

बोतलों में भिन्न

भिन्न पढ़ाने पर बातचीत

नरेन्द्र कोठियाल एवं मैथ स्पेस

Chat



Narender Kothiyal
available

Search

Last chats

-  Sophia typing...
-  Maaya
-  Sanjay
-  Zoya
-  Narender Kothiyal
-  Swati
-  Arddhendu
-  Ashok
-  Rudresh
-  Sandeep

Math Space
Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kothiyal

Messages Participants

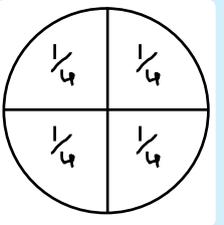
 Sophia

नमस्ते दोस्तो! मैं अगले सप्ताह कक्षा-6 के बच्चों को भिन्न पर अध्याय पढ़ाने जा रही हूँ। भिन्न से सम्बन्धित विषय पढ़ाने का यह मेरा पहला मौक़ा है। खासकर, मैं भिन्नो को दृश्यात्मक रूप से दर्शाना, भिन्नो की तुलना करना और भिन्नो को जोड़ना सिखाना चाहती हूँ।

मेरे विद्यार्थियों को भिन्नो की कुछ समझ है। जैसे कि किसी आकृति को दो बराबर भागो में या चौथाई भागो में बाँटना या किसी आकृति के कुछ हिस्सो को रँगना। उदाहरण के लिए, वे 8 बराबर भागो में बाँटे किसी आयत के $\frac{3}{8}$ हिस्सो को रँग लेते हैं।

उन्हें किसी पूर्ण (या पूर्ण समूह) के हिस्सो को पता करने की बुनियादी समझ भी है। उदाहरण के लिए, अगर सीमा ने एक दर्जन केलों में से 2 केले खा लिए, तो सीमा ने केलों का कितना हिस्सा खाया?

 Maaya



मैं रोटियों का इस्तेमाल करती हूँ।

Write your message...

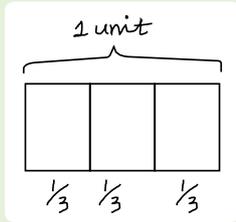


Math Space

Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kothiyal

Messages Participants

SA Sanjay



मैंने आयतों का इस्तेमाल किया, जो लम्बाई में छोटे बराबर आयतों में विभाजित होते हैं। अगर हम इस तरह से विभाजित करते हैं, तो न सिर्फ क्षेत्रफल, बल्कि लम्बाई भी विभाजित हो जाती है।

SO Sophia

बच्चे भिन्नो की मानसिक छवि कैसे बनाते हैं? वे क्या विभाजित होते हुए देखते हैं? क्या वे हिस्सों को एक-आयामी मात्राओं (लम्बाई, परिधि) के तौर पर देखते हैं या दो-आयामी मात्राओं (क्षेत्रफल) के तौर पर?

SA Sanjay

हाँ, एक-आयामी...

MA Maaya

मुझे लगता है दो-आयामी।

SO Sophia

क्या किसी ने तीन आयामी मात्राओं, आयतन? धारिता? को आजमाकर देखा है?

ZO Zoya

मैं एक अलग तरीका अपनाया था। मैंने खाना बनाने में इस्तेमाल होने वाले भिन्नो (हिस्सों) का इस्तेमाल किया।



पैमाना चम्मच जिन भिन्नो (हिस्सों) को मापते हैं, वे उन पर लिखे हुए हैं। इससे विद्यार्थियों के लिए यह समझना आसान हो जाता है कि यहाँ अंश और हर का असल में क्या अर्थ है।

SO Sophia

यह दिलचस्प है! मैं यह समझ गई कि इससे भिन्नो की तुलना करने में कैसे मदद मिलती है, लेकिन इसका इस्तेमाल भिन्नो पर संक्रियाओं को समझने के लिए कैसे किया जा सकता है?

NK

Write your message...



Math Space
Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kathiyal

Messages Participants

SA Sanjay
मुझे सन्देश है कि पैमाना चम्मचों से भिन्नो के जोड़ और घटा को समझने में मदद मिल सकती है।

 1

You
माफ़ी चाहता हूँ, मैं इस दिलचस्प चर्चा से वंचित रह गया। मैंने उपरोक्त टीएलएम की बजाए बोतलों का इस्तेमाल किया था, और यह काम कर गया था।

SA Sanjay
बोतलें?



क्या आपका मतलब मापने वाले मर्तबानों से है?

You
नहीं! मैंने प्लास्टिक की साधारण बोतलों का इस्तेमाल किया। दरअसल इससे विद्यार्थियों को दो भिन्नो के योग को 'समझने' में मदद मिलती है।

MA Maaya
मैं इसे लेकर उत्सुक हूँ। कृपया थोड़ा और विस्तार से बताइए।

You
मैंने ऐसा करने के लिए कागज़ के मोड़, भिन्न दीवारों (fraction walls) और बोतलों का इस्तेमाल किया था।

भिन्न दीवारों का इस्तेमाल करने की वजह से उन्हें पहले से ही पता था कि $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ है, और किस तरह से हर के बढ़ने के साथ हिस्सा कम हो रहा है। वे इन बातों को सत्यापित भी कर पा रहे थे।

MA Maaya
मैं कागज़ को मोड़कर ऐसा करती हूँ... लेकिन, बोतल से ऐसा कैसे किया जा सकता है?

You
बोतलों से! बहुवचन। 😊

SO Sophia
माफ़ी चाहती हूँ, मैंने अभी-अभी आपके सन्देश देखे। मैं थोड़ी भ्रमित हूँ। क्या आप मुझे वे बोतलें दिखा सकते हैं, जिनका आपने इस्तेमाल किया था?

NK Write your message...



Math Space

Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kothiyal

Messages Participants

You



बिल्कुल। ये रहीं वे।

SO Sophia

आप समझाएँ, उसके पहले मुझे आपके आयडिया को खुद समझने की कोशिश करने दें। 🤔

ZO Zoya

अहा! मुझे लगता है कि मैं समझ गई कि यहाँ आपने क्या किया।

SO Sophia

बोतलों से आपका मतलब केवल उनके लम्बे बेलनाकार हिस्सों से है ना? ऊपर के शंक्वाकार हिस्से को इसमें नहीं शामिल किया जाएगा। यहाँ पर, ऊँचाई या आयतन को पूर्ण माप माना जा सकता है।



ZO Zoya

हाँ! ऐसे में कागज़ की एक पट्टी बेलनाकार हिस्से में चिपकाई जा सकती है। कागज़ की पट्टी को $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ और में विभाजित करना आसान है, बस इसे मोड़कर निशान लगा दीजिए। लेकिन इससे $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{5}$ आदि ... कैसे दिखाएँगे?

SO Sophia

क्या सिर्फ़ प्रिन्टआउट ले लें?

You

असल में मैंने और कुछ नहीं किया। ऊँचाई को n बराबर भागों में विभाजित करने के लिए सरल से साधन – परकार (compass) और पैमाने (ruler) – का इस्तेमाल किया।

SA Sanjay

लेकिन @Narender जी, आपने इन बोतलों का इस्तेमाल कैसे किया?

You

मैंने इनका इस्तेमाल निम्नलिखित अवधारणाओं को देखकर और खुद करके सीखने के लिए किया।

- समतुल्य भिन्न, जैसे कि $= \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
- भिन्नों की तुलना करना, जैसे कि $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$
- भिन्नों को जोड़ना और घटाना, जैसे कि $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

NK

Write your message...



Math Space

Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kathiyal

Messages Participants

SO

Sophia

दो अलग-अलग बोतलों का इस्तेमाल करके?

You

हाँ। दरअसल, हमें एक ही आकार की तीन बोतलों की ज़रूरत होगी।

देखिए, जब हम $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ को लेते हैं, तो अधिकतर विद्यार्थियों को यह बहुत अमूर्त और निरर्थक लगता है। लेकिन बोतलों के मामले में, हम बोतल में भरी पानी की $\frac{2}{3}$ मात्रा और $\frac{1}{4}$ मात्रा ले पाते हैं।

तब, जब हम इन दो बोतलों से पानी को एक तीसरी बोतल में मिलाने हैं तो यह $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ होता था। यह जोड़ उन्हें समझ आता है।

MA

Maaya

अहा! यह तो बहुत दिलचस्प है।

SO

Sophia

और वे देख पाते होंगे कि जोड़ एक उचित भिन्न (proper fraction) था...

MA

Maaya

क्योंकि पानी बोतल से बाहर बहा नहीं, इसका मतलब पानी का स्तर 1 के निशान से नीचे था।

SO

Sophia

@Narender जी, क्या आपने $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ को आजमाया?

You

नहीं, मैंने ऐसे भिन्नों को चुना जिनका योग एक से कम हो।

ZO

Zoya

$\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ पर विचार करना दिलचस्प होगा। 😊

SO

Sophia

कागज़ भीगेगा नहीं?

You

भीगेगा, पर पेंसिल के निशान भीगने पर फैलते नहीं हैं।

MA

Maaya

यह कारगर होना चाहिए। क्या आपको योग भिन्न के रूप में मिला?

Write your message...

अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी एट राइट एंगल्स, नवम्बर 2024

37



Math Space

Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kothiyal

Messages Participants

You

दरअसल हाँ! हमने $\frac{2}{3}$ और $\frac{1}{4}$ के लिए समान हर की चर्चा की और हमें 12 मिला। तो, तीसरी बोतल 12 बराबर भागों में बाँटी गई। जब हमने $\frac{2}{3}$ और $\frac{1}{4}$ को इसमें उड़ेलना, तो पानी का स्तर $\frac{11}{12}$ पर था!



$\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}$ और को दर्शाती 500 मिलीलीटर पानी की बोतल



$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}$ को दर्शाती 500 मिलीलीटर पानी की बोतल

SO Sophia

दरअसल, $\frac{2}{3}$ को उड़ेलने के बाद, आप देख सकते हैं कि $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

SA Sanjay

यह काफ़ी दिलचस्प है।

SO Sophia

हाँ! हम हरेक बोतल पर कई पैमाने रख सकते हैं, तीन पट्टियों को क्रमशः 4, 8 और 12 बराबर भागों में बाँट सकते हैं...

ZO Zoya

यह दर्शाएगा $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$ और $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

SO Sophia

इसके साथ ही, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12}$ दर्शाएगा।

ZO Zoya

बिल्कुल!

SO Sophia

और $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ और $\frac{1}{12}$ के लिए दूसरी बोतल पर तीन पट्टियाँ।

NK

Write your message...



Math Space

Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kothiyal

Messages Participants

ZO

Zoya

तो फिर, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ भी होगा।

SO

Sophia

हाँ, और जब आप $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ को $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ से जोड़ते हैं, तो आप इसे $\frac{11}{12}$ तक बढ़ते हुए देखते हैं।

MA

Maaya

@Narender जी, विद्यार्थियों की प्रतिक्रिया कैसी थी?

You

बोतलों को विभिन्न स्तरों तक भरकर स्वयं करके देखने के इस अनुभव से उन्हें ज्यादा स्पष्टता आई। $\frac{2}{3}$ या $\frac{3}{5}$ अमूर्त चिह्न नहीं रह गए थे, बल्कि कुल लम्बाई के सन्दर्भ में वास्तविक मात्राएँ थीं। दो भिन्नो का योग करने का एक उद्देश्य था। और इस तरह से उनकी उत्सुकता बढ़ी।

SO

Sophia

बहुत बढ़िया! मैंने कभी भी धारिता या तरल पदार्थ के आयतन के तौर पर भिन्नो को अनुभव नहीं किया... इसका इस्तेमाल करने की इच्छुक मुझ जैसी नई शिक्षिका का मार्गदर्शन आप कैसे करेंगे?

You

पहला नियम यह है कि एक ही आकार और आकृति की बोतलें एकत्र करना शुरू किया जाए... जिनकी तली बेलनाकार हो...





SO

Sophia

बहुत बढ़िया।

मैंने इन बोतलों के साथ प्रयोग किया है। ये कारगर हैं।

You



और ये वाली नहीं काम करेंगी।

NK

Write your message...



Math Space

Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kothiyal

Messages Participants

You

आप बेलनाकार हिस्से के सबसे ऊपरी किनारे पर निशान लगाएँ और ऊँचाई निकालें... अब, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, और सम्भव हो तो 15 के हर चुनें। हरेक हर के लिए कागज़ की पट्टी बनाएँ, कुल 9 पट्टियाँ बनाएँ और उन्हें बराबर भागों में बाँटें— क्रमशः आधे, एक तिहाई, एक चौथाई, पाँचवें, छठवें, आठवें, दसवें, बारहवें और पन्द्रहवें में... अब, एक बोतल पर 5, 10 और 15 बराबर भागों में बँटी पट्टियाँ चिपकाएँ, दूसरी बोतल पर 3-6-12-15 भागों में बँटी पट्टियाँ चिपकाएँ, तीसरी पर 2-4-8-12 भागों में बँटी...

SA Sanjay

@Narender जी, आपने कौन-सी कक्षा के बच्चों के साथ यह किया?

You

कक्षा-7

SO Sophia

बहुत बढ़िया!

You

और कक्षा में भिन्न दीवार लगाने से मदद मिलती है...

MA Maaya

हाँ, इससे समतुल्य भिन्नों की पहचान करने में मदद मिलती है।

SO Sophia

क्या आपने भिन्नों का घटाना सिखाने के लिए भी इसका इस्तेमाल किया?

SA Sanjay

क्यों नहीं? $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$ को आजमाकर देखिए।

SO Sophia

हम्म... आप पहली बोतल में $\frac{3}{5}$ भरते हैं, फिर दूसरी बोतल में $\frac{1}{2}$ उड़ेलते हैं। पानी का शेष आयतन $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$ को दर्शाता है।

SA Sanjay

क्या इसे इतने पर ही खत्म हो जाना चाहिए?

SO Sophia

बेशक नहीं। विद्यार्थी पहले ही देख रहे होंगे कि $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ और $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ । तो उड़ेलने से पहले मैं उनसे उत्तर का अन्दाज़ा लगाने को कह सकती हूँ और वे सत्यापित कर सकते हैं कि उत्तर दरअसल $\frac{1}{10}$ है।



4

NK

Write your message...



Math Space
Sophia, Maaya, Sanjay, Zoya, Narender Kothiyal

Messages Participants

ओह! मैं इसे अपनी कक्षा में करने के लिए उत्सुक हूँ।

SA Sanjay
इसके साथ ही, अगर आप मुख्य गतिविधि के लिए 1 लीटर की बोतलों का इस्तेमाल करें और साथ में 2 लीटर और 500 मिलीलीटर की बोतलें रखें, तो दोगुना करना और आधा करना सीधे-सीधे किया जा सकता है।

You
अब हम बात कर रहे हैं। @Sophia उम्मीद है कि इस चर्चा से आपको पाठ योजना बनाने में मदद मिली होगी। कक्षा के बाद अपना अनुभव साझा कीजिएगा।

SO Sophia
बिल्कुल! मेरी मदद करने के लिए आप सबका बहुत-बहुत धन्यवाद। मैं पानी की बोतलों को ढूँढ़ना शुरू करती हूँ।

4

Write your message...

सम्पादकीय टिप्पणी

उपरोक्त चर्चा अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय के मैथ स्पेस में हुई बातचीत का एक काल्पनिक प्रस्तुतीकरण है। हमने चर्चा को इस तरह से संशोधित किया है कि यह मैसेजिंग ऐप में चैट की तरह लगे।



नरेन्द्र कोठियाल अप्रैल 2013 से अज़ीम प्रेमजी स्कूल, उत्तरकाशी में कार्यरत हैं। वे प्राथमिक और उच्च प्राथमिक कक्षाओं में गणित पढ़ाते हैं। अज़ीम प्रेमजी स्कूल में आने से पहले वे देहरादून में विभिन्न विद्यालयों में शिक्षण क्षेत्र से जुड़े रहे हैं। उन्हें कहानी की पुस्तकें पढ़ने का शौक है। उनसे narender.kothiyal@azimpremjifoundation.org पर सम्पर्क किया जा सकता है।

मैथ स्पेस अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय की एक गणित प्रयोगशाला है जो स्कूलों, शिक्षकों, अभिभावकों, बच्चों, स्कूली शिक्षा और शिक्षक प्रशिक्षकों के साथ काम करने वाले गैर-सरकारी संगठनों को सेवाएँ प्रदान करती है। यह गणित की विभिन्न शिक्षक सहायक सामग्रियों (mat(h)erials) और उनकी सम्भावनाओं को तलाशती है, उसी के साथ इनके कम लागत वाले संस्करण, जो कबाड़ से बनाए जा सकते हैं, को भी खोजती है। यह गणित से डरने या नफ़रत करने वालों और साथ-ही-साथ गणित प्रेमियों, को सम्बोधित करने का प्रयास करती है। यह एक ऐसा स्थान है जहाँ कई लोगों के साथ चर्चा से विचार उत्पन्न होते हैं और विकसित होते हैं। मैथ स्पेस को आप mathspace@apu.edu.in पर लिख सकते हैं।

अनुवाद : शहनाज़ पुनरीक्षण : प्रतिका गुप्ता