दूसरे ग्राफ़ पेपर पर बनाना चाहिए। वे इन हिस्सों को काट सकते हैं और इन्हें विभिन्न तरीक़े से जमाकर देख सकते हैं ताकि कमरे में जगह का ठीक तरह से उपयोग किया जा सके।

विद्यार्थियों के साथ अन्य सम्भावनाओं पर भी चर्चा करें।

जैसे कि क्या होगा अगर उन्हें दो स्टडी टेबल की आवश्यकता हो? क्या होगा अगर उन्हें दो अलमारियों की ज़रूरत हो?

क्या एक के ऊपर एक बिस्तर वाले पलंग का उपयोग करने से खेलने की जगह बनाने में मदद मिल सकती है?

विद्यार्थी सवालों के जवाब मालूम करने के लिए दिए गए डिज़ाइन के साथ काम कर सकते हैं।

यदि **चित्र-7** में दिया गया यह कमरा 12 गुना 10 फुट का हो, तो पलंग का माप क्या होगा? खेलने की जगह का माप क्या होगा?

चित्र-7

दरवाज़े की वास्तविक लम्बाई क्या होगी?

परियोजना 3 : तस्वीरें और प्रतियाँ (copies)

विद्यार्थियों के समूह : हर समूह में 4 विद्यार्थी

सामग्री : समरूप आयतों (similar rectangle) की जोड़ियाँ,असमरूप आयत (dissimilar rectangles), समरूप त्रिभुजों और असमरूप त्रिभुजों की जोड़ियाँ, कई प्रकार की समरूप व असमरूप आकृतियाँ (इन्हें उपयुक्त सॉफ़्टवेयर या ऐप की मदद से प्रिंट किया जा सकता है)।

अवधारणाएँ : अवलोकन कौशल, समरूपता, स्केलिंग फैक्टर, मापन में भिन्नों का उपयोग

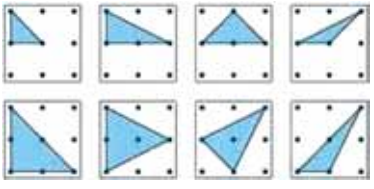
चित्र-8

जो वस्तुएँ समान आकृति की होती हैं लेकिन उनके आकार अलग-अलग होते हैं, उन्हें समरूप कहा जाता है।

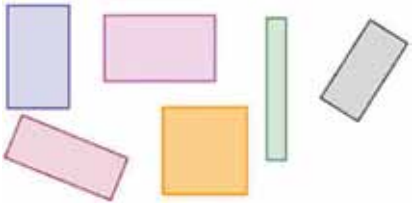
ज्यामितीय सामग्री का उपयोग करके समरूप और असमरूप आकृतियों के बारे में बात करें। समरूपता के लिए किन गुणों का उपयोग किया जाएगा?

लम्बाई? कोण? कोई अन्य गुण?

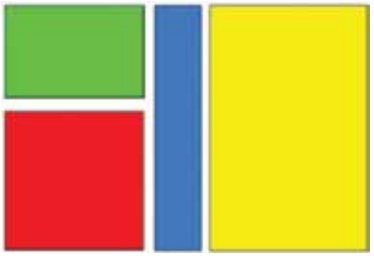
चित्र-9 से **11** में दी गई आकृतियों में से कौन-सी आकृतियाँ एक-दूसरे के समरूप हैं? क्या कुछ ऐसी आकृतियाँ हैं जो किसी अन्य आकृति के समरूप नहीं हैं? गणितीय गुणों का उपयोग करके इसका कारण बताएँ।



चित्र-9

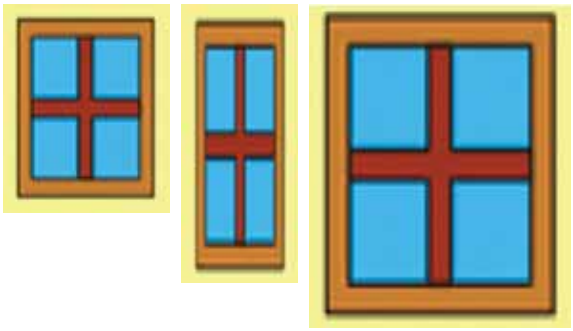


चित्र-10



चित्र-11

समरूपता के बारे में बात करने के लिए कक्षा के सन्दर्भ और वस्तुओं का उपयोग करें। क्या **चित्र-12** में दिखाई गई खिड़कियाँ समरूप हैं?



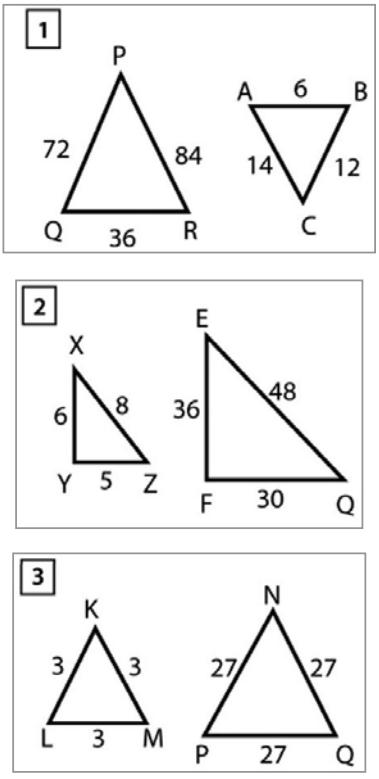
चित्र-12

प्रकृति में मौजूद बाहरी वस्तुओं जैसे पत्तियों का उपयोग करके आकृतियों की समरूपता और असमरूपता के बारे में बात करें। ध्यान दें कि सभी पत्तियाँ समरूप नहीं होती हैं, लेकिन कार्यात्मक रूप से वे समान होती हैं।

क्या **चित्र-13** में दिखाई गई ये गुड़ियाँ समरूप हैं? अपने जवाब का कारण बताएँ।

चित्र-13

क्या **चित्र-14** में दिखाई गई त्रिभुज की जोड़ियाँ समरूप हैं? समरूपता का पता लगाने के लिए दिए गए मापों का उपयोग करें।



चित्र-14

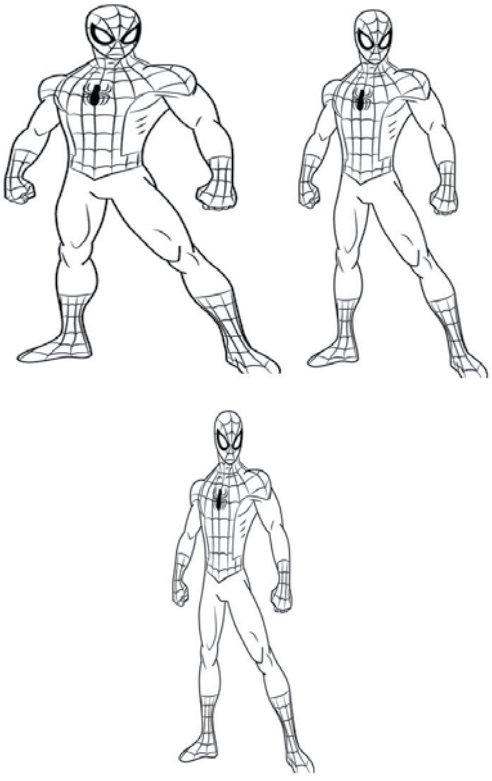
चुनौती

विद्यार्थियों को ऐसे चित्र दिए जा सकते हैं जो स्केल के अनुसार नहीं बनाए गए हैं। इसलिए समरूपता की पहचान करने के लिए विद्यार्थी केवल उस पर निर्भर नहीं रह सकते जो दिखाई देता है या मापा जा सकता है। क्या अब वे गणितीय रूप से समरूप चित्रों की पहचान करने के लिए गणितीय तर्क का उपयोग कर सकते हैं?

मूल चित्र :

चित्र-15

इन तीनों चित्रों में से कौन-सा चित्र **(चित्र-16)** मूल चित्र के समरूप है? अपने उत्तर का कारण बताएँ। विद्यार्थी इसमें कौन-सी विधि का प्रयोग कर सकते हैं?

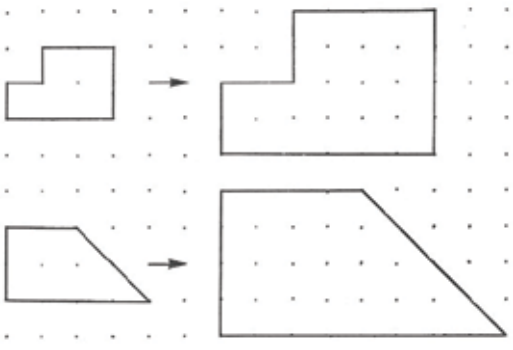


चित्र-16

परियोजना 4 : विस्तारण (Enlargement)

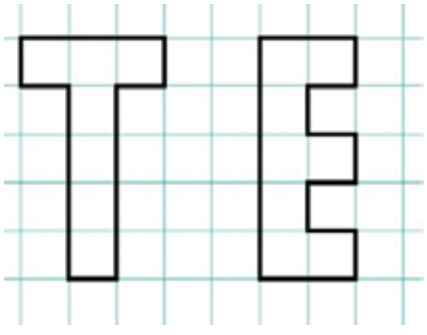
विद्यार्थियों के समूह : हर समूह में 4 विद्यार्थी
सामग्री : वर्गों वाले बिन्दुकित काग़ज़, समरूप गणितीय आकृतियाँ
अवधारणाएँ : आकार को बड़ा करना, स्केल फैक्टर, समरूपता, समरूप आकृतियों के गुणधर्म

विस्तारण के सिद्धान्तों को समझने के लिए ऐसे चित्रों के उदाहरण दिखाए जा सकते हैं जिनमें आकार को बड़ा किया गया हो। उनके साथ **चित्र-17** में दिए गए चित्रों पर चर्चा करें। चित्रों का अध्ययन लम्बाई के सन्दर्भ में करें ताकि स्केल फैक्टर को समझा जा सके।



चित्र-17

वर्गों वाले एक बिन्दुकित काग़ज़ पर विद्यार्थी वर्णमाला **(चित्र-18)** के कुछ अक्षर बना सकते हैं और दो या तीन के स्केल फैक्टर द्वारा उन्हें बड़ा करके देख सकते हैं।

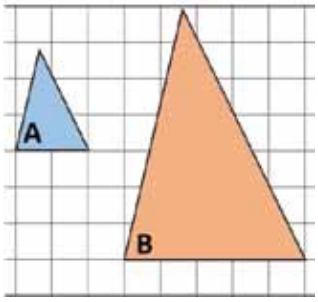


चित्र-18

विद्यार्थी दिए गए दो समरूप त्रिभुजों **(चित्र-19)** की तुलना करें और उनके अवलोकनों को दर्ज करें।

त्रिभुज B, त्रिभुज A का बड़ा रूप है और इसका स्केल फैक्टर ……. है।

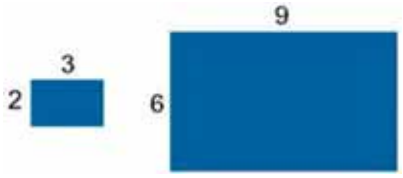
त्रिभुज A और त्रिभुज B के कोण …… हैं।



चित्र-19

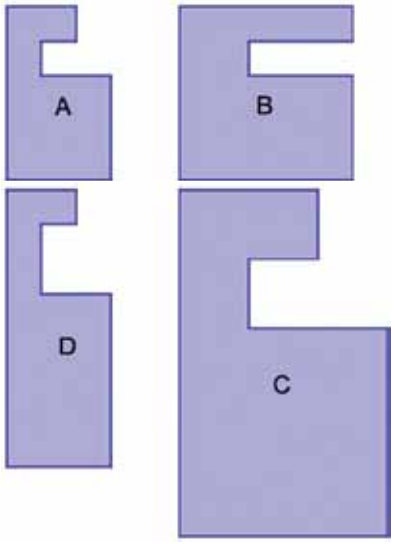
विद्यार्थी दो समरूप आयतों की तुलना कर सकते हैं और जाँच सकते हैं कि क्या स्केल फैक्टर विकर्ण पर भी लागू होते हैं।

क्या यह दोनों आयत **(चित्र-20)** एक-दूसरे के समरूप हैं? कारण बताएँ।



चित्र-20

क्या B, C, D में से कोई भी आकृति **(चित्र-21)**, आकृति A का एक बड़ा रूप है?



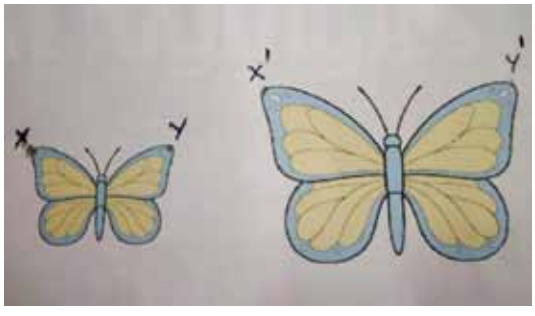
चित्र-21

परियोजना 5 : आकृतियों को बड़ा करना

विद्यार्थियों के समूह : हर समूह में 4 विद्यार्थी
सामग्री : समरूप चित्रों का एक सेट

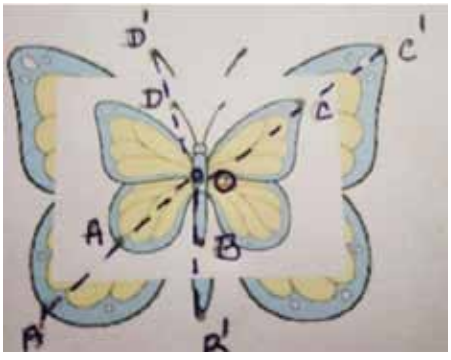
चित्र-22 के XY वाले चित्र में तितली के पंखों के फैलाव (एक पंख के एक सिरे से दूसरे पंख के अन्तिम सिरे तक क्षैतिज रूप से) को मापें।

चित्र $X'Y'$ चित्र XY का बड़ा रूप है। चित्र $X'Y'$ में पंखों के फैलाव को एक छोर से दूसरे छोर तक मापें।



चित्र-22

विस्तारण का स्केल फैक्टर क्या है?



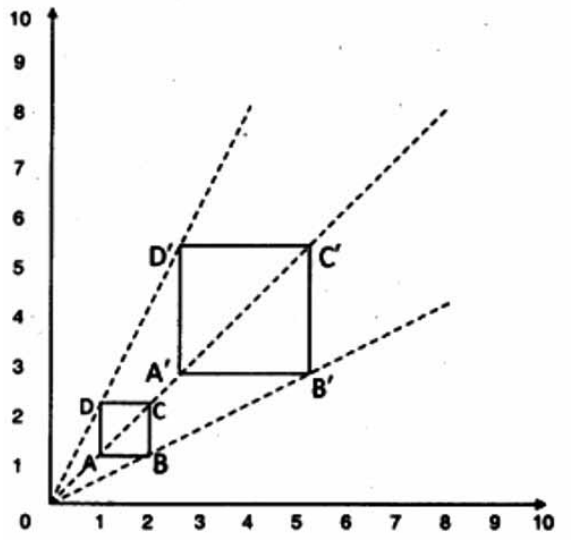
चित्र-23: सम्बन्धित बिन्दुओं (corresponding points) को जोड़ने वाली सभी बिन्दुदार रेखाएँ बिन्दु O पर मिलती हैं।

बड़ी तितली छोटी तितली का बड़ा रूप है।

OA और OA' को मापें। स्केल फैक्टर क्या है?

क्या यह OB और OB' के लिए समान है?

अन्य बड़े रूपों की भी जाँच करें।



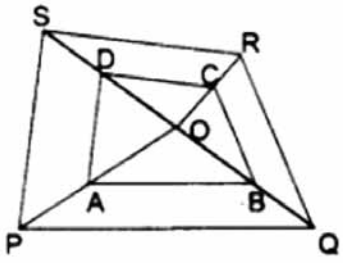
चित्र-24

क्या हम केवल एक माप के आधार पर यह कह सकते हैं कि एक चित्र दूसरे का बड़ा रूप है?

बिन्दु O को विस्तारण का केन्द्र (center of enlargement) कहा जाता है। **चित्र-24** में, बड़ा वर्ग छोटे वर्ग का बड़ा रूप है। इसमें विस्तारण का केन्द्र मूल बिन्दु है।

विस्तारण का केन्द्र चित्र के अन्दर नहीं होना चाहिए। यह कहीं भी और हो सकता है।

कोई भी एक चतुर्भुज ABCD बनाएँ। इसके अन्दर एक बिन्दु O को चिह्नित करें। **(चित्र-25)**।



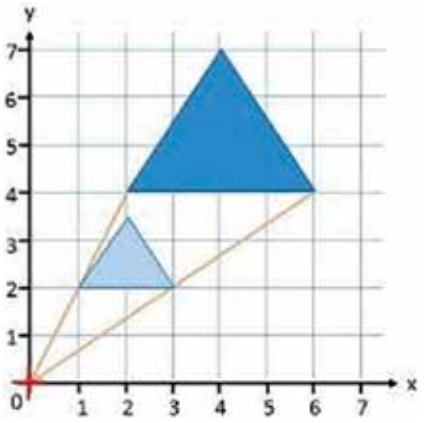
चित्र-25

बिन्दु O से चारों शीर्षों A, B, C, D तक रेखाएँ खींचें।

चतुर्भुज को 1.5 के स्केल फैक्टर से बड़ा करने के लिए O से A तक की लम्बाई को मापें और इस रेखा को 1.5 के स्केल से बढ़ाकर P तक ले जाएँ। अन्य सभी लम्बाई OB, OC, OD के लिए भी इसी प्रक्रिया को दोहराएँ।

चतुर्भुज ABCD को अब 1.5 के स्केल फैक्टर द्वारा बड़ा किया गया है।

विस्तारण का केन्द्र कहीं भी हो सकता है, जैसा कि चित्र-26 में दिखाया गया है। रेखाओं को बढ़ाने की प्रक्रिया समान रहती है।



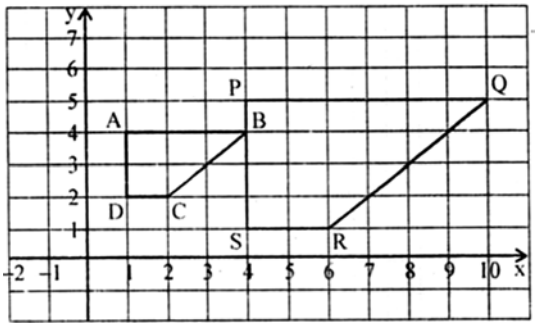
चित्र-26

निर्देशांकों का उपयोग करके भी विस्तारण किया जा सकता है। **चित्र-26** में विस्तारण का केन्द्र मूल बिन्दु पर है।

चित्र-27 में चतुर्भुज ABCD के शीर्षों के निर्देशांक A(1,4), B(4,4), C(2,2), D(1,2) हैं।

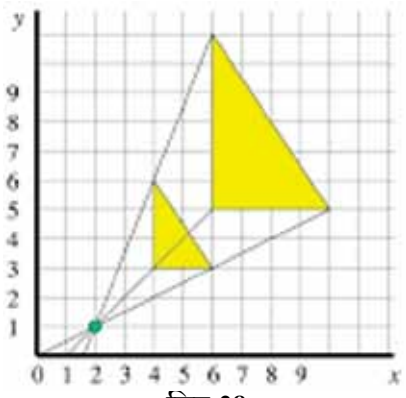
चतुर्भुज PQRS के निर्देशांक P(4,5), Q(10,5), R(6,1), S(4,1) हैं।

चित्र-27 में विस्तारण का केन्द्र कहाँ पर है? आपको क्या लगता है यहाँ स्केल फैक्टर क्या है?



चित्र-27

चित्र-28 में एक छोटे पीले त्रिभुज को दर्शाया गया है जिसका आकार बड़ा किया गया है।

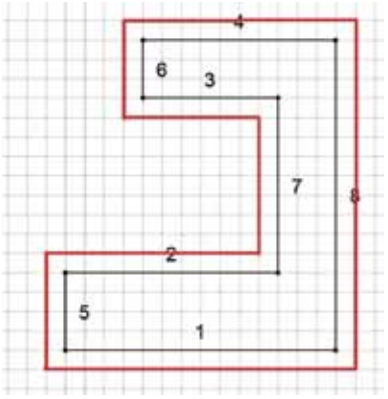


चित्र-28

इसका स्केल फैक्टर क्या है?

क्या इसके आकार को 3 के स्केल फैक्टर से बड़ा कर सकते हैं?

क्या **चित्र-29** में लाल रंग से बनी आकृति, काले रंग से बनी आकृति का बड़ा रूप है?



चित्र-29

परियोजना 6 : सिकुड़ती आकृतियाँ

विद्यार्थियों के समूह : हर समूह में 4 बच्चे
सामग्री : समरूप चित्रों का एक सेट

आकार में कमी होना या सिकुड़ना विस्तारण के विपरीत है।

विद्यार्थी 1/2 या 1/3 के स्केल फैक्टर का उपयोग करके ग्राफ़ पेपर पर किसी आकृति की छोटी प्रतियाँ या चित्र बनाकर देख सकते हैं।

क्या आप 2 के स्केल फैक्टर से काली आकृति को बड़ा कर सकते हैं?

कुछ मार्गदर्शक प्रश्न पूछकर विद्यार्थियों को यह समझने में मदद की जा सकती है कि विस्तारण के दौरान वस्तु के बिन्दुओं पर क्या असर होता है।

उदाहरण के लिए, जब किसी वस्तु को बड़ा किया जाता है तो वस्तु के शीर्ष बिन्दुओं पर क्या असर होता है? वे कैसे बदलते हैं? क्या वे एक सीधी रेखा में स्थानान्तरित होते हैं?

उस आकृति के ऊपर व उसके अन्दर के अन्य बिन्दुओं पर क्या असर होता है? क्या वे भी सीधी रेखाओं में दूर स्थानान्तरित होते हैं?

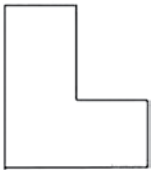
उन बिन्दुओं का क्या होता है जो सबसे ज्यादा दूर हैं? एक बड़ा स्केल फैक्टर बिन्दुओं के दूर जाने को कैसे प्रभावित करता है?

क्या विद्यार्थी यह देख पाते हैं कि किसी आकृति को बड़ा करने के लिए हमें केवल यह जानने की ज़रूरत है कि महत्त्वपूर्ण बिन्दु कैसे स्थानान्तरित होते हैं?

विभिन्न उदाहरणों का उपयोग करके यह चर्चा करना उचित होगा कि विस्तारण का केन्द्र कैसे बदलता है।

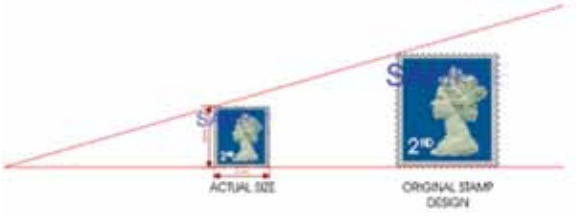
चित्र-29

क्या वे दिए गए चित्र को 1/2 के स्केल फैक्टर से कम कर सकते हैं?



चित्र-31

मूल डाक टिकिट को वास्तविक आकार तक कम करने के लिए किस स्केल फैक्टर का उपयोग किया गया है?



चित्र-32

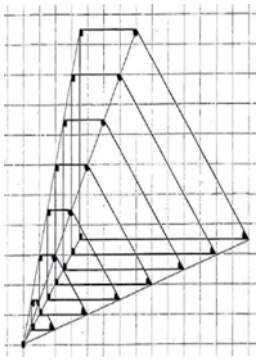
हरेक घनाभ की ऊँचाई में किस स्केल फैक्टर से कमी आ रही है?

चित्र-33

परियोजना 7 : वृद्धि का पैटर्न

विद्यार्थियों के समूह : हर समूह में 4 विद्यार्थी
सामग्री : किसी एक आकृति के अलग-अलग आकारों वाले समरूप चित्रों के सेट

यहाँ एक समलम्ब चतुर्भुज दिया गया है जिसके आकार को कई बार बढ़ाया गया है।



चित्र-34

चित्र-34 में दिखाए गए बढ़ते हुए समलम्ब चतुर्भुज के लिए एक तालिका बनाएँ।

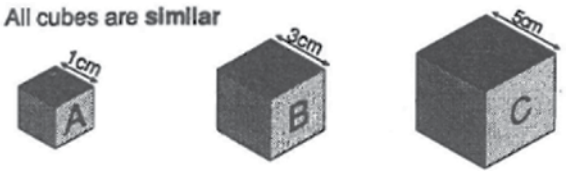
स्केल फैक्टर	मूल लम्बाई	सम्बन्धित लम्बाई विस्तारण के बाद	मूल क्षेत्रफल	नया क्षेत्रफल	मूल क्षेत्रफल व नए क्षेत्रफल का अनुपात

कॉलम 1 और कॉलम 6 के अनुपातों में क्या आपको कोई विशेष बात दिखाई देती है?

जाँच करें कि वर्ग की भुजा को 3 के स्केल फैक्टर से बदलने पर उसके क्षेत्रफल पर क्या प्रभाव पड़ता है।

सामग्री : बढ़ते हुए आकार में 3-डी वस्तुओं का सेट

यहाँ पर बढ़ते आकार में घनों का एक सेट दिया गया है। सभी घन समरूप हैं।



चित्र-35

आपको अनुपातों में क्या ख़ास बात दिखाई देती है?

जाँच करें कि घन की भुजा को 2 के स्केल फैक्टर से बदलने पर उसके आयतन पर क्या प्रभाव पड़ता है।

एक आयत की जाँच करें जिसके आकार को 3 के स्केल फैक्टर से बड़ा किया गया है। इस स्थिति में नए बने आयत का परिमाप व क्षेत्रफल कैसे प्रभावित होगा।

बढ़ते हुए आकार वाले घनों के लिए एक तालिका बनाएँ।

स्केल फैक्टर	मूल लम्बाई	सम्बन्धित लम्बाई विस्तारण के बाद	मूलपृष्ठीय क्षेत्रफल का नए पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात	मूल आयतन का नए आयतन से अनुपात

किसी त्रिभुज की ऊँचाई व आधार को दुगुना करने से उसके क्षेत्रफल पर क्या प्रभाव पड़ता है?

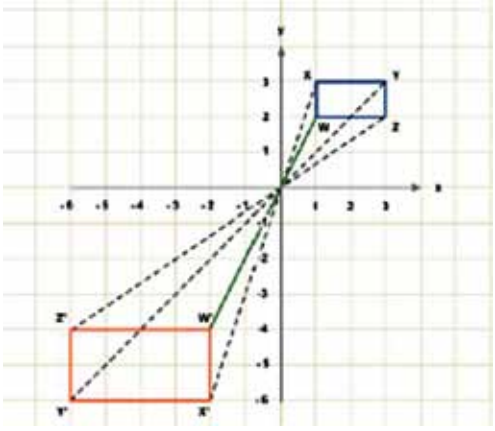
नई आकृति के अनुपातों पर क्या प्रभाव होता है?

परियोजना 8 : ऋणात्मक विस्तारण (Negative Enlargement)

विद्यार्थियों के समूह : हर समूह में 4 विद्यार्थी
सामग्री : ऋणात्मक विस्तारण वाले चित्रों का एक सेट

विद्यार्थियों से इस बारे में चर्चा करें कि ऋणात्मक विस्तारण में क्या होता है। क्या वे इस बात पर ध्यान देते हैं कि इस स्थिति में आकृति विस्तारण के केन्द्र के दूसरी तरफ़ है?

जब हम रेखाओं को विपरीत दिशा में खींचते हैं, तो इसे ऋणात्मक विस्तारण **(चित्र-36)** कहा जाता है।

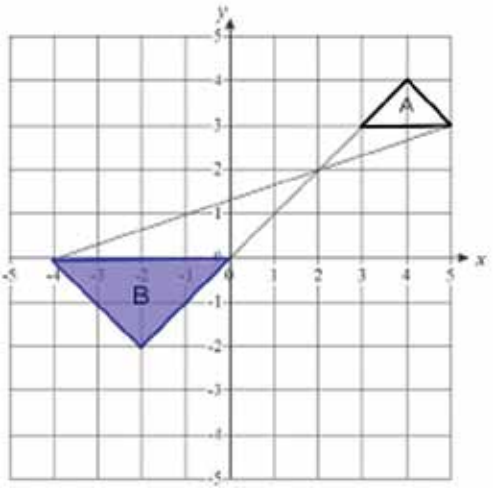


चित्र-36

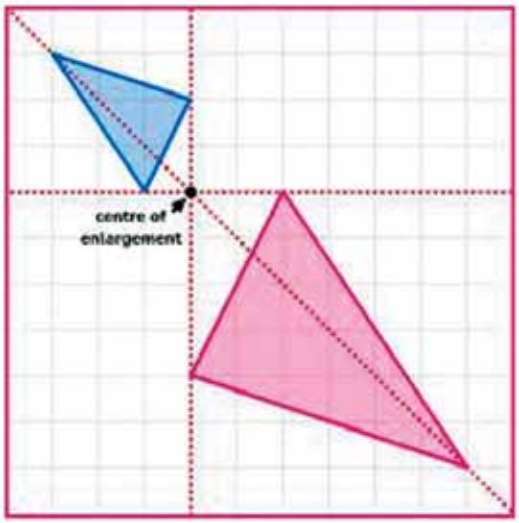
विद्यार्थियों से ऋणात्मक स्केल फैक्टर के अर्थ पर चर्चा करें।

ऋणात्मक स्केल फैक्टर-2, विस्तारण के केन्द्र से दोगुनी दूरी को इंगित करता है, लेकिन विपरीत दिशा में। यहाँ ऐसा एक उदाहरण दिया गया है।

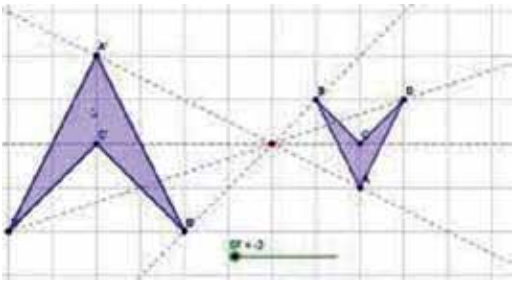
विद्यार्थियों को नीचे दिए गए चित्रों **(चित्र 37-39)** का ध्यान से अध्ययन करने को कहें।



चित्र-37



चित्र-38



चित्र-39

क्या विद्यार्थियों ने इस बात पर ध्यान दिया कि ऋणात्मक विस्तारण के कारण छवि पलट जाती है या उल्टी हो जाती है?

बच्चे एक पतंग जैसा चित्र बना सकते हैं और -3 के स्केल फैक्टर से इसमें ऋणात्मक विस्तारण करके देख सकते हैं।

क्या होता है जब स्केल फैक्टर 1 से अधिक होता है?

क्या होता है जब स्केल फैक्टर 1 के बराबर होता है?

क्या होता है जब स्केल फैक्टर -1 और 1 के बीच होता है?

ध्यान दें कि आकृति छोटी हो जाती है।

जब स्केल फैक्टर ऋणात्मक होता है तो क्या होता है?

जाँच-पड़ताल

विद्यार्थी किसी भी एक आकृति का चयन कर सकते हैं और विभिन्न विस्तारण केन्द्रों (बाहर की ओर, अन्दर की ओर, आकृति के ऊपर स्थित) के साथ एक समान धनात्मक स्केल का उपयोग करके आकृति के बड़े रूप बनाकर देख सकते हैं कि ऐसा करने से क्या बदलाव होता है।

इनमें क्या नहीं बदलता? आकार या आकृति?

क्या बदलता है? उनका स्थान।

वे ऋणात्मक स्केल फैक्टर के साथ भी प्रयोग करके देख सकते हैं।

आभार :

School Mathematics project (SMP) https://generic.wordpress.soton.ac.uk/smp2/access-to-smp/

Smile: https://mypages.iit.edu/~smile/mathinde.html

https://ng.siyavula.com/read/maths/jss3/similar-shapes/09-similar-shapes

पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली सह्याद्रि स्कूल (पुणे) और ऋषि वैली (आन्ध्र प्रदेश) में स्थित कम्युनिटी मैथ सेंटर में 1983 से काम कर रही हैं। यहाँ वह विभिन्न विषय पढ़ाती रही हैं, जैसे कि गणित, कम्प्यूटर अनुप्रयोग, भूगोल, अर्थशास्त्र, पर्यावरण अध्ययन और तेलुगू। 1990 के दशक में, उन्होंने चेन्नई के प्रसिद्ध गणित शिक्षक स्वर्गीय श्री पी. के. श्रीनिवासन के साथ मिलकर काम किया था। वह उस टीम का हिस्सा थीं जिसने ऋषि वैली रूरल सेंटर के मल्टीग्रेड एलिमेंट्री लर्निंग प्रोग्राम को बनाया था। इस प्रोग्राम को 'स्कूल इन ए बॉक्स' के नाम से जाना जाता है। पद्मप्रिया से padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

यह अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय तथा कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेंटर, ऋषि वैली की संयुक्त पत्रिका Azim Premji University At Right Angles (a resource for school mathematics) नवम्बर 2022 में प्रकाशित Math Projects : Scale Drawings का हिन्दी अनुवाद है।

अनुवाद : निदेश सोनी

पुनरीक्षण एवं कॉपी एडीटिंग : कविता तिवारी

सम्पादन : राजेश उत्साही