ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ – ನಿಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ವಿಧಾನ!

ಸಂದೀಪ್ ದಿವಾಕರ್

ಈಗ ಕೆಲವು ವರ್ಷಗಳಿಂದ ನನಗೆ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಾಗೂ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳೊಂದಿಗೆ ಕೆಲಸಮಾಡುವ ಹಲವು ಅವಕಾಶಗಳು ಪ್ರಾಪ್ತವಾಗಿವೆ. ನಮ್ಮ ಗಣಿತ ಸಭೆಗಳು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮುದ ನೀಡುವಂತೆ ದಿನನಿತ್ಯದ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಗಣಿತದ ಒಗಟುಗಳನ್ನು / ಗಣಿತವಿನೋದದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಈ ಸಭೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೇಳುವ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ನಾನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ. ಯಾರಾದರೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿದರೆ, ಪರಿಹಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಹಾಗೂ ಆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಹಿಂದಿರುವ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾನು ಸದಾ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಅಂತಹ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಇಂತಿದೆ:

ತೋಟದ ಮನೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಒಂದಷ್ಟು ಮೊಲಗಳು ಹಾಗೂ ಕೋಳಿಗಳಿವೆ. ತೋಟದ ಮೇಲ್ವಿಚಾರಕನನ್ನು ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋಳಿಗಳು ಹಾಗೂ ಮೊಲಗಳಿವೆ ಎಂದು ಯಾರೋ ಕೇಳುತ್ತಾರೆ. ಅದಕ್ಕೆ ಅವನು, "ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಕೋಳಿಗಳು ಮತ್ತು ಮೊಲಗಳಿವೆ ಎಂದು ನನಗೆ ತಿಳಿಯದು, ಆದರೆ ಅಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 100 ತಲೆಗಳು ಮತ್ತು 250 ಕಾಲುಗಳಿರುವುದಂತೂ ನಿಜ" ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ತೋಟದ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮೊಲಗಳು ಹಾಗೂ ಕೋಳಿಗಳು ಇವೆಯೆಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? [1]

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿದಾಗಲೆಲ್ಲಾ, ಉತ್ತರಿಸುವವರು ವಯಸ್ಕರು, ಇಲ್ಲ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳು ಅಥವಾ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿರಬಹುದು, ಬಹುತೇಕ ಮಂದಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಊಹಿಸಲು ನೋಡಿ, ಅದನ್ನು"ಅಂದಾಜಿಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸು"ವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಅವರು, ಅಲ್ಲಿ 20 ಕೋಳಿಗಳು ಹಾಗೂ 80 ಮೊಲಗಳಿದ್ದರೆ 100 ತಲೆಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ, ಇದು 240 ಕಾಲುಗಳನ್ನಷ್ಟೇ ನೀಡುವುದರಿಂದ ಅವರು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ಊಹೆಯನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಬೇಕಾಗುವ ಅವಶ್ಯಕತೆಯನ್ನು ಕಾಣುತ್ತಾರೆ. ಈಗ ಅವರು ಮೊಲಗಳ ಮತ್ತು ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿ, ಮತ್ತೆ ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ, 100 ತಲೆಗಳು ಹಾಗೂ 250 ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಇದನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಧಾನಗಳು ಇವೆಯೇ ಎಂಬ ಸವಾಲಿಗೆ ಬೀಜಗಣಿತದ ಪರಿಚಯ ಇರುವ ಕೆಲವು ವಯಸ್ಕರು, ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳು ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಒಡನೆಯೆ $x + y = 100$ ಮತ್ತು $2x + 4y = 250$ (ಇಲ್ಲಿ x ಎಂಬುದು ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ y ಎಂಬುದು ಮೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ) ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು

ಸಂಯೋಜಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಅವರು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಆದೇಶಿಸುವ, ವರ್ಜಿಸುವ ಅಥವಾ ಒರೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಿ, ಇವನ್ನು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಮೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆದರೆ, ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 100 – x ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ 4x + 2 (100 − x) = 250 ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣವು ದೊರೆತು, x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಕೊಂಡರೆ ಮೊಲ ಮತ್ತು ಕೋಳಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿ 50 ಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ತಂಡಗಳೊಡನೆ ಕಾರ್ಯನಿರತನಾದ ನಾನು, ಹೆಚ್ಚು-ಕಡಿಮೆ ಎಲ್ಲರೂ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ "ಅಂದಾಜಿಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸು"ವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಅಥವಾ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣದ ವಿಧಾನದ ಮೊರೆಹೋಗುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದೆ. ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಥವಾ ಬೀಜಗಣಿತದ ಪರಿಚಯ ಇರುವವರು ಒಡನೆಯೇ ಔಪಚಾರಿಕ ವಿಧಾನವನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಇದಕ್ಕೆ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿ, ಬೀಜಗಣಿತದ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಒಲ್ಲದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಹಾಗೂ ವಯಸ್ಕರ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ "ಅಂದಾಜಿಸಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸು"ವ ವಿಧಾನವೇ ಮೇಲುಗೈ ಆದದ್ದನ್ನು ನಾನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇನೆ.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಯಾವ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿದರೆ ಸೂಕ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರೂ ಇದೊಂದು ಕ್ಲಿಷ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆಯೆಂದೂ, ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಅರಿಯದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುವುದು ತರವಲ್ಲವೆಂದೂ ತಮ್ಮ ನಿರ್ಧಾರವನ್ನು ಒಕ್ಕೊರಲಿನಿಂದ ಅನುಮತಿಸಿದರು. ಆರು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೂ ಮೇಲಿನ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳುವುದು ಕ್ಷೇಮಕರವೆಂದು ಅವರು ಸಲಹೆಯಿತ್ತರು.

ಆದರೆ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳ ಕೆಲವು ತಂಡಗಳಿಗೂ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಅವರಲ್ಲಿ ಬಹಳಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ. ಅವರು, ತಮಗೆ ಕೂಡಬೇಕೋ, ಕಳೆಯಬೇಕೋ, ಗುಣಿಸಬೇಕೋ ಅಥವಾ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಬೇಕೋ ಎಂದು ನೇರವಾಗಿ ಸೂಚಿಸದ ಈ ಲೆಕ್ಕ ಕಷ್ಟಕರವೆಂದು ಹೇಳಿದರು. ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳು ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ನೋಡಿದರಾದರೂ, ಸ್ವಲ್ಪ ಹೊತ್ತು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ, ಇದೊಂದು ಕಷ್ಟವಾದ ಲೆಕ್ಕವೆಂದು ಕೈ ಚೆಲ್ಲಿದರು.

ಈ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ನಾನು ನಿರತನಾಗಿದ್ದಾಗ ಇಬ್ಬರು-ಮೂವರು ಮಕ್ಕಳ ಉತ್ತರಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದ್ದು, ಅವರ ವಿಧಾನಗಳು ಅಪೂರ್ವವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾನು ಗಮನಿಸಿದೆ. ಇವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನನ್ನು ಅವನ ವಿಧಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಕೇಳಿದಾಗ ಅವನು ತನ್ನದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, "ನೋಡಿ ಸರ್, ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಮೊಲ ಮತ್ತು ಕೋಳಿಗಳಿವೆ. ಮೊಲಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು

ಕಾಲುಗಳಿದ್ದು, ಕೋಳಿಗಳಿಗೆ ಕೇವಲ ಎರಡು ಕಾಲುಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ ತಲೆಗಳ ಮೊತ್ತ 100 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ನನಗೆ 100 ಪ್ರಾಣಿಗಳಿವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಎರಡು ಕಾಲುಗಳನ್ನು ನೀಡಿದರೆ ಲೆಕ್ಕದ 250 ಕಾಲುಗಳಲ್ಲಿ 200 ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಇನ್ನೂ 50 ಕಾಲುಗಳು ಬಾಕಿ ಉಳಿಯುತ್ತವೆ. ನೀವೀಗ ಯಾವುದೇ ಪ್ರಾಣಿಗೆ ಒಂದು ಕಾಲು ಕೊಡಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ, ಯಾವುದೇ ಪ್ರಾಣಿಗೆ ಮೂರು ಕಾಲುಗಳಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಎರಡರ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ನಮಗೀಗ 50 ಕಾಲುಗಳು ಬೇಕಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ಪ್ರಾಣಿಗೂ ಎರಡು ಕಾಲು ಕೊಟ್ಟರೆ, ಕೇವಲ 25 ಪ್ರಾಣಿಗಳಿಂದ ನಮಗೆ 50 ಕಾಲುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಈ ರೀತಿ ನಾವು ಎರಡು ಕಾಲು ಕೊಡುವ 25 ಪ್ರಾಣಿಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ಕಾಲುಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಮೊಲಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅಲ್ಲಿ 25 ಮೊಲಗಳು ಇದ್ದು, ಉಳಿದ 75 ಕೋಳಿಗಳಾಗಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ."

ಈ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವ ವಯಸ್ಕರು, ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲಾ ಮಕ್ಕಳು ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳ ಮೊರೆ ಹೋಗುವುದು ಸರ್ವೇ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದರೂ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಸ್ತರದ ಮಕ್ಕಳು ಬಹಳಷ್ಟು ವಿನೋದದಿಂದ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯಿಸಿ, ತಮ್ಮದೇ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಲು ಮುಂದಾಗುತ್ತಾರೆ. ಈ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಮಕ್ಕಳು ಹೇಗೆ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ, ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸಲು ಅವರ ವಿಧಾನಗಳೂ ಸಹ ಗಣಿತೀಯ ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಹಾಗೂ ತರ್ಕಬದ್ಧ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಗೋಚರಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಡಿಟಿಪ್ಪಣಿ 1. ಈ ಒಗಟನ್ನು ಬಹುಕಾಲದ ಹಿಂದೆ ಎಲ್ಲೋ ಓದಿದ ಅಥವಾ ಕೇಳಿದ ನೆನಪು.

ಸಂದೀಪ್ ದಿವಾಕರ್ ಅವರು 2012ರಿಂದ ಮಧ್ಯಪ್ರದೇಶದ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಫೌಂಡೇಷನ್, ಭೋಪಾಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿ ಕೆಲಸ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಇವರಿಗೆ ಉನ್ನತ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಪಾಠಮಾಡಿರುವ ಅನುಭವವಿದ್ದು, ಇವರು ಭೋಪಾಲದ "ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಾ ಕೇಂದ್ರ"ದಲ್ಲಿ (SCERT) 15 ವರ್ಷಗಳ ಕಾಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಸಂದೀಪ್ ಅವರು ಶಿಕ್ಷಕ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಶಿಕ್ಷಕರು ಹಾಗೂ ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ SCF, ಪಠಪುಸ್ತಕಗಳು, ತರಬೇತಿ ಘಟಕಗಳು ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾ-ಬೋಧನಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುವ ಕೆಲಸದಲ್ಲಿ ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವರ ಲೇಖನಗಳು "ಶೈಕ್ಷಿಕ ಪಲಾಶ್", "ಪ್ರಾಥಮಿಕ್ ಶಿಕ್ಷಕ್", "ಶೈಕ್ಷಿಕ್ ಸಂದರ್ಭ್" ಇತ್ಯಾದಿ ನಿಯತಕಾಲಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿವೆ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: sandeep.diwakar@azimpremjifoundation.org

=================