ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು(Algorithms) ಬೋಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕುರಿತು ಕೆಲವು ಚಿಂತನೆಗಳು

ಅರ್ಧೇಂದುಶೇಖರ್ ದಾಸ್

ಹಲವು ಸರ್ಕಾರಿ ಹಾಗೂ ಸರ್ಕಾರೇತರ ಸಮೀಕ್ಷೆಗಳು ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿರುವಂತೆ, ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯು (NEP – 2020) ಮೂಲಭೂತ ಗಣಿತೀಯ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವಲ್ಲಿ ಇರುವ ತೀವ್ರಸ್ವರೂಪದ ಬಿಕ್ಕಟ್ಟೊಂದನ್ನು ಎತ್ತಿತೋರುತ್ತದೆ. ಇದೇಕೆ ತೀವ್ರರೂಪದ್ದಾಗಿದೆ? ಮೂಲಭೂತ ಗಣಿತೀಯ ಕೌಶಲಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಿಂದುಳಿದಾಗ ಅವರ ಕಲಿಕಾ-ಪಥವು ವರ್ಷಗಳವರೆಗೆ ಏರುಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಗಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಸದಾ ಅವರು ತಲುಪಬೇಕಾದ ಮಟ್ಟಕ್ಕೆ ಏರಲು ಆಗದೆ ಉಳಿಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಶಾಲೆಗೆ ಹೋಗದೇ ಇರಲು ಅಥವಾ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಶಾಲೆಯನ್ನು ತೊರೆಯಲು ಹಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಇದೊಂದು ಪ್ರಧಾನ ಕಾರಣವಾಗಿಬಿಟ್ಟಿದೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವು ಒಂದು ಮುಖ್ಯ ವಿಷಯ. ಆದರೆ, ದುರದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಬಹುತೇಕ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಮಕ್ಕಳು ಅದರೊಡನೆ ಹೆಣಗುತ್ತಾರೆ, ಅದರಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆ-ಮತ್ತೆ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಈ ಲೇಖನವು, ಪ್ರಾಥಮಿಕವಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಾಗ ಮಾಡುವ ತಪ್ಪುಗಳ ರೀತಿಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ, ಈ ತಪ್ಪುಗಳಿಗೆ ಇರಬಹುದಾದ ಕಾರಣಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಲು ಸೂಚಿಸಬಹುದಾದ ಬೋಧನಶೈಲಿಯ ವಿಷಯವಾಗಿ ತನ್ನ ಗಮನವನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ. ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ, ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆನೋಡುವ ಹಾಗೂ ಪದಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿವಿಧ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮಹತ್ತ್ವಕ್ಕೂ ಸಹ ಲೇಖನವು ಒತ್ತು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಶ್ನೆಯೊಂದರ ಮೂಲಕ ಆರಂಭಿಸೋಣ. ಮಗುವೊಂದು ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದ್ದರೆ ಅದು ತನಗೆ ದೊರೆತ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಸರಿಯಿದೆಯೇ ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡಲು ಸಾಧ್ಯವೆ? ಉತ್ತರವು ಹೌದು ಎಂದಾಗಿದ್ದು, ಅಂದಾಜಿಸುವ ಹಾಗೂ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಪರಿಶೀಲನೆಯ ಮೂಲಕ ಇದು ಸಾಧ್ಯ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ನಮ್ಮ ಬಹುತೇಕ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬೋಧನೆಯು ಈ ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ ಹಾಗೂ ತಾಳೆ ನೋಡುವ ವಿಚಾರದ ಬಗ್ಗೆ ಅಷ್ಟಾಗಿ ಗಮನಹರಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಂದಾಜುಮಾಡುವುದೆಂದರೆ, ನಿಖರತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಬೇಕಿರುವ ಅಂದಾಜು ಉತ್ತರವನ್ನು ಸ್ಥೂಲವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ಇದು ಉನ್ನತ ಮಟ್ಟದ ಚಿಂತನಾಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಬೇಡುತ್ತದೆ. ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡುವುದು ಒಂದು ಮಹತ್ತ್ವದ ಅಂಗವಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರದ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಸಮೀಪದ

ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆದು, ತಾವು ಪಡೆದ ಉತ್ತರದ ಸರಿಯೇ, ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡುತ್ತಾರೆ. ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಸಮೀಪದ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಅಂದಾಜಿಸುವುದಾಗಿದೆ. 242 ÷ 22 ಎಂಬ ಭಾಗಕಾರದ ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂದಾಜು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ. 242 ನ್ನು ಸಮೀಪದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದರೆ 240 ದೊರೆತು, 22ನ್ನು ಸಮೀಪದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿದರೆ 20 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಮಾನಸಿಕ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವು 240 ÷ 20, ಅಥವಾ, 24 ÷ 2 ಆಗಿ, ಉತ್ತರ 12 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, 242ನ್ನು 22ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಅಂದಾಜು ಉತ್ತರವು 12 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.[1] ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಸಮೀಪದ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಅಂದಾಜು ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ, ಹತ್ತರ ಘಾತಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಗ್ಗಿಯಲ್ಲಿ ಕುಶಲನಾಗಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರದ ಮತ್ತೊಂದು ಮುಖ್ಯ ಅಂಶವೆಂದರೆ, **ಉತ್ತರದ ತಾಳೆ ನೋಡುವುದಾಗಿದೆ**. ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ನಾವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾಜ್ಯ, ಭಾಜಕ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಹಾಗೂ ಶೇಷಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಬೇಕು. ಈ ಸಂಬಂಧವು ವಿವಿಧ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದರಿಂದ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು, ಭಾಜ್ಯ = ಭಾಜಕ x ಭಾಗಲಬ್ಧ + ಶೇಷ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿದೆ. ಅವರಿಗೆ ದೊರೆತ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಸರಿಯೆ, ಇಲ್ಲವೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಈ ಸಂಬಂಧದ ಪ್ರಯೋಜನ ಪಡೆಯಲು ಅವರನ್ನು ನಾವು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 517ನ್ನು 5ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೊಬ್ಬ ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿ 13ನ್ನು ಮತ್ತು ಶೇಷ 2ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ತನಗೆ ದೊರೆತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸರಿಯೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವನು ಈ ರೀತಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು:

(ಭಾಜಕ x ಭಾಗಲಬ್ಧ) + ಶೇಷ =(5 × 13) + 2 = 65 + 2 = 67

ಇದು ಭಾಜ್ಯ 517ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತನಗೆ ದೊರೆತ ಉತ್ತರ ಸರಿಯಿಲ್ಲವೆಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಜಾಗರೂಕನಾಗುತ್ತಾನೆ.

ಭಾಗಾಕಾರದ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮಹತ್ತ್ವ:

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪದಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಎದುರಿಸುವ ಸವಾಲೆಂದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಯಾವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಬಹುತೇಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿನ ನಿರ್ದೇಶಕ ಪದಗಳಿಂದ ಸೂಚನೆ ಪಡೆದು, ಆ ಪದಕ್ಕೆ ಸಂವಾದಿಯಾದ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಆದರೆ ಆ ಪದವು

ಸದಾ ಅದೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ದೇಶಿಸಿ, ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಲಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ. ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ನಾವು ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ:

ಉದಾಹರಣೆ 1: ನಾಲ್ಕು ಚೀಲಗಳಲ್ಲಿ 40 ಲಡ್ಡುಗಳನ್ನು ಸಮವಾಗಿ ತುಂಬಲಾಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಚೀಲದಲ್ಲೂ ಇರುವ ಲಡ್ಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಉದಾಹರಣೆ 2: ರಾಮು 40 ಲಡ್ಡುಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಡಬ್ಬದಲ್ಲಿ 10ರಂತೆ ಜೋಡಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನಿಗೆ ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಎಷ್ಟು ಡಬ್ಬಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಉದಾಹರಣೆ 1ರಲ್ಲಿ, ಸಮವಾಗಿ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯಾವಿಶೇಷಣವು ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಭಾಗಕಾರದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ, ಉದಾಹರಣೆ 2ರಲ್ಲಿ, ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದೇಶಕ ಪದ ಬಳಕೆಯಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಭಾಗಾಕಾರ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ವಿಭಿನ್ನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ನಾವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ಇಂತಹ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು "ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ"ಗೆ ಮತ್ತು "ಸಮ ಗುಂಪು"ಗಳಾಗಿಸುವಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ.

ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆ: ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ನಾವು ಪ್ರತಿ ಭಾಗವೂ ದತ್ತ ಪರಿಮಾಣದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಬುಟ್ಟಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ 6 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನು 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹಂಚಬೇಕಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೂ ಎಷ್ಟು ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ? ಎಲ್ಲಾ ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳನ್ನೂ ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚುವವರೆಗೂ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೂ ಒಂದೊಂದು ಮಾವಿನಹಣ್ಣನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾ ಸಾಗುವುದು ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇರುವ ಅತಿ ಸರಳ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ.

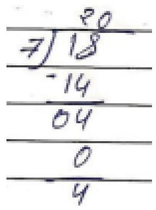
ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸುವಿಕೆ: ಈ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ದತ್ತ ಪರಿಮಾಣದಿಂದ ಕೇಳಿರುವ ಪರಿಮಾಣದ ಎಷ್ಟು ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 6 ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದು, ನಾವು 2 ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳಿರುವ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಗೊಳಿಸುತ್ತಿದ್ದರೆ, ನಮಗೆ ಬೇಕಿರುವ ಚೀಲಗಳೆಷ್ಟು? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯು 6 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಂದ 2 ಮಾವಿನಹಣ್ಣುಗಳ ಎಷ್ಟು ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕುರಿತಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ನಾವು ಪುನರಾವರ್ತಿತ ವ್ಯವಕಲನದ ಮೂಲಕ ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಲ್ಲಿ ಆಗುವ ತಪ್ಪುಗಳು:

ಭಾಗಾಕಾರ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಹಾಗೂ ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅರ್ಥವಾಗದೇ ಇರುವುದರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವಲ್ಲಿ ಅವರು ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇನೆ. ಈ ಹಿಂದೆಯೇ ಹೇಳಿದಂತೆ, 416 ÷ 4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ದೊರೆಯುವ ಉತ್ತರವು 14 ಆಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಭಾಗಲಬ್ಧದಿಂದ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟಿರುವುದೇ ಇಲ್ಲಿನ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣ. ಇದನ್ನು 14 × 4 = 56 ಎಂಬುದು ಭಾಜ್ಯ 416ಕ್ಕೆ ಸಮವಲ್ಲ ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 2A ನೋಡಿ). ಅಥವಾ, ನಾವು 400 ಅನ್ನು4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ100 ದೊರೆಯುವುದರಿಂದ ಉತ್ತರ 14 ಅಗಿರದೇ, 100ಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ನಾನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು 4ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿದ್ದು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು, ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಏನು ತಿಳಿದಿದೆ ಹಾಗೂ ಅವರು ಏನನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಿದೆ ಎಂಬ ಎರಡು ಅಂಶಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರಿಸಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿದೆ. ನಾವೀಗ ಕೆಲವು ಮಾದರಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

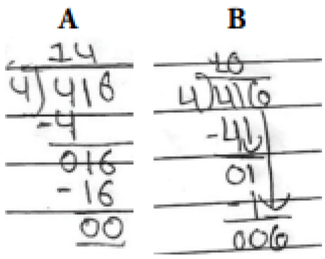
18 ÷ 7 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಉತ್ತರ (ಚಿತ್ರ 1) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ತಿಳಿದಿದ್ದರೂ ಅದನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 1

ಇಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಿಯಾದ ಬಳಿಕ ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಹೆಜ್ಜೆ ಮುಂದುವರಿಯಬೇಕೋ, ಬೇಡವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಜೊತೆಗೆ, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಉತ್ತರವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಭಾಗಾಕಾರದ ಗುಣವನ್ನು (ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಭಾಜ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕು) ಅರಿತಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬಿಸುತ್ತದೆ. ಉತ್ತರದ ತಾಳೆ ನೋಡಲು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

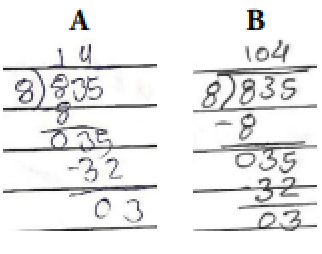
416 ÷ 4 ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕದ ವಿಷಯವಾಗಿ ನಾನು ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುತ್ತೇನೆ. ಮೊದಲ ಉತ್ತರವು (ಚಿತ್ರ 2 A) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಒಮ್ಮೆಗೆ ಒಂದು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಭಾಗಿಸಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2

4 ನೂರನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನೂರರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು 1ನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು ಸರಿಯಿದ್ದರೂ, ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ 16 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ 4ನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಾಗಿ ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಮಗುವು ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ತಿಳಿದಿಲ್ಲ ಎಂದಾಯಿತು. 104 ಎಂದು ಇರಬೇಕಾದಲ್ಲಿ ಮಗುವು ಅದನ್ನು 14 ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದೆ. ಎರಡನೇ ಉತ್ತರದ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 2 B), ಮಗುವು 4ನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಮಾಡಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡುವ ತಪ್ಪಾಗಿದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಎಂದು ಹೇಳುವುದೇಕೆಂದರೆ, ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮಗ್ಗಿ ಹೇಳಿಕೊಡುವಾಗ ನಾವು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸುವ ಬದಲು 1ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ. ಬಳಿಕ, ಈ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ 6ನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ, ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮುಗಿದಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ನೆರವಿಗೆ ಬರುತ್ತಿತ್ತು.

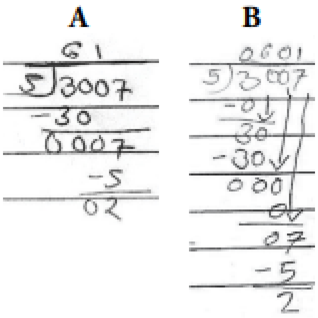
835 ÷ 8 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನಾವು ಮೊದಲ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 3 A) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು 8ರ ಬಳಿಕ, 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು 3 ಹತ್ತುಗಳಷ್ಟೇ ಇದ್ದು, ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಬರಬೇಕು ಎಂಬಲ್ಲಿ ಎಡವಿದ್ದಾನೆ.



ಚಿತ್ರ 3

ಬದಲಿಗೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು 35 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅದೇ, ಎರಡನೇ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 3 B) ಮಗುವು 35 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಬರೆದಿದೆ.

ಚಿತ್ರ 4ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಈ ಎರಡು ಉತ್ತರಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ತಾಳೆ ನೋಡುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ನಡೆಯಬೇಕು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಬಲವಾದ ಕಾರಣ ನೀಡುತ್ತದೆ.



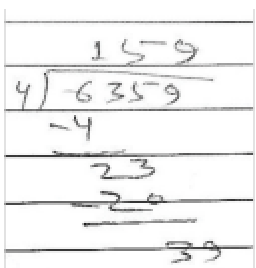
ಚಿತ್ರ 4

ಚಿತ್ರ 4 B ಸರಿಯಾದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ನೀಡಿವುದೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಮಗುವು ಹಂತ-ಹಂತವಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಸ್ಥಾನದ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 4 A ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಹುರಿದುಂಬಿಸಬಹುದು:

(ಭಾಜಕ x ಭಾಗಲಬ್ಧ) + ಶೇಷ = (5 × 61) + 2 = 305 + 2 = 307 ಆಗಿದೆ.

ಇದು ಭಾಗಲಬ್ಧ 3007ಕ್ಕೆ ಸಮವಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಲ್ಲಿ ತಾನು ಪಡೆದ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಸರಿಯಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಎಚ್ಚರಿಕೆ ಗಂಟೆ ಮೊಳಗುವಂತಾಗುತ್ತದೆ.

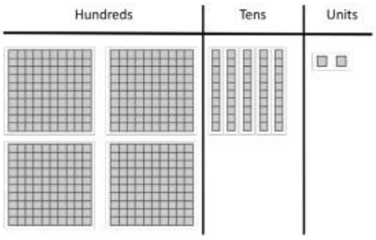
6359 ÷ 4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮಗುವು ಬಹುಶಃ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾದ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ (ಬಿಡಿಗಳ ಕೆಳಗೆ ಬಿಡಿಗಳನ್ನು, ಹತ್ತರ ಕೆಳಗೆ ಹತ್ತುಗಳನ್ನು) ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯದ ಕಾರಣ (ಚಿತ್ರ 5) ತಪ್ಪು ಮಾಡಿರಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 5

ಈ ರೀತಿಯ ಸ್ಥಾನಪಲ್ಲಟದ ಕಾರಣದಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿ 5ನ್ನು ಮರೆತಿರಬಹುದು. ಈ ರೀತಿಯ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಔಪಚಾರಿಕ ಕ್ರಮಾವಳಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸುವ ಮೊದಲು ನಿರೀಕ್ಷಿತ ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಒತ್ತುಕೊಟ್ಟು, ಭಾಗಾಕಾರದ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಮುಂದಾಗಬೇಕು ಎಂಬುದು ಇದರಿಂದ ಸೂಚಿತವಾಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 6

ನೂರುಗಳು ಹತ್ತುಗಳು ಬಿಡಿಗಳು

ಮೇಲಿನ ಉತ್ತರಗಳಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಮಾಡುವ ಮೂಲಭೂತ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಹುದು:

- ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆಯ ತಿಳಿವಳಿಕೆ
- ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ. ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳು 4 × 0 = 1 ಅಥವಾ 4 ಎಂದು ಬರೆಯುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಂಡಿದ್ದೇವೆ
- ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಾನಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವು ಮುಗಿದಿದೆಯೇ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರಿಯದೇ ಇರುವುದು. ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ನಡೆಸುವಾಗ ಒಮ್ಮೆಗೆ ಒಂದು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಭಾಗಿಸುವುದು ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಅಭ್ಯಾಸ. ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರಭುತ್ವ ಪಡೆದ ಬಳಿಕ ಮಕ್ಕಳು ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಇಳಿಸಿಕೊಂಡು ಮುಂದೆ ಸಾಗಬಹುದಾದರೂ, ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಎಚ್ಚರಿಕೆ ವಹಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯ.
- ಅಂದಾಜಿಸುವ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬಳಸಿ ಭಾಗಾಕಾರದ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ದೊರೆತ ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡದೇ ಇರುವುದು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ಅವರು ಆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಗ್ರಹಿಸುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಇದನ್ನು ಅವರು ಕಾರ್ಯರೂಪಕ್ಕೆ ತರುವಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳು ಆಗದಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾವು ಅವರೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮಹತ್ತ್ವ ಪಡೆಯುತ್ತದೆ.

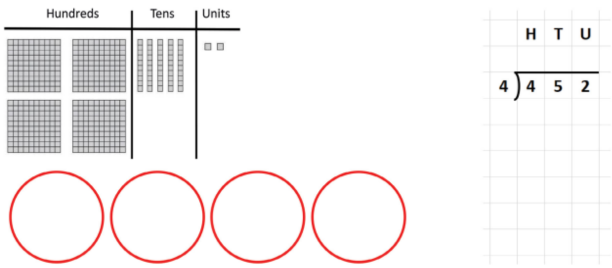
ಬೋಧನವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಮೊದಲಿಗೆ ಮೂರ್ತ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಬಳಿಕ, ಅವುಗಳನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆಯುತ್ತೇವೆ. ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಹಿಂದಿನ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಬೋಧನ-ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ (TLM) ಡೀನ್ಸ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಒಂದಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿ, ಎಷ್ಟೇ ಅಂಕಿಗಳಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ನಡೆಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ

ಕ್ರಮಾವಳಿಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಕ್ರಿಯವಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವ ಚರ್ಚೆಯ ಬಳಿಕ ಅವರಲ್ಲಿ ಮೂಡುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಅವರು ಬೋಧನ-ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಯೊಂದಿಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾನು ನನ್ನ ಬೋಧನವಿಧಾನವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಬಳಸಿದ, '452 ÷ 4 =?' ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆರಂಭಿಕ ಚರ್ಚೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತರವು 100ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಇರಬೇಕು ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸುತ್ತಾರೆ. ಬಳಿಕ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಡೀನ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು 452ನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತಾರೆ. ತದನಂತರ, ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಬರೆದು, ನೂರು, ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಡೀನ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇರಿಸಲಾಗುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳ ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಕೇಳಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಇಂತಿವೆ:

- 452ರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ನೂರುಗಳು, ಎಷ್ಟು ಹತ್ತುಗಳು ಹಾಗೂ ಎಷ್ಟು ಬಿಡಿಗಳಿವೆ?
- 12 = _______ ಬಿಡಿಗಳು ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೆ?
- ನಾವು 52 = 4 ಹತ್ತುಗಳು + 12 ಬಿಡಿಗಳು ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೆ?

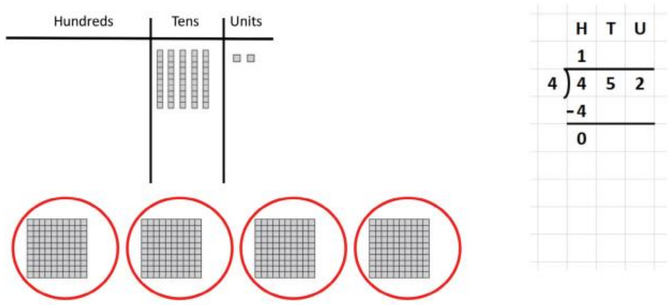
ಬಳಿಕ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮಾವಳಿಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಾರೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಮಾನ ಹಂಚಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆದು, ಇವನ್ನು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಬೆಸೆಯುತ್ತಾರೆ:



ಚಿತ್ರ 7

ನೂರುಗಳು ಹತ್ತುಗಳು ಬಿಡಿಗಳು ನೂ ಹ ಬಿ

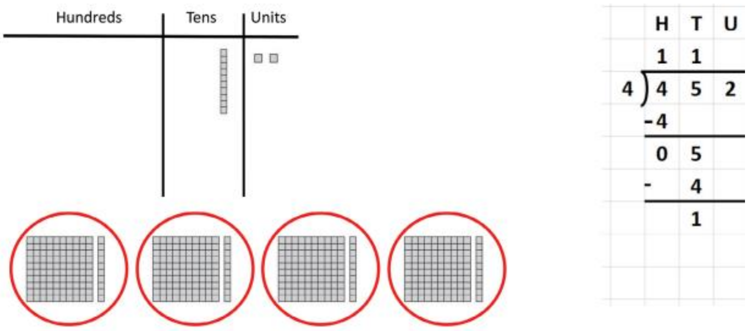
ಹಂತ 1: ಮೊದಲು 4 ನೂರನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ. ಅಂದರೆ, 4 ನೂರನ್ನು 4 ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬೇಕು. ನಮಗೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲೂ 1 ನೂರು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ ಭಾಗಲಬ್ಧ 1 ಹಾಗೂ ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆ ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ.



ಚಿತ್ರ 8

ನೂರುಗಳು ಹತ್ತುಗಳು ಬಿಡಿಗಳು ನೂ ಹ ಬಿ

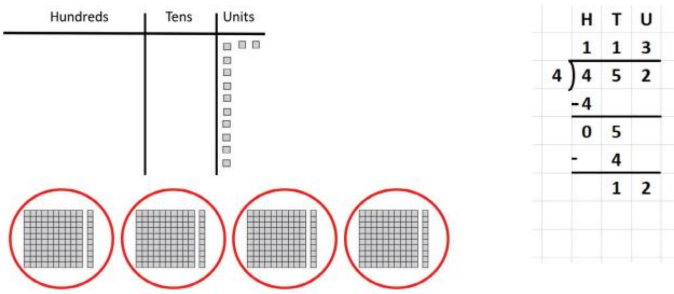
ಹಂತ 2. ನಾವೀಗ ಮುಂದಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ, ಅಂದರೆ, ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನಕೆ ಸಾಗಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ 5 ಹತ್ತುಗಳಿದ್ದು, ಅವನ್ನು ನಾವು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು (ಅಂದರೆ, 4 ಸಮ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಬೇಕು). ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತಾ ನಾವು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿಯೂ 1 ಹತ್ತು ಇದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 1ನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದಾಗ ಶೇಷವು 1 ಹತ್ತು ಆಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 9

ನೂರುಗಳು ಹತ್ತುಗಳು ಬಿಡಿಗಳು ನೂ ಹ ಬಿ

ಹಂತ 3: ಇಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಹತ್ತನ್ನು 4 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವಾದರೂ ಬಿಡಿಗಳಾಗಿ ಬದಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಇರುವ 2 ಬಿಡಿಗಳಿಗೆ ನಾವು 10 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 12 ಬಿಡಿಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.



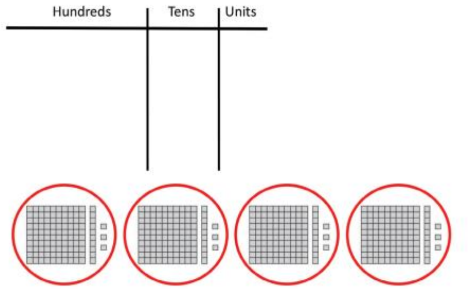
ಚಿತ್ರ 10

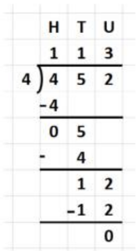
ನೂರುಗಳು ಹತ್ತುಗಳು ಬಿಡಿಗಳು ನೂ ಹ ಬಿ

ಹಂತ 4: ಈಗ ನಾವು 12 ಬಿಡಿಗಳನ್ನು 4 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸೋಣ. ಆಗ ನಮಗೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿಯೂ 3 ಬಿಡಿಗಳು ದೊರೆತು, ಭಾಗಲಬ್ಧವು 3 ಆಗಿ, ಯಾವುದೇ ಶೇಷವಿರದೇ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು 452ನ್ನು 4ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, 1 ನೂರು, 1 ಹತ್ತು ಹಾಗೂ 3 ಬಿಡಿಗಳು ದೊರೆತು, 452 ÷ 4 = 113 ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮಾವಳಿಯಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಸುವಿಕೆ, ಗುಣಿಸುವಿಕೆ ಹಾಗೂ ಕಳೆಯುವಿಕೆಯ ಹಂತಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ, ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನೂ ಭಾಗಿಸಿ ಮುಗಿಸುವವರೆಗೂ ಮುಂದಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ ಸಾಗುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಎತ್ತಿ ತೋರಿಸಬೇಕು.

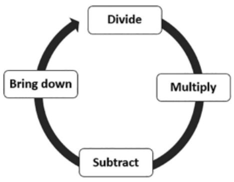




ಚಿತ್ರ 11

ನೂರುಗಳು ಹತ್ತುಗಳು ಬಿಡಿಗಳು ನೂ ಹ ಬಿ

452 ÷ 4 ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಹಾಗೂ ಅದರ ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದ ಚರ್ಚೆಯ ಬಳಿಕ ಶಿಕ್ಷಕರು 204 ÷ 2, 320 ÷ 4 ಇತ್ಯಾದಿ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಡೀನ್ ಬ್ಲಾಕ್ ಗಳೊಂದಿಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರತರಾಗಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತಂಡಗಳಿಗೆ ಬಿಡಿಸಲು ನೀಡಬಹುದು. ಅವರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಯಾವ ತಂಡಗಳಿಗೆ ನೆರವಿನ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೋ ಅಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ ಬೆಂಬಲ ನೀಡಬಹುದು. ಬಳಿಕ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಶೇಷಸಹಿತ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿ, ಕೊನೆಗೆ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು. ಆರಂಭಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಚೌಕುಳಿ ಕಾಗದಗಳನ್ನು ನೀಡಿ, ಮಕ್ಕಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸ್ಥಾನ-ಬೆಲೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬರೆಯುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಭಾಗಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ನಡೆಸುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 12

ಭಾಗಿಸು ಗುಣಿಸು ಕಳೆ ಕೆಳಗಿಳಿಸು

ಹೀಗೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಸುಧಾರಣೆಯೊಂದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದು ನನ್ನ ನಿಲುವು. ಇಷ್ಟಾದರೆ, ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆ ಹಾಗೂ ವಿಧಾನಾತ್ಮಕ ಸರಾಗತೆಗಳೆರಡೂ ಜೊತೆಗೂಡಿ ಬಹುತೇಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

1. ಅಡಿಟಿಪ್ಪಣಿ: ಇಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾದ ಉದಾಹರಣೆ $242 \div 22$. ನಾವು 242ನ್ನು 240ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜುಮಾಡಿ, 22ನ್ನು 20ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜುಮಾಡಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಉತ್ತರವು ನಿಜವಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಬಹು ಹತ್ತಿರ ಬರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಹೀಗೆ ಆಗಬೇಕೆಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 242ನ್ನು 16ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, 16ನ್ನು 20ಕ್ಕೆ ಅಂದಾಜಿಸಿ, ಅಂದಾಜು ಭಾಗಾಕಾರ ಉತ್ತರವಾದ 12ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವಾದರೂ, $242 \div 16$ ಎಂಬ ಭಾಗಾಕಾರದ ಸರಿ ಉತ್ತರ 15ರ ಆಸುಪಾಸಿನಲ್ಲಿದೆ. ಇಲ್ಲಿನ ಮುಖ್ಯ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ, ಉತ್ತರದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಅಂದಾಜುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅಂದಾಜುಮಾಡುವ ವಿಷಯವನ್ನು ಇನ್ನೂ ವಿವರವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸುವ ಲೇಖನ, "ಮಲ್ಟಿ-ಡಿಜಿಟ್ ಡಿವೈಸರ್ಸ್" ಅನ್ನು ನೋಡಿ.

ಅರ್ಧೇಂದುಶೇಖರ್ ದಾಶ್ ಅವರು ಧಮ್ತರಿಯ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಶಾಲೆಯ ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ಇವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್‌ಜಿ ಫೌಂಡೇಷನ್ನಿನ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದ್ದರು. ಇವರು ಭುವನೇಶ್ವರದ ವಾಣೀವಿಹಾರ ಉತ್ಕಲ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವೀಧರರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ಇವರು ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ನಿಕಟವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದು, ಪರಿಕಲ್ಪನಾತ್ಮಕ ಗ್ರಹಿಕೆಯ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಬೋಧನಶೈಲಿಯ ತಂತ್ರಗಳ ವಿಷಯಗಳತ್ತ ಗಮನ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವ ಕಾರ್ಯಾಗಾರಗಳನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಾರೆ. ಇವರು 8 ವರ್ಷಗಳಿಗೂ ಹೆಚ್ಚು ಕಾಲ ಮಕ್ಕಳೊಂದಿಗೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದು, ತಾಂತ್ರಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವ ಹಾಗೂ ರೂಪಿಸುವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಅಪಾರ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಛತ್ತಿಸಗಡ ರಾಜ್ಯದ ಮುಕ್ತ ದೂರ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ರೂಪಿಸುವ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬರೆಯುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಹ ಇವರು ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: arddhendu@azimpremjifoundation.org

ಅನುವಾದ: ಪಿ. ಎ. ವಿಶ್ವನಾಥ್ ಪರಿಶೀಲನೆ: ಎಸ್. ಎನ್. ಗಣನಾಥ್