

क्या एक 'अच्छी कक्षा' 'गणित की सफल कक्षा' भी कही जा सकती है ?

हनीत गाँधी

प्रस्तुत लेख एक अच्छी, विषय आधारित कक्षा के बारे में हमारी धारणाओं पर प्रश्न उठाता है। हम एक 'अच्छी कक्षा' को किस प्रकार समझते हैं?, वे कौन-से पहलू हैं जो एक 'अच्छी कक्षा' को एक 'सफल विषयी कक्षा' भी बनाते हैं? दूसरे शब्दों में, हम इस प्रश्न को उठाकर यह सन्देश देने का इरादा रखते हैं कि सामान्यतः एक अच्छी कहलाई जाने वाली कक्षा में विषय आधारित भागीदारी भी हो, ऐसा ज़रूरी नहीं। यहाँ हम उपयुक्त की श्रेणी में रखी जाने वाली उन गणितीय कक्षाओं के बारे में बात करेंगे जो गणितीय सोच के विकास में नगण्य भूमिका निभाती है। सं.

यह पचा गतिविधि से भरी गणित कक्षाओं के उदाहरण प्रस्तुत करते हुए चर्चा करता है कि किस प्रकार एक 'अच्छी कक्षा' गणित की एक सफल कक्षा' के अर्थ को गुमराह कर सकती है। साथ ही, यह परचा गणितीय कार्यों का गठन करने वाली बुनियादी बातों का जिक्र भी करता है और अन्त में उन उदाहरणों को प्रस्तुत करता है जिन से अर्थपूर्ण अन्तर्सम्बन्ध की शुरुआत की जा सके। यह कार्य उस चिन्तनशील प्रक्रिया का हिस्सा है जिसमें हम ने गणितीय कक्षाओं में गतिविधियों को तो पाया किन्तु इनका छात्रों में गणितीय क्षमताओं के विकास से बौद्धिक अन्तर्सम्बन्ध पूर्णतः गायब था।

गणित कक्षा की गतिविधियों को समझने के दो नज़रिए

गणित की कक्षा की प्रक्रिया को समझने के लिए आपके पास दो नज़रिए (लेंस) होते हैं: जहाँ पहला लेंस कक्षाओं को शिक्षिका-विद्यार्थियों के अन्तर्सम्बन्ध की प्रकृति के आधार पर दिखाता है तो वहीं दूसरा लेंस विद्यार्थियों की विषय में भागीदारी को आधार बनाता है। पहले प्रकार की जाँच उन लोगों द्वारा की जाती है जिन का केन्द्र गणितीय कक्षाओं में शिक्षिकाओं के वर्चस्व

को चुनौती देना है और साथ ही गणित सीखने की 'पारम्परिक' सोच को खत्म करने को बढ़ावा देना है। यह मुख्य रूप से कक्षा में शिक्षिका व विद्यार्थियों द्वारा निभाई जाने वाली भूमिका को जानने में रुचि रखता है और शिक्षिका केन्द्रित कक्षाएँ होने पर भी प्रश्न उठाता है। यह लेंस बच्चों की भागीदारी और विभिन्न गतिविधियों में शामिल होने की प्रकृति का विश्लेषण करता है और परखता है कि बच्चे चर्चा में किस सीमा तक भाग ले रहे हैं। इस दृष्टिकोण के समर्थक 'पारम्परिक' गणित कक्षा से जुड़ी हुई सामान्य धारणाओं को भी चुनौती देने का प्रयास करते हैं। वे जानते हैं कि सामान्यतः गणित की कक्षाएँ कुंठित व अरुचिकर होती हैं। कक्षाओं को कभी भी, एक ढर्रे पर चल रही क्रियाओं, जहाँ मुख्यतः शिक्षिका ही बोलती रहे, प्रत्येक चीज श्यामपट्ट पर लिखी जाए और बच्चे पाठ्यपुस्तक या बोर्ड से नकल करके अपनी कॉपियाँ भरे, तक ही सीमित नहीं होना चाहिए।

अतः कक्षाओं में होने वाली गतिविधियाँ सदैव प्रश्नों का कारण बनती हैं और सुधार की अपेक्षा रखती हैं।

निश्चित रूप से आजकल एक बदलाव देखा जा सकता है, उन जड़ कक्षाओं से, जो

अधिकतर शिक्षिका आधारित थी, जिन में कलन विधि का प्रयोग किया जाता था और जिन में विद्यार्थियों से कक्षा में कराए जाने वाले सम्पूर्ण पाठ्यक्रम को याद करने की अपेक्षा की जाती थी। यह लेंस और उभरे परिवर्तन कक्षाओं को यहाँ से आगे बढ़ाने की बात करते हैं। इस समझ के आलोक में ऐसे संकीर्ण दृष्टिकोण से आगे बढ़ने के लिए कक्षा प्रक्रियाओं में गतिविधियों, खेल व शिक्षण सामग्री के उपयोग को शामिल करने का विचार अपनाया गया। शिक्षिकाओं को सुझाव दिया गया कि वे क्रियाशील कार्यों को शामिल करें और कक्षाओं को बच्चों के लिए रुचिकर बनाएँ। परिणामस्वरूप, कक्षाओं को रुचिकर बनाने के लिए गणितीय कक्षाओं में गतिविधियों को शामिल करने पर जोर दिया गया। 'रुचिकर' शब्द की विभिन्न प्रकार से व्याख्या की गई। इस का अर्थ गणितीय कक्षाओं को खेल व गतिविधियों से खचाखच भरना, कक्षाओं में विभिन्न शिक्षण सामग्री रखना और तकनीकी साधन जैसे पावर पॉइंट प्रेजेंटेशन, स्मार्ट बोर्ड व एनिमेटेड टेक्स्ट का प्रयोग करना ही समझा गया। अच्छी गणित की शिक्षिका को विभिन्न गतिविधियाँ खोजने के कौशल के आधार पर पहचाना जाने लगा।

इस तरह के सभी प्रयासों का उद्देश्य उस नीरसता से निज़ात पाना था जिन्होंने गणितीय कक्षाओं को घेर रखा था और बच्चों के अधिगम हेतु कक्षाओं में 'रुचिकर' माहौल का निर्माण करना था। इस लेंस, जिसे हम 'बाल-केन्द्रित' लेंस की संज्ञा दे रहे हैं, को व्यापक तौर पर अपनाया गया क्योंकि ये बदलाव, नीरस गणितीय कक्षा को बच्चों के लिए सक्रिय, आनन्दमयी व भाग लेने योग्य बनाना चाह रहा था। इससे किसी 'बाल-केन्द्रित' कक्षा में सामान्य रूप से वह सब होता दिखाई देगा जो एक अच्छी कक्षा में होना चाहिए। इस में शामिल है; प्रत्येक बच्चे की भागीदारी, दूसरों के साथ सहयोग, ठोस वस्तुओं के साथ प्रयोग, बच्चों के लिए एक अनुकूल वातावरण, पाठ्यक्रम का समय से सम्पूर्ण हो जाना, आदि। ये कक्षाएँ एक 'अच्छी कक्षा' कहलाने के काबिल होती हैं क्योंकि ये

कक्षाएँ बच्चों के चहुँमुखी विकास को ध्यान में रखने के साथ-साथ उन में विभिन्न मूल्यों को विकसित करने का भी भरसक प्रयास करती हैं।

पुनः, ये सब गुण किसी भी कक्षा को एक 'अच्छी कक्षा' कहलाने की संज्ञा तक लेकर जाते हैं। यह बदलाव काफी नहीं है और हम इससे सन्तुष्ट नहीं हो सकते। चूँकि यदि हम जाँच लेंस बदलकर विषय में भागीदारी कर देते हैं तो यह स्थिति पूर्णतः बदल जाएगी। बच्चों की भागीदारी में जब हम विषय आधारित आयाम जोड़ते हैं तो अक्सर निराशा ही हाथ लगती है। यह ज़रूरी नहीं कि जो कक्षाएँ बच्चों की उच्च भागीदारी की बात करती हैं, वे वास्तव में एक अच्छी गणितीय कक्षा कहलाने के पैमाने पर भी खरी उतर पाती हों क्योंकि इन कक्षाओं में गणित से सम्बन्धित वास्तविक भागीदारी न के बराबर भी हो सकती है। गणित की कक्षाएँ जो देखने वालों को बहुत आकर्षक प्रतीत होती हैं, वास्तव में विषय सम्बन्धित सोच को अभिप्रेरित करने में काफी पीछे रह सकती हैं। अन्य शब्दों में, हमारा कहना यह है कि गणित की वे कक्षाएँ जो बच्चों की भागीदारी के सभी तत्वों से भरी हुई दिखती हैं उन्हें हम विश्वासपूर्वक एक 'अच्छी गणित कक्षा' नहीं कह सकते। अक्सर कक्षाएँ एक पर्याप्त गणितीय पुट लाने में नाकाम साबित होती हैं। दरअसल अच्छी कक्षा का बखान करने के लिए हमें गतिविधि शब्द तो मिल गया है परन्तु हर गतिविधि को एक 'अच्छी गणितीय गतिविधि' नहीं कहा जा सकता।

अपने पक्ष को समझाने के लिए हम तीन अनुभव प्रस्तुत करेंगे। यह चुनी गई घटनाएँ असाधारण चरम मामले लगते हैं, लेकिन कई परिस्थितियों में ये एक सामान्य गणितीय कक्षा के तत्वों के रूप में उभरते हुए दिखते रहते हैं। सभी उदाहरणों में एक ऐसी गतिविधि है, जो कक्षा को गतिविधि-आधारित बनाने में मदद करती है। एक ओर जहाँ ये सभी कक्षाएँ शायद 'अच्छी कक्षा' कहलाने के पैमाने पर खरी उतरती हैं तो वहीं, दूसरी ओर हम प्रश्न उठाकर यह जानने का प्रयास करेंगे कि क्या ये विषय आधारित

सोच को निर्मित करने का अवसर भी प्रदान करती हैं ? गणितीय गतिविधि की हमारी समझ को खँगालने के लिए गतिविधियों की विभिन्न बारीकियों पर प्रकाश डाला गया है।

यह बात समझने के लिए आप को कुछ देर के लिए बाल-केन्द्रित लेंस को परे रखना होगा और उस के स्थान पर एक विषय उन्मुख लेंस का प्रयोग करना होगा।

नीरसता से सक्रियता की ओर: एक भ्रम

उदाहरण 1 : अपनी कक्षा को मनोरंजक बनाने के लिए, तीसरी कक्षा की एक गणित शिक्षिका सदैव खेल या गतिविधि को अपनी कक्षा में शामिल करने की कोशिश करती है। वह अपनी कक्षा की खूब पूर्व तैयारी करती है और ऐसे तरीकों का प्रयोग करती है जिन से कक्षा में प्रत्येक विद्यार्थी की भागीदारी व आनन्द लेना सुनिश्चित किया जा सके। एक बार वह अपनी तीसरी कक्षा के विद्यार्थियों के लिए कक्षा के बाहर एक खेल की योजना बनाती है। इस खेल में उन्हें एक वृत्ताकार आकृति में खड़े होने का निर्देश दिया जाता है और उस घेरे के बीच में एक कपड़े का टुकड़ा रखा जाता है। प्रत्येक विद्यार्थी को पहचान के लिए एक नम्बर भी बाँटा जाता है। शिक्षिका यादृच्छिक रूप से दो विद्यार्थियों को बुलाती है इन को भागकर आना है और केन्द्र में रखे कपड़े के टुकड़े को उठाना होता है। दोनों में से जो विद्यार्थी कपड़ा पहले उठाता है, उसे विजेता घोषित किया जाता है और दूसरा बच्चा हार जाता है। भरपाई के रूप में, जो भी विद्यार्थी यह खेल हारता है उसे शिक्षिका द्वारा पूछे गए प्रश्न को मौखिक रूप से हल करना होता है। शिक्षिका द्वारा पूछे गए कुछ प्रश्न इस प्रकार हैं: 25 गुना 2 कितना होता है?, 128 में से 56 गए तो कितने बचे?, वर्ग के क्षेत्रफल का फार्मूला बताओ, 7 का पहाड़ा पढ़ो, इत्यादि।

उपर्युक्त उदाहरण में जैसा कि आप देख सकते हैं बच्चे एक ऐसे खेल का हिस्सा हैं जो यह सुनिश्चित कर रहा है कि बच्चे खेल का आनन्द

लें। वास्तव में, कक्षा एक बाल-केन्द्रित कक्षा कहलाने के सभी पैमानों पर इसलिए भी खरी उतर रही है क्योंकि शिक्षिका चाहती है कि हर बच्चा गतिविधि में भाग ले और गतिविधि का आनन्द ले। इस में निःसन्देह आप को एक तथाकथित 'अच्छी कक्षा' के सारे गुण मिलेंगे।

उपर्युक्त वर्णित कक्षा जैसी कक्षाएँ 'अच्छी' या 'सफल' कक्षा कहलाने के लायक इसलिए भी हैं क्योंकि इस कक्षा में शिक्षिका बच्चों की भागीदारी सुनिश्चित करने के प्रयास के साथ प्रत्येक बच्चे पर व्यक्तिगत रूप से ध्यान देती हैं व बच्चों से बहुत धैर्य से बात करती हैं। वे बच्चों की सक्रिय भागीदारी के लिए काफी अभिप्रेरित दिखाई देती हैं और बच्चों को भी समय-समय पर प्रोत्साहन (शाबाश जल्दी से उठाओ, वाह खूब तेज दौड़ें) देती हुई दिखाई देती हैं ताकि वे दिए गए कार्य को भली भाँति पूरा कर सकें। इसलिए यह कहा जा सकता है कि इस तरह की कक्षाएँ बच्चों के अनुकूल हैं।

हालाँकि, यदि हम इस कार्यवाही को और बारीकी से समझें तो हम पाते हैं कि शिक्षिका द्वारा चुना गया खेल और पूछे गए प्रश्न, बच्चों के गणितीय अधिगम में बहुत कम या न के बराबर भूमिका निभाते हैं। शिक्षिका द्वारा पूछे गए प्रश्न, गणितीय तो हैं परन्तु गणितीय चुनौती पेश नहीं करते। ये प्रश्न वैसे ही प्रक्रियात्मक प्रश्न हैं जैसे कक्षाओं में अमूमन होते हैं। एक हद तक तो हम हम यह भी कह सकते हैं कि शिक्षिका पाठ्यपुस्तक के प्रश्नों को ही एक अलग तरीके से दोहरा रही हैं। चूँकि ये प्रश्न प्रक्रिया आधारित हैं तो हमें यह कहने में हैरानी नहीं होगी कि इन प्रश्नों को मौखिक रूप से हल करना भी किसी तरह की समझ में इज़ाफा नहीं कर रहा है। विद्यार्थी सिर्फ परम्परागत प्रक्रियात्मक प्रश्न ही हल कर रहे हैं। अन्तर केवल प्रस्तुतिकरण में है। कार्य को चार दीवारी में कागज-कलम से करने की बजाए एक खेल के रूप में प्रस्तुत किया गया है। यह शायद ही बच्चों की गणितीय रूप से सोचने की क्षमता में सहयोग दे रहा है। परम्परागत गणितीय प्रक्रियाओं व समस्याओं को

खेल या गतिविधि के रूप में परोसने से गणितीय अन्तर्सम्बन्ध सुनिश्चित नहीं किये जा सकते। सभी बच्चों के आनन्दमय कार्यों में शामिल रहने के बावजूद वे गणितीय अनुभव से बहुत दूर हैं।

उपरोक्त मुद्दे को परखने के लिए हमें सावधान होने की ज़रूरत के साथ-साथ गणितीय गतिविधि की समझ को भी आलोचनात्मक ढंग से जाँचने का प्रयत्न करना होगा। वे कार्य जो सभी बच्चों को शामिल करने की बात तो करते हैं परन्तु उनका गणितीय सामर्थ्य बढ़ाने में असमर्थ सिद्ध होते हैं, वास्तव में गणितीय कहलाने का हक़ नहीं रखते। समान रूप से, रोज़ाना के दोहरान अभ्यास को खेल के रूप में करवाने से भी बच्चों की समझ में कुछ खास इज़ाफ़ा होता दिखाई नहीं देता सकता। हमें मानसिकता को बदलने की ज़रूरत है, गणितीय विचार को बढ़ावा देने वाली क्रियाओं का अर्थ वास्तव में अवधारणाओं को समझने वाली सोच और जाँच के नए रास्ते खोलने की आवश्यकता से है।

आनन्द बनाम वास्तविक शिक्षण

उदाहरण 2: जब हम किसी गणित शिक्षक की प्रतिरूपि गतिविधि आधारित पाठ-योजना देखते हैं, तो सामान्यतः उन लिखे गए उद्देश्यों में विद्यार्थियों में सम्बन्धित अवधारणा के प्रति रुचि पैदा करना, विद्यार्थियों में सहयोग की भावना का विकास करना, विद्यार्थियों की मूल्यांकन गतिविधि में भागीदारी व उनमें अपनी बात को संचारित करने का कौशल विकसित करना आदि शामिल होते हैं। नीचे वर्णित उदाहरण उन स्थितियों से लिए गए हैं जो हमें अक्सर गणित पाठ-योजनाओं में या गणित कक्षा के अन्दर देखने को मिलते हैं।

कक्षा में विद्यार्थियों को भार की अवधारणा पढ़ाते समय एक छात्र-शिक्षिका विद्यार्थियों से कहती है "अब हम एक एक्टिविटी करेंगे।" 20-25 मिनट के बाद जब यह गतिविधि समाप्त होती है तो वह बच्चों से कहती है "अब हम एक और एक्टिविटी करेंगे जिस में मैं आप को एक कहानी सुनाऊँगी।" और अन्त

में वह बहुत ज़ोर देकर कहती है "अब बहुत एक्टिविटी हो गई हैं, चलो अब गणित करें। कुछ पढ़ाई भी हो जाए अब।"

अधिकतर कक्षाओं में शिक्षिका द्वारा बार-बार एक्टिविटी का प्रयोग पहली नज़र में ऐसा आभास देता है कि ये शिक्षिकाएँ विद्यार्थियों की सक्रिय भागीदारी को बढ़ावा देना चाहती हैं। और ये विद्यार्थियों को सक्रिय रूप से ज्ञान निर्मित करने के लिए अभिप्रेरित भी कर रही हैं, लेकिन यह प्रक्रिया गणितीय अवधारणाओं व ज्ञान के बिना खोखली-सी है। और आगे चलें तो, जब शिक्षिकाएँ कक्षा के विद्यार्थियों की रुचि बनाए रखने के लिए कहानी सुनाती हैं, खेलने के लिए तरह-तरह के गेम व पहेलियाँ उपलब्ध कराती हैं, तो उन का यह प्रयास कक्षा को रुचिकर तो बनाता है पर वह गणित से जुड़ नहीं पाता। इस सबसे ऐसा प्रतीत होता है मानो गणित एक कुंठित विषय है जिसे रुचिकर बनाने के लिए कुछ प्रारम्भिक खेल-कूद इत्यादि की हमेशा आवश्यकता होगी।

यदि आप किसी पाठ-योजना को सरसरी निगाह से देखेंगे तो उस में शिक्षण सामग्री, अधिगम सामग्री या आवश्यक संसाधन सामग्री आदि जैसे शब्द जरूर पाएँगे। ये सभी किसी न किसी गतिविधि को कक्षा में प्रयोग करने की बात करते हैं। पाठ-योजना में लिखी जाने वाली प्रक्रियाएँ भी बहुत ही सतही स्तर की मालूम होती हैं, जैसे बैठने की व्यवस्था, विद्यार्थियों को समूहों में बाँटने से सम्बन्धित जानकारी और एक सहायक के रूप में शिक्षिका की भूमिका आदि। ऐसे प्रयास विद्यार्थियों को जोश में तो लाते हैं परन्तु गणित को उत्साहजनक नहीं बना पाते। ऐसे में शिक्षिका द्वारा गणित शिक्षण के लिए अपनाया गया दृष्टिकोण बाल-केन्द्रित, मनोरंजक व प्रायोगिक है और इस तरह की कक्षाओं को कोई भी 'सफल या अच्छी कक्षा' कहने में संकोच नहीं करेगा। लेकिन इसी अनुभव का जब गहराई से विश्लेषण किया जाता है तो यह बात भी उतनी ही सटीकता से कही जा सकती है कि ऐसी कक्षाएँ गणित सीखने की

अनुशासन सम्बन्धी माँग पूरी करने में असमर्थ साबित होती हैं। ये कक्षाएँ गणितीय प्रक्रियाओं के लिए आवश्यक पद्धतियों जैसे समस्या-समाधान, इंडक्टिव तर्क व प्रमाणों की जाँच आदि का प्रयोग नहीं करतीं। एक गणित की कक्षा में बच्चों के लिए गणितीय विचारों, अनुमान प्रस्तावों, सुविचारित अन्दाज़ों (Reasonable estimates) व दावों को जाँचने और गणित सम्बन्धी जुड़ाव देखने के भरपूर अवसर उपलब्ध होने की आवश्यकता है, जो अभी कक्षाओं से गायब है।

बहरहाल, जहाँ हम यह मानते हैं कि पाठ योजना में गतिविधियों का प्रयोग, बाल केन्द्रित उपागम में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है, वहीं इस के साथ ही हम यह भी देखते हैं कि गणित की कक्षाएँ, गणितीय अवधारणा को केन्द्र में रखे बिना किन्हीं भी गतिविधियों से प्रारम्भ व समाप्त हो जाती हैं। इस में अवधारणा सम्बन्धी चर्चा को न तो गतिविधि से पहले स्थान मिलता है, न गतिविधि के दौरान और न ही गतिविधि के समाप्त होने के पश्चात। यह हो सकता है कि इस तरह की कक्षाएँ विद्यार्थियों में गणित विषय के प्रति भय को उस समय कम करती हों लेकिन इस के साथ-साथ ही ये बच्चों को वास्तविक गणित के मूल्यों की ओर आकर्षित कर पाने में असफल साबित होती हैं। इस के फलस्वरूप बच्चों को गणितीय सोच के सन्दर्भ में न तो स्व-विश्लेषण का मौका मिलता है और न ही उस पर मनन करने का।

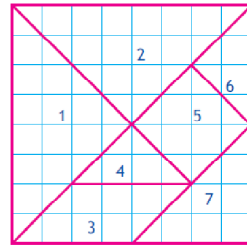
उपर्युक्त उदाहरण से लगता है कि इन कक्षाओं में शायद एक अर्थ में शिक्षाशास्त्रीय पक्ष काफी मज़बूत है परन्तु विषय आधारित पक्ष कमज़ोर है।

शिक्षण और शिक्षण-सामग्री का ताना-बाना

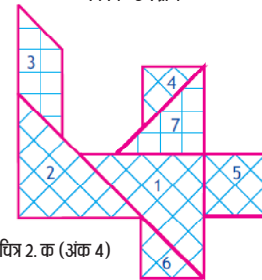
उदाहरण 3 : एक स्कूल ने अपनी समय सारणी में, हर कक्षा के लिए, एक पखवाड़े में एक पीरियड 'गणित प्रयोगशाला' के लिए नियत किया। इस पीरियड के अन्तर्गत शिक्षिका अपनी कक्षा के बच्चों को 'गणित प्रयोगशाला' नाम के कमरे में लेकर जाती हैं। इस कमरे में

नाना प्रकार के त्रि-आयामी मॉडल जैसे घन, बेलन, शंकु, जिओबोर्ड, वर्ग-ग्रिड आदि के साथ-साथ विभिन्न चार्ट लगे हुए हैं। इन में से कुछ पर गणितीय नियमों के सूत्रों को दर्शाया गया है तो कुछ पर इस क्षेत्र में गणितज्ञों की भूमिका को बताया गया है।

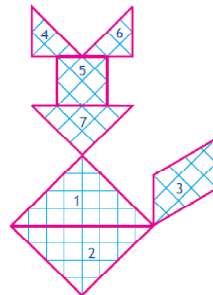
ऐसी गणित प्रयोगशाला में एक बार शिक्षिका छठी कक्षा को लेकर जाती है। शिक्षिका, विद्यार्थियों को चार-चार के समूह में बैठने



चित्र 1: टेनग्राम



चित्र 2. क (अंक 4)



चित्र 2. ख (बिल्ली)

के लिए कहती है और समूहों में टेनग्राम (चित्र 1) के टुकड़े बाँटती है। वह विद्यार्थियों को सभी टुकड़ों को व्यवस्थित करने के लिए कहती है और उन टुकड़ों का प्रयोग करते हुए (क) अंक 4, और (ख) बिल्ली बनाने को कहती है। शिक्षिका के शब्दों में, "टेनग्राम

पहेली के सभी सात टुकड़ों का प्रयोग करें। उन के किनारे से किनारे इस प्रकार मिलाइए कि कोई खाली स्थान न बचे और उन से चित्र 2.क (अंक 4) व चित्र 2.ख (बिल्ली) बनाइए। विद्यार्थी तुरन्त ही उन टुकड़ों को लेकर कार्य करना शुरू कर देते हैं और टुकड़ों को एक साथ जोड़ने का प्रयास करते हैं। विद्यार्थियों ने गतिविधि में बहुत आनन्द लिया और इस गतिविधि को उन्होंने जिगसों पहेली के समान पाया। शिक्षिका प्रत्येक समूह की मदद करने के लिए उन के पास गई और उन्हें उचित सहायता प्रदान की। कक्षा के अन्त में शिक्षिका की मदद से सभी समूहों ने आवश्यक चित्रों को बना लिया। अपने-अपने हल प्रस्तुत करने के बाद कक्षा समाप्त हो गई और बच्चे अपनी कक्षा में चले गए।

उपर्युक्त अनुभव एक और ऐसा उदाहरण है जो बच्चों के गणितीय अन्तर्सम्बन्धों के ढाँचे के विकास के प्रयास में कमी को दिखाता है। सबसे पहले हम गणित करने के लिए 'प्रयोगशाला' के प्रारूप से ही असन्तुष्ट हैं। क्या वाकई 'प्रयोगशाला कार्य' से अमूर्त सोच, जो गणित करने के लिए अति आवश्यक है, की ओर बढ़ा जा सकता है? हालाँकि, इस लेख में हम 'गणित प्रयोगशाला' से होने वाली अपनी बेचैनी को व्यक्त न करते हुए केवल गणित की कक्षाओं में गणितीय अन्तर्सम्बन्धों को लेकर होने वाली चर्चाओं की जाँच तक ही सीमित रहेंगे, फिर भी पाठकों से आग्रह है कि वे गणित में प्रयोगशाला की भूमिका पर भी आलोचनात्मक मनन करें।

इस उदाहरण के अन्तर्गत विद्यार्थियों को टेनग्राम टुकड़ों के साथ उत्सुकतापूर्वक खेलते हुए देखा जा सकता था। विद्यार्थियों व शिक्षिका दोनों में ही उत्सुकता का स्तर काफी अधिक था। गतिविधि में शामिल होने के लेंस के आधार पर यह कक्षा एक 'अच्छी कक्षा' प्रतीत होती है। अब हम अपना लेंस बदलते हैं और इसी कक्षा में बच्चों को प्रस्तुत किए जा रहे गणित की समीक्षा करते हैं। शिक्षिका, विद्यार्थियों के लिए एक ऐसी गतिविधि का चुनाव करती है, जिस का उद्देश्य

विद्यार्थियों को अलग-अलग ज्यामितीय आकृतियों के प्रयोग से विभिन्न डिजाइनों का निर्माण करने का मौका देना और उनमें ज्यामितीय आकृतियों से सम्बन्धित ज्ञान का निर्माण करना है। परन्तु इस अनुभव में गणितीय संवाद की कमी है। गतिविधियों में शामिल होने के बावजूद, विद्यार्थी गणित करने के वास्तविक आनन्द से दूर हैं। उदाहरण के लिए, यदि शिक्षिका विद्यार्थियों से सम्बन्धित प्रश्न जैसे 'आप ने इन आकृतियों के प्रयोग से यह डिजाइन किस प्रकार बनाया, इन दो आकृतियों के क्षेत्रफल और परिमाप में क्या सम्बन्ध है, इन टेनग्राम टुकड़ों के ऐसे कौन से गुण हैं जिन से आप ये तरह-तरह के डिजाइन बना पा रहे हैं' आदि पूछती तो विद्यार्थियों को गणितीय सोच की ओर बढ़ने में मदद मिलती।

अधिकांशतः गणित प्रयोगशालाओं में यह देखा जाता है कि शिक्षिका, विद्यार्थियों को सहायक सामग्री उपलब्ध कराती हैं, फिर उन्हें कुछ ऐसे सवाल हल करने के अवसर उपलब्ध कराए जाते हैं, जिन में विद्यार्थियों के पास प्रत्ययों को जानने व प्रयोग करने का कोई स्थान नहीं होता। यह आश्चर्य की बात नहीं होगी कि शिक्षिका की शासक वाली भूमिका गणित प्रयोगशालाओं में भी ठीक वैसी दिखेगी जैसी कि कक्षा में। एक मॉडल गणितीय प्रयोगशाला में भी शिक्षिका ही कार्य की घोषणा करती हैं, विद्यार्थियों को सहायक सामग्री उपलब्ध कराती हैं और उन से कार्य करने के लिए कहती हैं। शिक्षिका, किए जाने वाले कार्य का अनुदेश अधिकतर एक-एक करके देती हैं और अन्त में विद्यार्थियों को कहा जाता है कि वे किए जाने वाले कार्य को लैब पुस्तिका के अन्दर लिखें। चूँकि यहाँ भी विद्यार्थियों को गणितीय रूप से सोचने के लिए प्रेरित नहीं किया जाता है, विद्यार्थियों के पास अनुमान लगाने, खोजने, जाँचने और नया जानने का कोई विकल्प शेष नहीं रहता। और वे विषय को एक ऐसे बन्द गलियारे के रूप में ही देखते हैं, जिस का केवल एक ही रास्ता है और एक ही दरवाजा है जहाँ से बाहर निकला जा सकता है। इस तरह के अनुभव विद्यार्थियों को गणित को एक नीरस

विषय के रूप में देखने को मजबूर करते हैं। विद्यार्थियों को प्रत्यय से जुझने देना और उन को गलती करने का अवसर देना ही उन्हें उन के गलत प्रयासों से सीखने के लिए अभिप्रेरित करता है।

उपर्युक्त सभी परिदृश्यों में हम अच्छी गणितीय गतिविधि के पैमाने की समझ पर चर्चा कर रहे हैं। उपर्युक्त सभी उदाहरणों में शिक्षिकाओं ने एक बाल सहयोगी कक्षा का नियोजन किया है, लेकिन इस प्रयास को थोड़ा और विस्तार से जानना होगा ताकि यह पता लगाया जा सके कि बच्चे आनन्दपूर्वक भाग लेने के साथ-साथ पर्याप्त गणित सीख रहे हैं या नहीं। सभी वर्णित कक्षाओं में बच्चे गतिविधि में भागीदारी से अभिभूत पाए जा सकते हैं और ये कक्षाएँ नीरस गणित कक्षा की परम्परा को भी तोड़ती हुई दिखाई देती हैं। लेकिन फिर भी हम कह सकते हैं कि इन कक्षाओं में बच्चे गणित विषय के साथ बौद्धिक रूप से जुड़े ही नहीं। जब भी हम उपर्युक्त उदाहरणों को देखते हैं तो लगभग सभी चीजें जो कक्षा में की जा रही हैं उन के आधार पर इन्हें एक अच्छी कक्षा का दर्जा तो दिया जा सकता है, जिस में 'बाल केन्द्रित' कक्षा से सम्बन्धित सभी आवश्यक तत्वों जैसे गतिविधि, खेल, शिक्षण सामग्री और बच्चों की भागीदारी आदि को पाया जा सकता है। यह कक्षाएँ सुप्रबन्धित हैं और शिक्षिका बच्चों की मनोवैज्ञानिक ज़रूरतों के प्रति भी संवेदनशील प्रतीत होती हैं। बाल केन्द्रित लेंस से देखा जाए तो कक्षाएँ वास्तव में सफल हैं। हालाँकि जब हम इन्हें गणितीय जुड़ाव की प्रकृति के लेंस से देखते हैं तो यही कक्षाएँ नाकाम साबित होती हैं क्योंकि ये चुनी गई प्रक्रियाएँ बच्चों की गणितीय समझ में बहुत कम या न के बराबर इज़ाफा करती हुई प्रतीत होती हैं। इस असफलता का कारण या तो गणितीय अवधारणा को किसी ऐसी गतिविधि से जोड़कर पथभ्रष्ट करना हो सकता है जिस में ज़रूरत न होने पर भी गणितीय प्रयोगशाला को शामिल किया गया है या फिर गतिविधियों की भरमार की वजह से वह मुख्य

उद्देश्य से भटक गई। गणितीय अन्तर्सम्बन्ध को खोजने के मौकों के लिए इन गतिविधियों की संरचना सही नहीं है।

एक अच्छी कक्षा और एक गणितीय अच्छी कक्षा के बीच भेद करने के लिए हमें गणितीय लेंस के साथ भी कक्षाओं का विश्लेषण करना होगा। नीचे हम कुछ संकेत दे रहे हैं जो इस भेद को स्पष्ट करने में मदद कर सकते हैं।

गणितीय समृद्ध संवाद

भागीदारी को दो तरीकों से समझा जा सकता है। इस में से एक बच्चों को सतही रूप से भाग लेने को प्रेरित करता है और दूसरा जो बच्चों से विषय सम्बन्धी बौद्धिक भागीदारी की माँग करता है। बच्चों को लुभाने वाली और उन्हें अपनी ओर आकर्षित करने वाली कक्षाओं को उच्च प्राथमिकता दी जाती है, लेकिन सिर्फ लुभाने वाली कक्षा और अर्थपूर्ण भागीदारी वाली कक्षा में जो बारीक किन्तु अर्थपूर्ण अन्तर है उसे समझने के लिए ऐसे नज़रिए की आवश्यकता है जो विषय आधारित तत्वों को भी मिला कर बना हो। एक गतिविधि और एक ऐसी गतिविधि जो गणित उपयोगी भी है भेद करना एक चुनौती भरा काम है और जिसे समझने के लिए किसी भी व्यक्ति के लिए गणितीय सोच के विकास की प्रकृति को जानना ज़रूरी है।

सक्रिय गणितीय भागीदारी, सक्रिय भागीदारी से थोड़ी अलग है। ऐसी भागीदारी तभी संभव है जब बच्चे समस्याओं को हल करने में शामिल हों और साथ ही विचार पर चर्चा करके उन्हें लागू करने का प्रयास भी करें। यह भागीदारी गणितीय प्रकृति के अनुकूल होनी चाहिए जो एक तरह की सोच— जैसे तर्क देना, कारण निर्माण, अनुमान लगाना, समस्या समाधान करना, अनुमानों से सहमति व असहमति जताना, सामान्यीकरण तक पहुँचना आदि पर केन्द्रित हो। कक्षा में गतिविधि करने व उससे सम्बन्धित बातचीत करने की बजाएँ गणितीय तर्कों को प्रयोग करने के अवसर उपलब्ध करवाने की ज़रूरत है, भले ही उन में औपचारिक प्रमाणों की बात न की

जाए। उदाहरणार्थ, एक गणितीय समस्या को कक्षा में रखकर बच्चों को अपने-अपने तरीकों के प्रयोग से उसे सुलझाने का मौका दिया जाना चाहिए ताकि बच्चे अपने सुझाव सब के सामने रख सकें। प्रमाणों को क्रमबद्ध तरीके से निर्मित होना चाहिए। बच्चों को अपने तर्कों में सम्बन्ध बनाने देना चाहिए व दूसरों के तर्कों से सम्बन्ध स्थापित करने देना चाहिए ताकि वे प्रमाण के पक्ष में तर्क दे सकें। तर्क व अन्वेषण साथ-साथ चलने चाहिए। लचीली सोच व सम्बन्ध बनाने से निडर सोच के द्वार खोले जा सकते हैं। इससे बच्चे सही या गलत के बारे में चिन्ता किए बिना गणितीय कार्यों पर ध्यान दे सकें।

जाँच आधारित खोजना व अन्य खुले कार्य, गहन गणितीय सम्बन्धों से रूबरू होने के अवसर उपलब्ध करते हैं। ऐसे पैटर्न या सम्बन्ध को खोजना जिस के बारे में बच्चों को नहीं पता होता, उन के जवाबों के लिए नए मार्ग का निर्माण करते हैं। बच्चों की इस सोच को ऐसे अनुमानित प्रमाणों की भाँति लिया जाना चाहिए जिन को आगे चलकर स्थापित किया जाना है। ऐसे अनजान रास्ते, जो आगे की खोज का रास्ता बनते हैं, बच्चों के लिए बड़ी उपयोगी चुनौती हैं, क्योंकि इससे बच्चे विचार को जाँचने के लिए उससे जुड़े रहते हैं और अपने शुरुआती अनुमानों को या तो स्थापित करते हैं या फिर उन का खण्डन करते हैं। गणित का सम्बन्ध अनुमान लगाने और उन की सत्यता की जाँच करने से है। वह यात्रा जो सभी परिस्थितियों पर लागू होने की ज़रूरत पर ज़ोर देती है, सत्य की स्थापना के लिए अनुमान लगाती है व जाँच करती है, को ही हम 'गणितीय भागीदारी' के नाम से जानते हैं। चुनौतियों की जाँच एक गणितीय राही के रूप में होनी चाहिए न कि क्रियान्वन की जटिलताओं के आधार पर। उदाहरण के लिए, एक सरल सवाल में भी ऐसी गणितीय चुनौती प्रस्तुत करने की शक्ति हो सकती है जो किसी जटिल और महँगे भौतिक मॉडल में न हो। गणितीय विचारों के पोषण के लिए प्रयोगशालाओं की आवश्यकता नहीं है। यह

कार्य सरलता से श्यामपट्ट पर समस्या लिख कर भी किया जा सकता है। इस सम्बन्ध में एक उदाहरण इस प्रकार है:

उदाहरण 4 : छठी कक्षा की शिक्षिका एक प्रतिस्थापन कक्षा में एक खेल सोचती है। वह बच्चों से तीन अंकों वाली एक ऐसी संख्या सोचने के लिए कहती है जिस में इकाई का अंक सैकड़ के अंक से 2 कम है। यह संख्या सोच लेने के बाद उन्हें इस संख्या के अंकों को पलटना है और प्राप्त हुई नई संख्या को मूल संख्या में से घटाना है। अगले चरण में, बच्चों को घटाने के बाद प्राप्त हुई संख्या के अंकों को फिर से पलटने के लिए कहा जाता है लेकिन इस बार उन्हें प्राप्त हुई संख्या को पूर्व चरण में प्राप्त संख्या के साथ जोड़ना है। फिर बच्चों को अपना-अपना जवाब एक कागज़ पर लिखने को कहा जाता है और वो पच्ची उन्हें अपने पार्टनर से बदलने को कहा जाता है। सभी बच्चे एक ही जवाब 1089 पर पहुँचने से हैरान होते हैं।

यह कक्षा बच्चों के लिए काफी उत्सुकता भरी है चूँकि सभी बच्चे एक ही जवाब पर पहुँचते हैं इसलिए सभी को लगता है कि इस में कोई जादू है। निस्सन्देह बच्चे यहाँ बहुत उत्सुक हैं और उस जादुई तरीके का पता लगाना चाहते हैं। इस बार शिक्षिका समस्या के क्रमबद्ध विश्लेषण के सभी पहलुओं पर बच्चों से कार्य करवाती हैं। वह साथ ही बच्चों के निरीक्षणों को श्यामपट्ट पर लिखती हैं:

चरण 1 : तीन अंकीय संख्या को चुनना

चरण 2 : इकाई के अंक का सैकड़ के अंक से 2 कम होना

चरण 3 : अंकों को पलटना और घटाना

चरण 4 : अंकों को फिर से पलटना और जोड़ना

कक्षा में जो भी होता है वह काफी रुचिकर प्रतीत होता है क्योंकि शिक्षिका बच्चों को गणितीय रूप

से सोचने के लिए प्रेरित होने से रोकती नहीं है। वह बच्चों के साथ सभी कथन पर चर्चा करती है जो श्यामपट्ट पर लिखे गए हैं। वे मिलकर 1089 के हल पर पहुँचते हैं। धीरे-धीरे व सामूहिक रूप से वे प्रसिद्ध समस्या 1089 के पीछे का तर्क समझ जाते हैं।

गतिविधि के बाद की जाँच में शिक्षिका बच्चों के सामने कुछ और चुनौतियाँ रखती है। शिक्षिका बच्चों से पूछती है कि "क्या होगा यदि हम किसी एक स्थिति या शर्त को बदल दें और बाकी को वैसे ही रखें"। उदाहरण के लिए, "क्या होगा यदि हम 3 अंकीय संख्या के स्थान पर 4 अंकीय संख्या का प्रयोग करें? क्या हमें तब भी यही जवाब मिलेगा?" या "क्या होगा यदि हम पहली शर्त को वैसे ही रखें और दूसरी शर्त को बदल दें?" उसी प्रकार, "क्या होगा यदि इकाई और सैकड़ के अंक का अन्तर 2 की बजाए 3 हो? इस से हमें मिलने वाले जवाब में क्या बदलाव आएगा?"

उपर्युक्त स्थिति को गणितीय समृद्ध चर्चा के रूप में देखा जा सकता है क्योंकि इस में सभी बच्चे गणितीय रूप से सोचते हुए प्रतीत हो रहे हैं। ऐसे गणितीय समृद्ध कार्य गणितीय आनन्द के लिए रास्ते खोलते हैं जिन में बच्चे गणितीय रूप से सोचने की प्रक्रिया में शामिल होते हैं।

कार्य ऐसे होने चाहिए जो तर्कों को बढ़ावा दें और नियमों के दोहराव का खण्डन करें। ऐसी गतिविधियों को प्रयोग किए जाने की ज़रूरत है जो गणितीय रूप से 'क्यों' सम्बन्धी प्रश्न का जवाब ढूँढ़ने के लिए संवाद को सुनिश्चित करें। प्रमाणों को रटने की बजाए उन को निर्मित करने पर ज़ोर दिया जाना चाहिए। यह सावधानीपूर्वक जाँचे जाने की ज़रूरत है कि कार्य ऐसे हों जो विषय की गहन सोच का विकास करें न कि उसे सतही रूप में करें।

एक अच्छी गणितीय कक्षा के पैमानों में गणितीय रूप से की गई जटिल चर्चाएँ, गणितीय

कुशलता, समस्याओं तक पहुँचने के उचित तरीके और गणितीय रूप से चुने गए कार्यों को शामिल किया जा सकता है। ऐसे वातावरण को पोषित किए जाने की ज़रूरत है जिस में बच्चे अपने हलों तक पहुँचने के लिए और अपने विचारों के विकास को बताने के लिए प्रेरित हों।

कक्षा में किए जाने वाले कार्यों में गणितीय जुड़ाव के गुण होने चाहिए और गणितीय विचारों के निर्माण में सहयोग दें। बच्चों को ऐसे कार्य करने के अवसर प्रदान करने चाहिए जिन्हें वे स्वतंत्र रूप से कर सकें और पहले से समझे गए ज्ञान को भी परख सकें। गणित को एक खुले क्षेत्र की भाँति लिया जाना चाहिए जिस में क्रियाएँ जुड़ी हों और विचारों को आगे बढ़ने के लिए चिन्तन करने का मौका मिले। अन्य शब्दों में, विद्यार्थियों को एक ग्राहक की भूमिका में नहीं देखा जाना चाहिए बल्कि उन्हें ज्ञान निर्माण के स्रोत के रूप में देखा जाना चाहिए। बच्चों को एक अध्ययनकर्ता, एक खोजकर्ता की भूमिका दी जानी चाहिए और शिक्षिका को उपर्युक्त संज्ञानात्मक चुनौती का अवसर उपलब्ध करना चाहिए।

अनुभव व खोज आधारित अधिगम तभी सम्भव है जब बच्चे उस में एकदम लीन हो जाएँ। लीन होने का यह कार्य लोगों को उन्हें उन के काम का हिस्सा बनने में, विषयवस्तु निर्मित करने में, ज्ञान को स्वतंत्र रूप से निर्मित करने में और समस्याओं को हल करने के लिए संसाधनों का प्रयोग करने योग्य बनाता है। भली-भाँति की गई ऐसी प्रक्रिया लोगों को बौद्धिक व गणितीय रूप से प्रोत्साहित करती है और यह अनुभव कभी न भूले जाने वाले अनुभवों का हिस्सा बन जाता है। इस मानसिक प्रक्रिया में संसाधन सहायक बन जाते हैं। एक गतिविधि आधारित उपागम की बजाए कक्षा का केन्द्र, विचार केन्द्रित व विचार निर्मित करने वाला होना चाहिए।

हनीत गाँधी पिछले तीन दशक से शिक्षक शिक्षा एवं गणित शिक्षण के क्षेत्र में सक्रिय हैं। वर्तमान में शिक्षा विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय में बतौर सहायक प्राध्यापक कार्यरत हैं। सम्पर्क: haneetgandhi@gmail.com