ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕದ 1/n ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

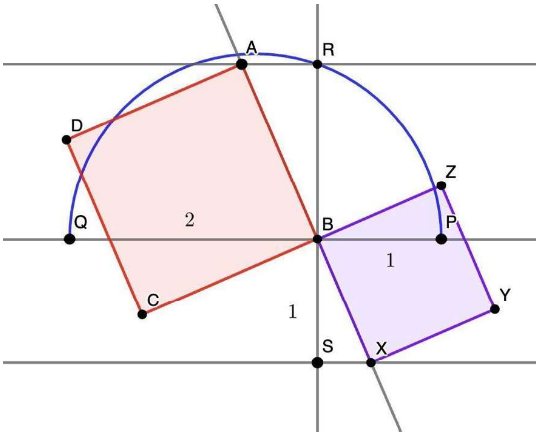
ದೀಕ್ಷಾ ಸಿನ್ಹಾ

ಪುಟ 26 ರಲ್ಲಿ ಉಲ್ಲೇಖಗೊಂಡ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಮೊದಲಿಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಇಳಿಸುವ ರಚನೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.

ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಗೊತ್ತಿರದ ದತ್ತ ಚೌಕವಾಗಿರಲಿ.. PB = BS = 1 ಮಾನ, ಮತ್ತು BQ = 2 ಮಾನಗಳಾಗಿರಲಿ. PRQ P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಅರ್ಧವೃತ್ತವಾಗಿರಲಿ.

XYZB ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ABCD ಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇದೆಯೇ?.



ಚಿತ್ರ 1

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಮತ್ತು ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಮ್ಮ ಲೇಖಕರೊಬ್ಬರು ನೀಡಿದ್ದು ಅದು ನಮ್ಮನ್ನು ಆಲೋಚನೆಗೆ ಹಚ್ಚಿತು. ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೊತ್ತು ಗಮನವಿಟ್ಟು ನೋಡಿ. XYZB ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ABCD ಚೌಕದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇದೆಯೇ? ಹೌದಾದರೆ ಏಕೆ?

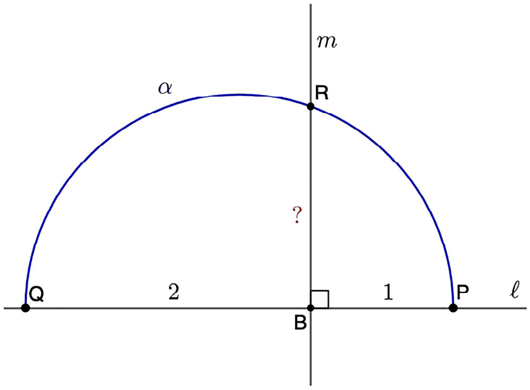
ನಾವಿಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ನಾವು ಗಣಕಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ (computational thinking) ಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ನೋಡೋಣ. ಇದು ಮೊದಲ ಹಂತ :

ಸಮಸ್ಯೆಯ ಹೇಳಿಕೆ: ಚೌಕ XYZB ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಇಲ್ಲಿರುವ ಚೌಕ ABCD ಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇದೆಯೇ? ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಏಕೆ?

ನಾವು ಹಂತಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ನೋಡೋಣ: QB = 2 ಮಾನಗಳು ಮತ್ತು PB = BS = 1 ಮಾನವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

x ಚದರ ಮಾನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಕೊಟ್ಟರೆ ನಾವು x/2 ಚದರ ಮಾನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ. ಅಂದರೆ, ನಮಗೆ $\sqrt{x}$ ಮಾನದ ರೇಖಾಖಂಡ ನೀಡಿದಾಗ ನಾವು $\sqrt{\frac{x}{2}}$ ಮಾನದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬಯಸುವ ಬಗೆಯ ಸಮಸ್ಯೆ ಇದು ಎಂದು ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಗ್ರಹಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 2

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ನಿರ್ಮಾಣ, ಅಲ್ಪಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ, ತರ್ಕಿಸುವುದು.

ಹಂತ 1. l ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ P, B ಮತ್ತು Q ಎಂಬ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಂದರೆ B ಬಿಂದು P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವೆ ಇರಲಿ. QB = 2 ಮಾನಗಳು ಮತ್ತು PB = 1 ಮಾನ.

ಹಂತ 2. PQ ಅನ್ನು ವ್ಯಾಸವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ 3. l ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು B ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ m ರೇಖೆಯು Rನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ (ಚಿತ್ರ 2 ನೋಡಿ)

BR ನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ?

ಲಂಬಕೋನ ΔPBR ದಿಂದ, PR2 = PB2 + RB2.

ಲಂಬಕೋನ ΔRBQ,ದಿಂದ QR2 = RB2 + BQ2.

ಲಂಬಕೋನ ΔPRQ ದಿಂದ, PQ2 = PR2 + RQ2

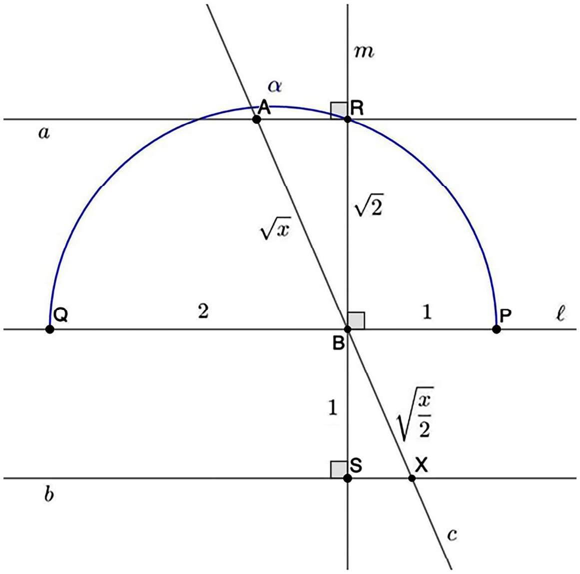
(∠PRQ ಅರ್ಧವೃತ್ತದಲ್ಲಿದ್ದು ಆ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ನಾವು ಈ ಮೂರು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ BR = √2 ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಬಹುದು.

ಹಂತ 4. BS = 1 (ಚಿತ್ರ 3 ನೋಡಿ) ಇರುವಂತೆ l ನ ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ m ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಂದು S ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ಹಂತ 5. R ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ l ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಮತ್ತು S ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ l ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ 6. ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು A ಅನ್ನು ಆರಿಸಿ ಮತ್ತು c ರೇಖೆಯ ಮೂಲಕ B ಮತ್ತು A ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. c ಯು b ಯನ್ನು X ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

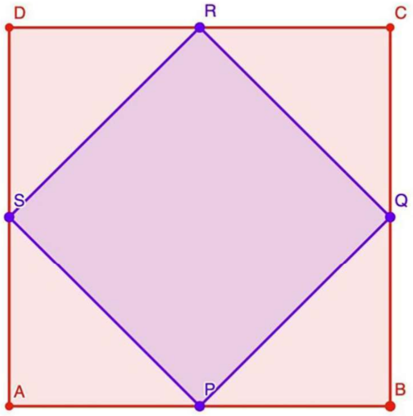


ಚಿತ್ರ 3

ಈಗ ΔARB ಮತ್ತು ΔXBS ಸದೃಶ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, AB = √ x ಮಾನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಆಗ BX = x √ 2 ಮಾನಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ AB ಮತ್ತು XB ಗಳಿರುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ನಾವು AB ಯನ್ನು ಬಾಹುವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವು XB ಯನ್ನು ಬಾಹುವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕದ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಹೀಗಾಗಿ, ಪರಿಹಾರದ ಹಂತಗಳನ್ನು ವಿಘಟಿಸುವ ಮೂಲಕ, XYZB ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕ ABCD ಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಎಂದು ನಾವು ನಿರ್ಣಯಿಸುತ್ತೇವೆ.

ದತ್ತ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಬಹುದಾದ ಚೌಕಗಳ ಸರಳ ರಚನೆಗಳಿವೆ ಎಂದು ಓದುಗರು ಈಗಾಗಲೇ ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 4). ಇಲ್ಲಿ ABCD ದತ್ತ ಚೌಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು P, Q R ಮತ್ತು S ಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ. ಆದರೂ 2 ರ ಬದಲಿಗೆ BQ = n ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಚೌಕದ 1/n ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಮೇಲಿನ ರಚನೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು (ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆ 1 ನ್ನು ನೋಡಿ).



ಚಿತ್ರ 4

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಏಕೆ ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕು? ಈ ರಚನೆಯು ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಿನದನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಎಂದು ನಮ್ಮ ಭಾವನೆ! ತಾವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲೆಂದು ನಾವು ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ.

ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

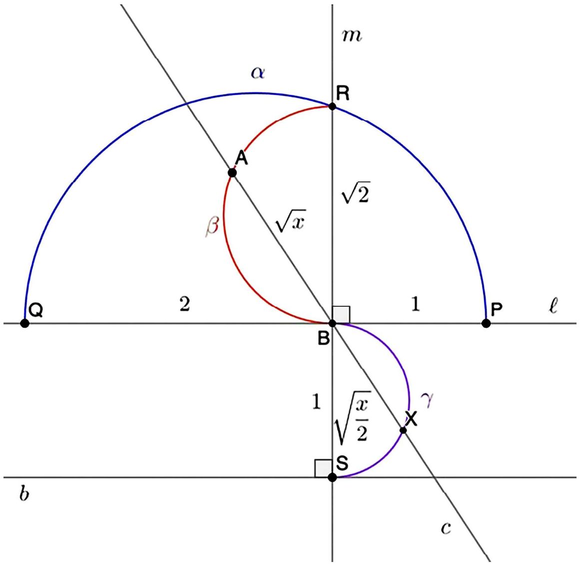
1. ನಾವು BQ = n ಮಾನಗಳು ಎಂದು ಪರಿಭಾವಿಸಿದರೆ, BR ನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? BX ನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? ABCD ಮತ್ತು XYZB ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತ ಏನು?

2. AB ಬಾಹುವು BR ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಮೇಲಿನ ರಚನೆ ಕಾರ್ಯಸಾಧು ಎನಿಸುತ್ತದೆ. AB<BR ಆಗಿದ್ದರೆ ಆಗ? ಈ ಸಾಧ್ಯತೆಗೂ

ಸರಿಹೊಂದಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮೇಲಿನ ರಚನೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಮಾರ್ಪಡಿಸಬೇಕಷ್ಟೇ (ಚಿತ್ರ 5). ಕೆಳಗಿನ ರಚನೆಯು ಏಕೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು ವಾದಸರಣಿಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ β ಎಂಬುದು B ಮತ್ತು R ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಅರ್ಧವೃತ್ತವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು γ ಎಂಬುದು B ಮತ್ತು S ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರುವ ಅರ್ಧವೃತ್ತವಾಗಿದೆ.

3. ನಾವು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅರ್ಧಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಲು ಬಯಸಿದರೆ ಮೇಲಿನ ರಚನೆಗಳು ಕಾರ್ಯಸಾಧುವಾಧುವೇ? ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ? ನಿಯಮಿತ 13–ಭುಜಾಕೃತಿ? ಒಂದು ವೃತ್ತ?
4. ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ರಚನೆಗಳು ನೀಡಿದ ಆಕಾರಕ್ಕೆ ಹೋಲುವ ಆಕಾರವನ್ನು ನೀಡಿದರೆ ಮತ್ತು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಆಕಾರದ 1/n ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ನೀವು ವಾದಿಸಬಹುದೇ?

   ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಆಯಾಮಗಳ ಆಕೃತಿ ನೀಡಿದಾಗ, ಮೇಲಿನ ರಚನೆಗಳು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಕೃತಿಗೆ ಸದೃಶವಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ ಮತ್ತು ಅದರ 1/n ರಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆಯೇ ಎನ್ನುವ ಕುರಿತಾಗಿ ನೀವು ವಾದಸರಣಿ ಮಂಡಿಸಬಹುದೇ?



ಚಿತ್ರ 5

ದೀಕ್ಷಾ ಸಿನ್ಹಾ ಅವರು ನವಿ ಮುಂಬೈನಲ್ಲಿರುವ ಪೋದ್ದರ್ ಇಂಟರ್‌ನ್ಯಾಷನಲ್ ಸ್ಕೂಲ್ CIE ನೆರೂಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಹತ್ತನೆಯ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ. ಗಣಿತದ ಬಗೆಗಿನ ಉತ್ಸಾಹ ಮತ್ತು ಒಲವು ಇವೆರಡೂ ಈಕೆಯನ್ನು USA ಮೂಲದ RAM ಫೌಂಡೇಷನ್ ಮತ್ತು ಮ್ಯಾಥ್‌ಪಾತ್‌ನ "ರೈಸಿಂಗ್ ಎ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಷಿಯನ್" ತರಬೇತಿ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸಕ್ರಿಯವಾಗಿ ಭಾಗವಹಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿವೆ. ಇವರ ಇ ಮೈಲ್ ವಿಳಾಸ: dictionarycube@gmail.com

ಅನುವಾದ: **ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್** | ಪರಿಶೀಲನೆ: **ಮಧುಕರ ಎಸ್. ಪುಟ್ಟಿ**