ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳು

ಕೆಳ ನೆಲಮಟ್ಟದಿಂದ ಎತ್ತರದ ಮಾಡಿಗೇರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು

ಆಂಗ್ಲಮೂಲ: ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್
ಮತ್ತು ಸ್ನೇಹಾ ಟೈಟಸ್
ಕನ್ನಡಾನುವಾದ: ವಿಶ್ವನಾಥ್,
ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್, ಮೈಸೂರು

ನಾವು ನಮ್ಮ "ಕೆಳ ನೆಲಮಟ್ಟದಿಂದ ಎತ್ತರದ ಮಾಡಿಗೇರು"ವ ಸರಣಿಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ಆಯ್ಕೆಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ವಯೋಮಾನಕ್ಕೆ ಸೂಕ್ತವಾದ, ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದಾದ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದರಿಂದ ಮೊದಲ್ಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಚಟುವಟಿಕೆ ಮುಂದುವರಿದಂತೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಸಂಕೀರ್ಣತೆಯು ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇವನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಯತ್ನಿಸುವಾಗ ಅವರ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ತುತ್ತತುದಿ ತಲುಪುವ ಅನುಭವವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲರಿಗೂ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಕೆಲಸವಿರುತ್ತದೆ; ಆದರೆ ಕ್ಲಿಷ್ಟತೆಯ ಸ್ತರವು ಏರುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲಾಗುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕ್ಷೀಣಿಸತೊಡಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಪರಿಹಾರ ಹುಡುಕುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ತಮ್ಮನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಆಗಿ, ಎಲ್ಲರೂ ಇಡೀ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಸ್ವಲ್ಪ ಭಾಗವನ್ನಾದರೂ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದೇ ಗಮನಾರ್ಹ ಸಂಗತಿ.

ನಾವು ಈ ಸರಣಿಯನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸುತ್ತಿದ್ದಾಗ ನಮ್ಮ ಬಹುತೇಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ತನಿಖೆಯೊಂದರೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾದವು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದೆವು. ಗಣಿತೀಯ ತನಿಖೆ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಗಣಿತೀಯ ಸನ್ನಿವೇಶವನ್ನು ಕುರಿತು ನಡೆಯುವ ಅವಿಶ್ರಾಂತ ಅನ್ವೇಷಣೆಯಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕೂ, ಸಮಸ್ಯಾಪೂರಣಕ್ಕೂ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನೆಂದರೆ, ಇದು "ಮುಕ್ತ-ಅಂತ"ವುಳ್ಳದ್ದಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತೀಯ ತನಿಖೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಸನ್ನಿವೇಶದ ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ಬಳಿಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮದೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಸನ್ನಿವೇಶದ ಅನ್ವೇಷಣೆ, ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ನಿರೂಪಣೆ ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಯು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಅರಳಲು ಅವಕಾಶ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಟ್ಟು, ಅವರಿಗೆ ಮಾಹಿತಿ ಸಂಘಟಿಸುವುದು, ದಾಖಲಿಸುವುದು, ವಿನ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಹುಡುಕುವುದು, ಊಹಿಸುವುದು, ತರ್ಕಿಸುವುದು, ಸಮರ್ಥನೆ ನೀಡುವುದು ಹಾಗೂ ಊಹೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದೇ ಮೊದಲಾದ ಗಣಿತೀಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಈ ಚಿಂತನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಗಣಿತ ಕಲಿಯಲು, ಗಣಿತವನ್ನು ಇತರ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ದಿನನಿತ್ಯದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಯೋಗಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ (ಅಥವಾ ಗಣಿತೀಯವಲ್ಲದ) ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಸಮರ್ಥನಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಗಣಿತೀಯ ತನಿಖೆಯಲ್ಲಿ ಬೇರುಬಿಟ್ಟ ಬೋಧನೆಯು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯುವುದಕ್ಕೆ, ಹಾಗೂ ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಗಣಿತೀಯ ಚಟುವಟಿಕೆ ಮತ್ತು ಚಿಂತನೆಗಳ ಸ್ವಭಾವದ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯಲು ಅವಕಾಶ ಕಲ್ಪಿಸುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯು ಅಂತರ್ಬೋಧೆ, ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ಅನ್ವೇಷಣೆ, ಊಹಿಸುವಿಕೆ, ತರ್ಕ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕೂಡ ಅರಿಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ. ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರುವ ವಿಧಾನಗಳ ಅನುಸರಣೆ ಅಥವಾ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುವುದು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನೂ ಅರಿಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು ನಡೆಸಿದ ತನಿಖೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು

ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಿದ್ದರೂ, ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅವರದೇ ಆದ ತನಿಖೆಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಿಮ್ಮನ್ನು ಒತ್ತಾಯಪೂರ್ವಕವಾಗಿ ವಿನಂತಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ನೆರವಿಗೆ ಬರಬಹುದು:

- ನಾನು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದೆ?
- ನನಗೆ ಏನು ಗೊತ್ತಿತ್ತು?
- ನಾನು ಏನನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡೆ?
- ಯಾವುದು ತುಂಬಾ ಸವಾಲೊಡ್ಡುವುದಾಗಿತ್ತು?
- ಇದನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?
- ಎಷ್ಟು ಸಮಾಧಾನಗಳಿವೆ/ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ?
- ....ಅನ್ನು ಬದಲಿಸಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?
- ಇದರಿಂದ ನಾನು ಏನನ್ನು ಕಲಿತೆ/ಕಲಿಯಬಹುದು?

ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ತನಿಖೆಯನ್ನು ಕುರಿತು ನಮ್ಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಇಂತಿವೆ. ರೂಢಿಯಂತೆ, ಅವು ಕ್ಲಿಷ್ಟತೆಯಲ್ಲಿ "ಕೆಳ ನೆಲಮಟ್ಟದಿಂದ ಎತ್ತರದ ಮಾಡಿಗೇರುವ" ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ.

1. 1 ರಿಂದ 50 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಾಗಿದೆ ಎಂದು ತನಿಖೆಮಾಡಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 3 = 1 + 2; 12 = 3 + 4 + 5. ಇತ್ಯಾದಿ
2. ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೆ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?
3. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ:
    a. ಸದಾ ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
    b. ಸದಾ ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
4. ನಾವೇನಾದರೂ (2n + 1) ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತ N ಆದರೆ, N ನ ಅಪವರ್ತನಗಳ ತನಿಖೆ ಮಾಡಿ.
5. ನಾವೇನಾದರೂ (2n + 2) ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತ N ಆದರೆ, N ನ ಅಪವರ್ತನಗಳ ತನಿಖೆ ಮಾಡಿ.
6. ನಿಮ್ಮ ತನಿಖೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರೆ?
7. ಅಂತಹ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ನೀಡಲಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಎಷ್ಟು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತನಿಖೆ ಮಾಡಿ.
8. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ?

ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ N ಹಾಗೂ ಅದರ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನ 2n + 1 ಎಂದಾದರೆ, ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ಊಹಿಸಿ.

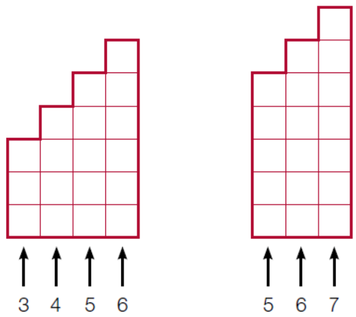
ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳು

ಚಾಕ್ಷುಷೀಕರಣವು (Visual Representation) ಗಣಿತೀಯ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಎಂತಹ ಒಳನೋಟ ನೀಡಬಹುದು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಇದೊಂದು ಶ್ರೇಷ್ಠ ಉದಾಹರಣೆ.

ಸಂಖ್ಯೆ 18 ನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಎರಡು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$3 + 4 + 5 + 6 \text{ ಮತ್ತು } 5 + 6 + 7$$

ಈ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಚಾಕ್ಷುಷೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯ. 1 ರಿಂದ 50 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು, ಯಾವುದನ್ನು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ.



ಚಿತ್ರ 1, ಉಲ್ಲೇಖ 1 ರಿಂದ

i. ನಾವು ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

$$n + (n+1) = 2n+1.$$

ವಿಲೋಮವಾಗಿ: 3 ಅಥವಾ 3 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ii. ನಾವು ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ 3 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವೊಂದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ:

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$$

ವಿಲೋಮವಾಗಿ: 6 ಅಥವಾ 6 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ 3 ರ ಯಾವುದೇ ಅಪವರ್ತ್ಯವನ್ನು ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

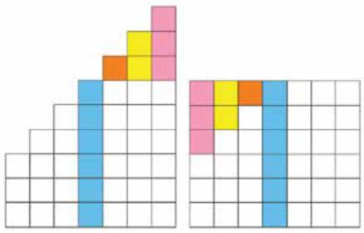
(i) ಮತ್ತು (ii) ನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದರೆ, 3 ರ ಯಾವುದೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯಾತ್ಮಕ ಅಪವರ್ತ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿಯಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿಯೂ ಸಹ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನೂ ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ, $(n-1) + n + (n + 1) = 3n$ ಎಂಬ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣದ ಎಡ ಭಾಗವು ಒಂದು ವಿಸ್ಮಯಕರ ಚಿಂತನೆಗೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತದೆ. $(n – 1)$ ನಲ್ಲಿನ -1 ಅನ್ನು $(n + 1)$ ನಲ್ಲಿನ $+1$ ಸರಿದೂಗಿಸುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಇದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ 5, 7, 9 .... ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಇದನ್ನು ಯಾವುದೇ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ, ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು $(2n + 1)$ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಲಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ಆ ಮೊತ್ತವನ್ನು, $(m – n) + ... + (m – 2) + (m – 1) + m + (m + 1) + (m + 2) + ... + (m + n)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಾಗಿದೆ; ಇಲ್ಲಿ m ನ ಬಲಕ್ಕೆ ಕೂಡಲ್ಪಡುವ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ m ನ ಎಡಕ್ಕೆ ಕಳೆಯಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ನಾವು ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಪುನಃ ಜೋಡಿಸಬಹುದಾಗಿದ್ದು, ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಒಂದು $m \times (2n + 1)$ ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಚಿತ್ರ 2 ಇದನ್ನು $n = 3$ ಮತ್ತು $m = 6$ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2

ಈ ಜೋಡಣೆಯು ಚೊಕ್ಕವಾಗಿರುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, $2n + 1$ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ $2n + 1$ ನಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಲು ನೆರವಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $8+ 9 + 10 + 11 + 12$ ಎಂಬ 5 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ, ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು $(2n + 2)$ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಲಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ಆ ಮೊತ್ತವನ್ನು,

$$(m – n) + ... + (m – 2) + (m – 1) + m + (m + 1) + (m + 2) + ... + (m + n + 1)$$

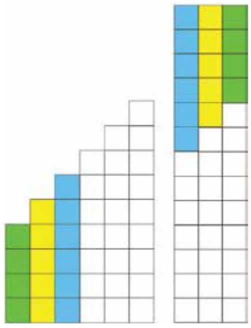
ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈಗ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಗುಂಪುಮಾಡುತ್ತಾ ಸಾಗಿದರೆ,

$$\begin{gathered}(m - n) + (m + n + 1) = 2m + 1\\ (m - n + 1) + (m + n) = 2m + 1\\ \vdots\\ (m - 1) + (m + 2) = 2m + 1\\ m + (m + 1) = 2m + 1\end{gathered}$$

ಆಗಿ, ಅಂತಹ (n + 1) ಜೋಡಿಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ,

$$(m - n) + \ldots + (m - 2) + (m - 1) + m + (m + 1) + (m + 2) + \ldots + (m + n) + (m + n + 1) = (n + 1) \times (2m + 1)$$

ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 3 ಇದನ್ನು n = 2 ಮತ್ತು m = 6 ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 3

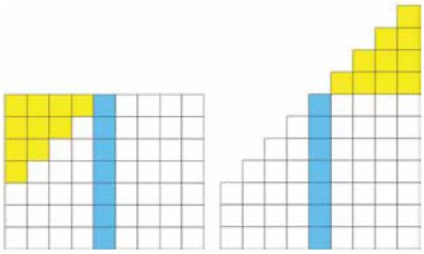
2n + 2 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ n + 1 ನಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಮೊತ್ತವು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 2m + 1 ರಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 ಎಂಬ 8 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ, ಮೊತ್ತವು 4 ಮತ್ತು 15 (= 2 × 7 + 1) ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಪುನಃ ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಆಯತಾಕಾರದ ಜೋಡಣೆಯ ಎತ್ತರ 15 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ, 4 + 11 = 5 + 10 = 6 + 9 = 7 + 8 = 15. ಬೇರೆ ರೀತಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಈ ಕಂಬದ ಎತ್ತರವು (m – n) + (m + n +1) = 2m + 1, ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ನಾವು ಬೆಸ ಹಾಗೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪದಗಳಿರುವ ಮೊತ್ತಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಂಡುಕೊಂಡ ತಥ್ಯಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು: ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸದಾ ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನವಿರುತ್ತದೆ.

ನಾವೀಗ ಒಂದು ಅತಿ ಕುತೂಹಲಕರ ಪ್ರಶ್ನೆಯೊಂದಕ್ಕೆ ಸಾರಿದ್ದೇವೆ: ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಕ್ಕೆ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನವಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೆ?

ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ N ಗೆ 2n + 1 ಎಂಬ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನವಿದೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈಗ N = m × (2n + 1) ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳ ಆಯತಾಕಾರದ ಜೋಡಣೆಯೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈ ಹಾಸುಗಲ್ಲ ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮರುಜೋಡಣೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ N ಅನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಇನ್ನೊಂದಷ್ಟು ಅನ್ವೇಷಣೆ ನಡೆಸಿದರೆ ಇದನ್ನು ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

a. **m > n** ಆದಾಗ:



ಚಿತ್ರ 4

(2n + 1) ಕಂಬಗಳಿಂದ ಮೊದಲ n ಕಂಬಗಳನ್ನು (ಪ್ರತಿ ಕಂಬದ ಉದ್ದ m) ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದರಿಂದ n, (n – 1) … 2, 1 ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಿ, ಈ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳನ್ನು 180° ತಿರುಗಿಸಿ, ಕೊನೆಯ n ಕಂಬಗಳ ಮೇಲೆ ಕೂರಿಸಿ. ಇದು 2n + 1 ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ m – n, m – n + 1, … m + n ಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸುತ್ತದೆ.

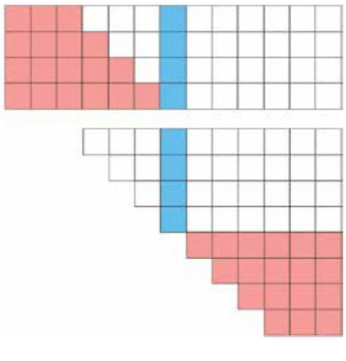
m = 7 ಮತ್ತು n = 4 ಆಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಚಿತ್ರ 4 ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

b. **m < n** ಆದಾಗ:

ನಾವು ಮೇಲಿನ ವಿಧಾನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸಲು ಯಾಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಿರಬೇಕು.

ಈಗ n, (n – 1) … (n – (m – 1)) ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳನ್ನು ಜೋಡಣೆಯ ಎಡಬದಿಯ ತುದಿಯಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ಈಗ ಅದನ್ನು 180° ತಿರುಗಿಸಿ ಉಳಿದ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಕೆಳಗೆ ಇಡಿ. ಆಗ (n – m + 1) + … + n + (n + 1) + … + (2n + 1 – (n – m + 1)), ಅಂದರೆ, (n – m + 1) + … + n + (n + 1) + … + (n + m) ಎಂಬ ಮೊತ್ತ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

m = 4 ಮತ್ತು n = 6 ಆಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಚಿತ್ರ 5 ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 5

m = n ಆಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭದ ತನಿಖೆ ಮಾಡುವುದನ್ನು, ಹಾಗೂ. ವಿಶೇಷವಾಗಿ, ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ N ಎಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ನಾವು ಓದುಗರಿಗೇ ಬಿಡುತ್ತೇವೆ.

ಕನಿಷ್ಠ ಎಂದರೆ ಒಂದಾದರೂ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನವಿರುವಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆ N ಅನ್ನು ಕೊಟ್ಟು, ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು ಎಂದು ನಾವು ಕೇಳಬಹುದು. ಇದನ್ನಿಲ್ಲಿ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತೇವೆ:

$N = 2^a \times p_1^{b1} \times p_2^{b2} \times \ldots \times p_k^{bk}$, ಅದರೆ, ಇಲ್ಲಿ $p_1, \ldots, p_k$ ಗಳೆಲ್ಲವೂ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಬೆಸ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆಗ $(b_1 + 1),\ldots(b_k + 1) - 1$ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನಗಳಿದ್ದು, $(b_1 + 1) \ldots (b_k + 1) - 1$ ವಿಧದ ವಿವಿಧ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $N = 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ ಆಗಿರಲಿ. ಇದಕ್ಕೆ $(2 + 1)(1 + 1) - 1 = 5$ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನಗಳಿರುತ್ತವೆ: 3, 5, 9, 15, 45

$2n + 1 = 3 \Rightarrow m = 360 \div 3 = 120 \Rightarrow N = 119 + 120 + 121$
$2n + 1 = 5 \Rightarrow m = 360 \div 5 = 72 \Rightarrow N = 70 + 71 + 72 + 73 + 74$
$2n + 1 = 9 \Rightarrow m = 360 \div 9 = 40 \Rightarrow N = 36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 41 + 42 + 43 + 44$
$2n + 1 = 15 \Rightarrow m = 360 \div 15 = 24 \Rightarrow N = 17 + \ldots + 24 + \ldots + 31$
$2n + 1 = 45 \Rightarrow m = 360 \div 45 = 8 \Rightarrow N = 15 + \ldots + 22 + 23 + \ldots + 30$

ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ, ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನಕ್ಕೂ ಒಂದು ಅನನ್ಯ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದೊಂದು ಕುತೂಹಲದಾಯಕ ಸಂಗತಿಯಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ N ಹಾಗೂ ಅದರ ಒಂದು ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನ $2n + 1$ ಅನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಅದಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಊಹಿಸುವಂತೆ ಓದುಗರಿಗೆ ನಮ್ಮ ಸಲಹೆ.

ನಮ್ಮ ವಾದ: ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೊಂದರಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2^n ಇಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಮೊತ್ತವು $2^{(n-1)}$ ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಮೇಲಿನ ವಾದದಿಂದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನವಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಆಗದೆಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೆ?

ಯಾವುದೇ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನವಿಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ರ ಘಾತವಾಗಿರಬೇಕು. ಹೀಗಾಗಿ. ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಲಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $2^n \; \forall \; n \in \mathbb{N}$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಮೇಲೆ ಕೇಳಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಓದುಗರಿಂದ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ ಎದುರುನೋಡುತ್ತೇವೆ: ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ N ಮತ್ತು ಅದರ ಬೆಸ ಅಪವರ್ತನ $2n + 1$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆದಾಗ ಆ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಪದಗಳೆಷ್ಟು?

ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ "ಪ್ರಸಕ್ತ ಶಿಕ್ಷಣ ಪೀಠ ಹಾಗು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ"ದಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಇವರಿಗೆ ಚಿತ್ರಕಲೆಯ ಬಳಿಕ ಗಣಿತ ಅತ್ಯಂತ ಅಚ್ಚುಮೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ. ಇವರು "ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಸಂಸ್ಥೆ"ಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವಿ ಪಡೆದು, ಅಮೇರಿಕದ ಸಿಯಟಲ್ ನಗರದ ವಾಷಿಂಗ್ಟನ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಎಮ್.ಎಸ್. ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತದ ವಿಷಯವಾಗಿ ಮಕ್ಕಳು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ಐದು ವರ್ಷಕ್ಕೂ ಮೀರಿ ಒಡನಾಟವಿರುವ ಇವರಿಗೆ ಚಟುವಟಿಕೆ ರೂಪದ ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ—ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಒರಿಗಾಮಿಯಲ್ಲಿ—ಅಪಾರ ಆಸಕ್ತಿ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: swati.sircar@apu.edu.in

ಸ್ನೇಹಾ ಟೈಟಸ್ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ "ಮುಂಬರಿಯುವ ಶಿಕ್ಷಣ ಹಾಗೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರ"ದಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿ ಕೆಲಸಮಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತದ ಸೌಂದರ್ಯ, ತರ್ಕ ಹಾಗೂ ಪ್ರಸ್ತುತತೆಗಳನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದರಲ್ಲಿ ಇವರಿಗೆ ಅತೀವ ಆಸಕ್ತಿ. ಗ್ರಾಮೀಣ ಹಾಗೂ ನಗರ ಪ್ರದೇಶಗಳ ಶಾಲೆಗಳ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸಲಹಾಕಾರರಾಗಿ ಕೆಲಸಮಾಡುವ ಸ್ನೇಹಾ ಅವರು, ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕೌಶಲ್ಯಾಭಿವೃದ್ಧಿಯ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಬೋಧನಕಲೆಯ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಗಳ ಕಡೆಗೆ ಗಮನ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವಂತಹ ಕಾರ್ಯಾಗಾರಗಳನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಾರೆ. ಇವರನ್ನು ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದಾದ ಮಿಂಚಂಚೆ ವಿಳಾಸ: sneha.titus@azimpremjifoundation.org.

===============

Key-words
ಮುಖ್ಯಪದಗಳು

Numbers-ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, Consecutive - ಕ್ರಮಾನುಗತ, Natural – ಸ್ವಾಭಾವಿಕ, Sum - ಮೊತ್ತ, Pattern - ವಿನ್ಯಾಸ, Factor – ಅಪವರ್ತನ, Term - ಪದ

ಪರಿಚಯ

ಈ ಲೇಖನವು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಅಥವಾ ಬರೆಯಲಾಗದು ಎಂಬುದರ ಸರಳ ತನಿಖೆ ನಡೆಸಿ, ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವ ಬಗೆಯ ಅಪವರ್ತನ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದರ ಮೇಲೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಚಾಕ್ಷುಷೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಯಾವ ರೀತಿಯ ಸಹಾಯ ಒದಗಬಹುದು ಎಂಬ ವಿಚಾರವೂ ಪೂರಕವಾಗಿ ಬಂದಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಾಗ ಅದರಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆಯೂ ಲೇಖನವು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತದೆ.

Introduction

This article investigates in a simple fashion which among the natural numbers can be (and which cannot be) written as a sum of consecutive natural numbers to find an answer depending on the kind of factor the given number has. How a visual representation of the problem can help solve the problem is also included in the discussion. When a number is thus represented, how many terms will it have is also discussed.