ಐಸೋಮೆಟ್ರಿಕ್ ಚಿತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಅದರಾಚೆಗಿನ ಪಯಣ

ಕನ್ನಡಾನುವಾದ: ವಿಶ್ವನಾಥ್
(ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್, ಮೈಸೂರು)

ಸುಲಭವಾಗಿ ಹರಿದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಈ ನಾಲ್ಕನೇ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ದೃಗ್ಗೋಚರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಪುಟ 1 ಮತ್ತು 2 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅಭ್ಯಾಸಪತ್ರಿಕೆಗಳಾಗಿದ್ದು, ಪುಟ 3 ಮತ್ತು 4 ಸುಗಮಕಾರರಿಗೆ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ನಾವು ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ತೊಡಗುವುದರಿಂದ ಕೆಲವು ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸಬಹುದಾದ ಘನಗಳು (Interlocking Cubes) ದೊರೆಯುವಂತೆ ಇದ್ದರೆ ಒಳ್ಳೆಯದು.

ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಗಳು ಚೌಕ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಗಳಿಗಿಂತ ಎರಡು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ:

I. ಚೌಕ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯನ್ನು 90 ಡಿಗ್ರಿಗಳಷ್ಟು ತಿರುಗಿಸಿದರೂ ಅದು ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಕಾಣುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 1). ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯನ್ನು 90 ಡಿಗ್ರಿಗಳಷ್ಟು ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ಸ್ವಲ್ಪ ಭಿನ್ನವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಒಂದರಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 2) ಹಾಳೆಯ ಹತ್ತಿರದ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಾ ಸಾಗಿದರೆ ಅಡ್ಡ ಸಾಲುಗಳು ಕಂಡಬಂದರೆ, ಮತ್ತೊಂದರಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 3) ಕಂಬಸಾಲುಗಳು ಕಾಣಿಸುತ್ತವೆ. ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಈ ಎರಡನೇ ರೀತಿಯ ಚುಕ್ಕೆ ವಿನ್ಯಾಸದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.

   Figure 1
   Figure 2
   Figure 3

II. ಚೌಕ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ A ಎಂಬ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಬಿಂದುವೊಂದನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಂಡು ಅದರ ಅಕ್ಕ-ಪಕ್ಕದ ಎಲ್ಲಾ (ಗರಿಷ್ಠ 8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಆಗ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನೇರಳೆ ಬಣ್ಣದವು), ಉಳಿದವಕ್ಕೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ, A ಇಂದ ಹೆಚ್ಚು ದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ (ಚಿತ್ರ 4 ನ್ನು ನೋಡಿ). ಆದರೆ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ ಸುತ್ತ-ಮುತ್ತಲಿನ (ಗರಿಷ್ಠ 6 ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು) ಗುರುತಿಸಿದರೆ, ಅವೆಲ್ಲವೂ A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವುದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 5 ನ್ನು ನೋಡಿ).

Figure 4, Figure 5

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ರೀತಿಯ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಐಸೋಮೆಟ್ರಿಕ್ (Isometric) ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆ ಎಂದೂ ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಕೆಲವು ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು, ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿ, ರಬ್ಬರ್ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಜೊತೆಗೆ ಒಂದು ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಇದ್ದರೆ ಒಳ್ಳೆಯದು. ಮುಂದಿನ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಬಂದಾಗ ಕೆಲವು ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸಲಾಗುವ ಘನಗಳು ದೊರೆಯುವಂತೆ ಇದ್ದರೆ ಉತ್ತಮ.

1. ಘನಗಳು ಮತ್ತು ಆಯತಘನಗಳು

a. ಘನವೊಂದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ.

b. ಮೂರು ಘನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಆಯತಘನವೊಂದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಹೇಗೆ?

c. 3 x 2 x 5 ಮಾನಗಳ ಆಯತಘನವೊಂದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

d. ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೆ 4 ಚದುರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕಾಕಾರದ ಮುಖವಿರುವ ಆಯತಘನವೊಂದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿ.

e. ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಆಯತಘನವೊಂದನ್ನು ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿ.

2. ಅಕ್ಷರಗಳು

a. ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ E, F, H, I, L, T ಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಹೇಗೆ? (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, T ಬಿಡಿಸಿರುವ ಚಿತ್ರ 6 ನ್ನು ನೋಡಿ).

b. A, K, M, N, V, W, X, Y, Z ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ.
ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿದ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗಿಂತ ಇವು ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ?

c. ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಇತರ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿ. ಇವು ಎರಡನೇ ಗಣದ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗಿಂತ ಯಾವ ರೀತಿ ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ?

Figure 6

3. ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಂಗಳು (Ambigrams)

a. 2a) ಇಂದ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಂಡು ಒಂದು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಮನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಅದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿ, ಚಿತ್ರ 7ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅದರ ಮೂರು ಅಕ್ಷರಗಳ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿ. ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸಲಾಗುವ ಘನಗಳು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ತುಂಬಾ ನೆರವಾಗುತ್ತವೆ. ಹಲವು ಘನಾಕಾರದ ದಾಳಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಇದಕ್ಕೆ ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನವಾಗಬಹುದು (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚಿತ್ರ 7 ರಲ್ಲಿ H, T ಮತ್ತು L ಗಳ ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಮನ್ನು ರಚಿಸಿ ತೋರಿಸಿದೆ).

b. 2a) ಮತ್ತು 2b) ಗಣಗಳಿಂದ ಕಡಿಮೆ ಎಂದರೂ ಒಂದೊಂದು ಅಕ್ಷರಗಳಂತೆ ಆಯ್ದುಕೊಂಡ ಮೂರು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಹಂತದಾಚೆಗೆ, ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸಲಾಗುವ ಘನಗಳು ನೆರವಿಗೆ ಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ, ನಿಮ್ಮ ಕಲ್ಪನೆ ಹಾಗೂ ಸಹಜಪ್ರಜ್ಞೆಗಳನ್ನು (Intuition) ಅನುಸರಿಸಿ.

c. 2a), 2b) ಮತ್ತು 2c) ಗಣಗಳಿಂದ ಒಂದೊಂದು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಂಡು ಇದೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

Figure 7

4. ಎಶ್ಚರ್

ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ನಿರಾಕರಿಸುವಂತೆ ಭಾಸವಾಗುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಎಶ್ಚರ್ ಪ್ರಖ್ಯಾತರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ (ಚಿತ್ರ 8) ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಗಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿ.

ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಎಶ್ಚರ್ ಮಾದರಿಯ ಚಿತ್ರವೊಂದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

Figure 8

ಇದೊಂದು ನೆಲಮಟ್ಟದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, ಅತಿ ಎತ್ತರದ ಅಟ್ಟಕ್ಕೆ ಏರುವಂತಹ ಅಭ್ಯಾಸಪತ್ರಿಕೆಯಾಗಿದೆ. ಉಚ್ಚ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದ ಪಠ್ಯಕ್ಕೆ ನಿಲುಕುವಂತೆ ಶುರುವಾದರೂ, ಅವಾಸ್ತವಿಕತೆಯ ಕಾರಣದಿಂದಾಗಿ ಅಮೂರ್ತ ಕಲ್ಪನೆಯೆಡೆಗೆ ಗರಿಗೆದರುತ್ತದೆ! ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು (Spatial Sense) ಬೆಳೆಸುವುದರೊಂದಿಗೆ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ದೃಗ್ಗೋಚರ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಇದರ ಮುಖ್ಯ ಗುರಿಯಾಗಿದೆ. ಮುಖ್ಯವಾಹಿನಿಯ ಶಾಲಾಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಲಾಗಿರುವುದಕ್ಕೆ ಅವು ಇತ್ತೀಚೆಗಷ್ಟೇ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಸೇರ್ಪಡೆಯಾಗುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಇವುಗಳ ಪರಿಚಯ ಅಷ್ಟಾಗಿ ಇಲ್ಲದಿರುವುದು ಹಾಗೂ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೊಂದಿಗಿನ ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಅನುಭವದ ಕೊರತೆ ಕಾರಣಗಳಾಗಿವೆ. ಆದರೆ, ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳನ್ನು, ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ದೃಗ್ಗೋಚರ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಅವುಗಳನ್ನು ಎರಡು ಆಯಾಮಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು ಕಲಾತ್ಮಕ ವಿನ್ಯಾಸಸೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗುವ ಮುಖ್ಯ ಕೌಶಲವಾಗಿದೆ. ಎಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ಹಾಗೂ ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಂತೂ ಇದು ಇದ್ದೇ ತೀರಬೇಕಾದ ಕೌಶಲವೆನ್ನಬಹುದು.

ಆರಂಭಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಉಚ್ಚ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾಗಿವೆ. ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಂತೂ ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸಬಹುದಾದ ಘನಗಳ ಬಳಕೆ ಬಹು ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿ ಬಾಹ್ಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ಬಳಸದೇ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಆದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ, ಆ ಹಂತದಲ್ಲಿ ವಿರಳವೆನ್ನಬಹುದಾದ ವಿಕಾಸಗೊಂಡ ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳ ಪ್ರಜ್ಞೆ ಇರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಕೊನೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಯು ಚಿತ್ರಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಉಲ್ಲಂಘಿಸುವಂತೆಯೇ, ಕಲಾ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯಕ್ಕೂ ಆಸ್ಪದವೀಯುವ ಉನ್ನತ ಮಟ್ಟದ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಆಗ್ರಹಿಸುತ್ತದೆ .

1. ಇದು ಘನ ಹಾಗೂ ಆಯತಘನಗಳ ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆ ಚಿತ್ರಗಳೊಂದಿಗೆ ವ್ಯವಹರಿಸುವ ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೆಯಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಆಯತಘನವೊಂದರ ಮೂರು ಪಾರ್ಶ್ವ ಮುಖಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ಆಯತಾಕಾರದ ಮುಖವೂ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗುತ್ತದೆ (ಚೌಕಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ). ಚೌಕಾಕಾರ ಮುಖವುಳ್ಳ ಆಯತಘನವು ಎತ್ತರವಾಗಿರಬಹುದಾದ (ಅಂದರೆ, ಅಸಮ ಅಳತೆಯು ಸಮ ಅಳತೆಗಳಿಗಿಂತ ಉದ್ದವಿರುವ) ಅಥವಾ ಕುಳ್ಳಾಗಿರಬಹುದಾದ (ಮೂರನೆ ಅಳತೆಯು ಸಣ್ಣದಿರುವ) ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ಇದು ಅವಕಾಶವೀಯುತ್ತದೆ.

   ದೊಡ್ಡ ಘನಗಳನ್ನು (ಹಾಗೂ ಆಯತಘನಗಳನ್ನು) ಬಿಡಿಸಲು ಈ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೊಂದಿಗಿನ ಗುಣಾಕಾರದ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮವನ್ನು ತಾಳೆನೋಡಲು ಸಹ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ನವೆಂಬರ್ 2018 ರ ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾದ ಪೋಸ್ಟರಿನಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ 9 ರಲ್ಲಿ 4/3 x 5/6 x 1/2 ರ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಏಕಮಾನ ಘನದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಹಿಗ್ಗಿಸಿ 4/3 ರನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಗಿದ್ದು, ಘನದ 5/6 ನ್ನು "·:√" ಮೂಲಕವೂ, 1/2 ನ್ನು "o" ಮೂಲಕವೂ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ

Figure 9

2. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯು ಸವಾಲನ್ನು ಕ್ರಮೇಣ ಕಠಿಣಗೊಳಿಸುತ್ತಾ ಸಾಗುತ್ತದೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗವು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಬಹುದಾದ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಚಿತ್ರಗಳು ಆಯತಘನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪಡೆಯಬಹುದಾದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ.

ಎರಡನೇ ಭಾಗವು ಕಠಿಣತರವಾಗಿದ್ದು, ಓರೆ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಶಾಲಾಪೂರ್ವ ಹಂತದ ಮಕ್ಕಳು ಹಲವೊಮ್ಮೆ ರೆಫ್ರಿಜರೇಟರ್ ಮೊದಲಾದ ಆಯಸ್ಕಾಂತೀಯ ಮೇಲ್ಮೈಗಳಿಗೆ ಅಂಟಿಸಬಹುದಾದ ಆಟಿಕೆ ಅಕ್ಷರಗಳೊಡನೆ ಆಡುತ್ತಿರುತ್ತಾರೆ. ಅಂತಹ ಆಟಿಕೆಗಳು ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ನೋಟಗಳಿಂದ ನೋಡಿ ಅವುಗಳ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಲು ನೆರವಾಗಬಹುದು. A ಅಂತಹ ಕೆಲವು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು V ಅಂತಹ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಜಟಿಲವಾಗಿರಬಹುದು. ಎಲ್ಲಾ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನೂ ಬಿಡಿಸಿ ತೋರಿಸುವ ಕನಿಷ್ಠ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಮೊದಲು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಬಹುದು. A ಗೆ ಈ ಕನಿಷ್ಠ ಎತ್ತರವು 4 ಮಾನಗಳಾದರೆ, E ಗೆ 5 ಮಾನಗಳಾಗಿದ್ದು, V ಗೆ 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಮಾತ್ರ ಎತ್ತರವಿದ್ದರೆ ಸಾಕು (ಚಿತ್ರ 10 ನ್ನು ನೋಡಿ). ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲಿನ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಓರೆ ಅಂಚುಗಳು ಹೇಗೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸವಾಲೊಡ್ಡುತ್ತದೆ. ಓರೆ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಉದ್ದಗಳೂ ಕೊಂಚ ಮಟ್ಟಿಗೆ ವಿರೂಪಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಮೂರನೇ ಭಾಗವು ವಕ್ರ ಅಂಚುಗಳ ಜಟಿಲತೆಯನ್ನು ತಂದೊಡ್ಡುತ್ತದೆ.

Figure 10

3. ಇಲ್ಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆ ಒಡ್ಡುವ ಸವಾಲು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಕ್ಲಿಷ್ಟರೂಪ ತಾಳುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸುವ ಘನಗಳ ಸಹಾಯಪಡೆದು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಎಂಬುದೇ ನಮ್ಮ ಶಿಫಾರಸು. ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸವಾಲುಗಳಿವೆ: (1) ಪೂರ್ವನಿರ್ಧಾರಿತ ನೆರಳನ್ನು ಚೆಲ್ಲುವ ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಮನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ (2) ಅದನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸುವುದು. ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು ಮಾಡಲು ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ನೋಟ, ಮುಂಭಾಗದ ನೋಟ ಹಾಗೂ ಪಕ್ಕದ ನೋಟಗಳನ್ನು ಅರಿತಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ; ಏಕೆಂದರೆ, ಈ ನೋಟಗಳಾಗಲೇ ನಿರ್ಧರಿಸ್ಪಟ್ಟಿದ್ದು, ನಾವೀಗ ಹಿಂದು-ಮುಂದಾಗಿ ಕಾರ್ಯಪ್ರವೃತ್ತರಾಗಿ, ಇಂತಹ ನೋಟಗಳುಳ್ಳ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಮೂರು ಅಕ್ಷರಗಳ ಗಣಕ್ಕೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಂಗಳನ್ನು (ಪರಿಭ್ರಮಣೆಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ) ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಎಂಬುದು ಒಂದು ರೋಚಕ ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ಎಡೆಮಾಡುತ್ತದೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಎರಡನೆಯ ಸವಾಲಿನಲ್ಲಿ, ಯಾವ ಕೋನವನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಂಡರೆ ಅತ್ಯುತ್ತಮ ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಚಿತ್ರ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ ಎಂಬುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. L, T ಮತ್ತು H ಗಳ ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಂ ಅನ್ನು ಚಿತ್ರ 7 ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ L ನ ನೆರಳನ್ನು ಮಬ್ಬುಮಾಡಿ ತೋರಿಸಿದರೆ, T ಮತ್ತು H ಗಳ ನೆರಳುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ "x" ಮತ್ತು "///" ಗಳಿಂದ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಇದು ಕೂಡ ಲಂಬ ಅಂಚುಗಳೊಂದಿಗೆ ಶುರುವಾಗಿ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಮನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸಲ್ಪಡುವ ಘನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬೇರೆ-ಬೇರೆ ಕೋನಗಳಿಂದ

ಬಿಡಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ಈ ಹಿಂದು-ಮುಂದಾಗಿ ಕಾರ್ಯಪ್ರವೃತ್ತರಾಗುವುದೇ ಒಂದು ಸವಾಲಾಗಿ ತೋರುವುದರಿಂದ ನಮ್ಮನ್ನು ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಬಳಿಕ ಬರುವ ಅಕ್ಷರಗಳಲ್ಲಿ ಓರೆ ಅಂಚುಗಳು ಕಾಣಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ, ಪರಸ್ಪರ ಬಂಧಿಸಬಹುದಾದ ಘನಗಳು ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಬರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದೇ ಹೇಳಬಹುದು. ಹೀಗಾಗಿ, ಎರಡನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ, ಇದುವರೆಗೂ ವಿಕಸಿತವಾಗಿರುವ ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು (Spatial Sense) ಬಳಸಿ ಪೂರ್ವನಿರ್ಧಾರಿತ ನೆರಳನ್ನು ಚೆಲ್ಲುವ ಘನಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೊನೆಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಕ್ರ ಅಂಚುಗಳ ಮಾದರಿಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ದುಂಡಾಗಿಸುವ ಮೂಲಕ 2c) ಯ ಕೆಲವು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಬಹುದಾಗಿರುವುದರಿಂದ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಇದು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸವಾಲು ಒಡ್ಡದೇ ಹೋಗಬಹುದು.

ನಾವು ಮೂರು ಹಂತಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದ್ದೇವೆ: I. 2a) ಇಂದ ಹಿಡಿದು ಎಲ್ಲಾ ಅಕ್ಷರಗಳು, II. 2a) ಮತ್ತು 2b) ಇಂದ ಒಂದೊಂದು ಅಕ್ಷರ ಹಾಗೂ III. 2a), 2b) ಮತ್ತು 2c) ಗಳಿಂದ ಒಂದೊಂದು ಅಕ್ಷರ. ಇದರ ಜೊತೆ ಇನ್ನೂ ಏಳು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ತೆರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತವೆ: ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನೂ 2b) ಇಂದ ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳುವುದು, ಇತ್ಯಾದಿ. ಸಾಹಸಪ್ರವೃತ್ತಿಯುಳ್ಳ ಓದುಗರು ಈ ಅನ್ವೇಷಣೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗುವಂತೆ ನಾವು ಹುರಿದುಂಬಿಸುತ್ತೇವೆ. *ಗೋಡಲ್, ಎಶ್ಶರ್, ಬಾಕ್: ಎನ್ ಎಟರ್ನಲ್ ಗೋಲ್ಡನ್ ಬ್ರೇಯ್ಡ್* (*Godel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*) ಪುಸ್ತಕದ ಹೊದಿಕೆಯು G,E ಮತ್ತು B ಗಳಿಗೆ ಎರಡೆರೆಡು ಆಂಬಿಗ್ರ್ಯಾಂಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ. ನಾವು ಸೂಚಿಸಿರುವ ಅಭ್ಯಾಸವು ಇಂತಹ ಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಎಡೆಮಾಡಲಿ ಎಂಬುದು ನಮ್ಮ ಆಶಯ.

4. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅತ್ಯಂತ ಮೋಜಿನದ್ದು. ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಎರಡು ಆಯಾಮಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಾಗ ನಾವು ಕೆಲವು ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಬದ್ಧರಾಗಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ, ಭೌತಿಕ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಅಸಾಧ್ಯವಾಗಿರುವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಲು ಈ ನಿಯಮಗಳನ್ನೇ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಉಲ್ಲಂಘಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಪೆನ್ ರೋಸ್ ತ್ರಿಭುಜ (ಚಿತ್ರ 8) ಹಾಗೂ ಪೆನ್ ರೋಸ್ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು (ಚಿತ್ರ 11) ಈ ರೀತಿಯ ರಚನೆಗೆ ಉತ್ಕೃಷ್ಟ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಈ ಲೇಖನವು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ MA ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಾಗಿದ್ದು, ತ್ರಿಭುಜ-ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಚಿತ್ರ ಬಿಡಿಸುವ ಹುಚ್ಚು ಹತ್ತಿಸಿಕೊಂಡ ಅಂಕಿತಾ ಶರ್ಮಾ, ಕೇಶವಿ ಹಾಗೂ ರಾಮ್ ಸರೋಜ್ ಅವರ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿದೆ.

Figure 11