ಪುರವಣಿ

ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಮೋಜು

ಅನುವಾದ : ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್ ಮೈಸೂರು

ಹಿಂದಿನ ಸಂಚಿಕೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ, ನಾವು ಪುರವಣಿಗಳ ಸರಣಿಯನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ, ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯೊಂದಿಗೆ ಪರಿಶೋಧಿಸುವುದರ ಕುರಿತು ನಾವು ಗಮನ ಹರಿಸುತ್ತೇವೆ. 3 ಮತ್ತು 4ನೇ ಪುಟಗಳು ಸುಗಮಕಾರರಿಗೆ ಮಾರ್ಗಸೂಚಿಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ, 1 ಮತ್ತು 2ನೇ ಪುಟಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಹಾಳೆಗಳು. ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಜಾಲಕ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು(Lattice Points) ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಥವಾ ಇಂಚಿನ ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆ, ಆಯತಾಕಾರದ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಗಳು ಅಥವಾ ಚೌಕಾಕಾರದ ಜಾಲಗಳು(Square grids) ಇವುಗಳಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿರುವ ಮೊದಲ ಚತುರ್ಥಕದಿಂದ(Quadrant) ಅವು ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತವೆ. ಕೇಂದ್ರವನ್ನು(Origin) ಒಂದು ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು(Patterns) ಸುಲಭವಾಗಿ ನೋಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ನಂತರ, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಇತರ ಚತುರ್ಥಕಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಗ್ರಾಫ್ ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಮಿತಿ

ಕೆಲವು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಗಳು, ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಸ್ಕೇಲ್ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ನೀವೆಲ್ಲರೂ ಅಭ್ಯಸಿಸಲು ಸಿದ್ಧರಾಗಿ.

ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

1. ಒಂದನೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು P ಮತ್ತು Q ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, OP ಮತ್ತು OQ ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು OPSQ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.
   - 1.1. S ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?
   - 1.2. OS ಮತ್ತು PQ ಛೇದಕಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು S ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?
   - 1.3. OPSQ ಯಾವಾಗ,
     - (i) ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿರುತ್ತದೆ?
     - (ii) ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ?
     - (iii) ಒಂದು ಚೌಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ?
   - 1.4. O, P ಮತ್ತು Q ಯಾವಾಗ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದಿಲ್ಲ? ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಅವು ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ವಿಧದ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿರಬಹುದೇ? ಹೇಗೆ?

2. ಒಂದನೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, OP ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು

2.1. OPSQ ಚೌಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

2.1.1. Q ಬಿಂದುವಿನ ಸಂಭವನೀಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಯಾವುವು? Pಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅವು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

2.1.2. S ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಯಾವುವು? ಅವು P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

2.2. OPSQ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು 2.1.1 ಮತ್ತು 2.1.2 ಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ.

2.3. OPSQ ಆಯತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು 2.1.1 ಮತ್ತು 2.1.2 ಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ.

3. 3 [ಐಚ್ಛಿಕ] ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ P ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ 2ರ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

4. 4 ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಹಾಗೂ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು P ಮತ್ತು Q ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. OP ಮತ್ತು OQ ರಚಿಸಿ. OPS_1Q ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. PQ ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು $OPQS_2$ ಮತ್ತು OS_3PQ ಎಳೆಯಿರಿ.

4.1. S_1, S_2 ಮತ್ತು S_3 ಇವುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಯಾವುವು?

4.2. P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಅವು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

4.3. ΔOPQ ಮತ್ತು $\Delta S_1S_2S_3$ ಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ನೀಡಿ.

5. ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು T, P ಮತ್ತು Q ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, TPS_1Q, $TPQS_2$, TS_3PQ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ 4ರ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

ತ್ರಿಕೋನಗಳು

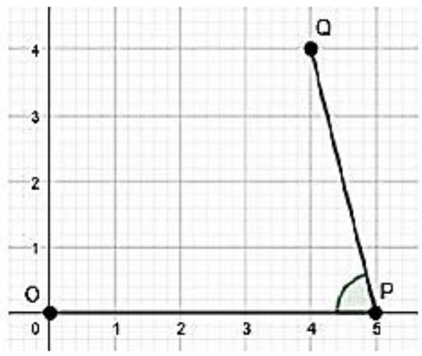
1. ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಧನ X-ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು P ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ Q ಬಿಂದುವು ಒಂದನೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ OPQನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರ-1ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

1.1. $\angle OPQ$ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿದ್ದಾಗ, Q ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಲಘುಕೋನವಾಗಿದ್ದಾಗ (ii) ಲಂಬವಾಗಿದ್ದಾಗ (iii) ಅಧಿಕ ಕೋನವಾಗಿದ್ದಾಗ

1.2. Q ಬಿಂದುವು Y-ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿದ್ದರೆ,

$\angle QOP$ ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ-1

2. ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಧನ X-ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು P ಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು Q ಬಿಂದುವು ಒಂದನೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ OPQ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು OQ = PQ ಇರುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ (ಚಿತ್ರ-2ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

2.1. Q ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

2.2. ΔOPQ ನ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು? ಅದು ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ?

2.3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಕರಣಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ:

2.3.1. ಎತ್ತರ = ½ × ಪಾದ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅಂದರೆ ½ OP

2.3.2. ಎತ್ತರ < ½ × ಪಾದ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅಂದರೆ ½ OP

2.3.3. ಎತ್ತರ > ½ × ಪಾದ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅಂದರೆ OP

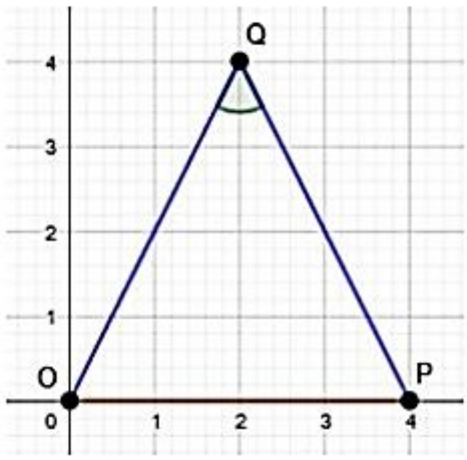
2.3.4. ಎತ್ತರ > ಪಾದ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅಂದರೆ OP

∠OQP ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು

ಇದು ನಿಜವೆಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ:

(i) OP > OQ ಅಥವಾ

(ii) ಪ್ರತಿ ಪ್ರಕರಣಕ್ಕೂ OP < OQ



ಚಿತ್ರ-2

3. [ಐಚ್ಛಿಕ] ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಧನ Y – ಅಕ್ಷದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು Pಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಕ್ರಮಸಂಖ್ಯೆ 1 ಮತ್ತು 2 ರ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ (1.2 ರಲ್ಲಿನ X- ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು Q)

4. [ಐಚ್ಛಿಕ] ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಅಕ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಕ್ರಮಸಂಖ್ಯೆ 1 ಮತ್ತು 2ರ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

5. ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಒಂದನೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು P ಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು Q ಬಿಂದುವು ಒಂದನೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ OPQ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು OP = OQ ಇರುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ (ಚಿತ್ರ-3ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

5.1. Q ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

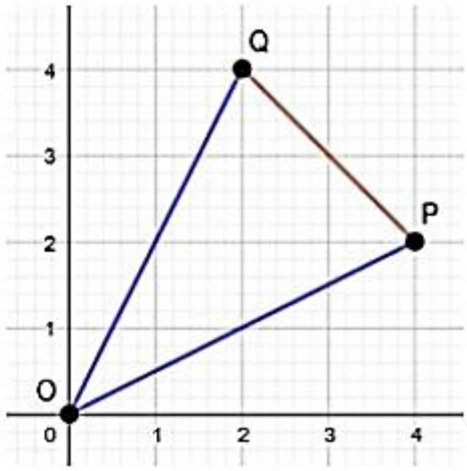
5.2. P ಬಿಂದುವು X- ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, Q ಬಿಂದುವು ಎಲ್ಲಿದೆ? ಅದರಲ್ಲಿ ∠POQ ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.

5.3. OP = OQ ನೊಂದಿಗೆ OP ಯಾವಾಗ OPQ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದಿಲ್ಲ?
ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ,

5.3.1. ಒಂದನೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ OP = PQ ಇರುವಂತೆ ನೀವು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ?

5.3.2. Q ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ?

5.3.3. ∠OPQ ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ-3

6. ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು O ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ 5.1 ಮತ್ತು 5.2 ರ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

6.1. P ಬಿಂದುವು Y - ಅಕ್ಷದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, Q ಎಲ್ಲಿದೆ? ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ∠OPQ ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.

6.2. P ಬಿಂದುವಿನ X- ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಮತ್ತು Y - ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅಂದರೆ (a, a) ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದರೆ,

6.2.1. Q ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಯಾವುವು?

6.2.2. ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ∠POQ ಕುರಿತು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.

7. ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು T ಮತ್ತು P ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರತಿ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ 3 ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

7.1. ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ TPQ ನಲ್ಲಿ ∠TPQ (ಅಥವಾ ∠PTQ) ಒಂದು

(i) ಲಘು ಕೋನ (ii) ಲಂಬ ಕೋನ (iii) ಅಧಿಕ ಕೋನ

7.2. ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ TPQ ನಲ್ಲಿ PT = PQ ಮತ್ತು ∠TPQ ಒಂದು

(i) ಲಘು ಕೋನ (ii) ಲಂಬ ಕೋನ (iii) ಅಧಿಕ ಕೋನ

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಏಕೈಕ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಅವಶ್ಯಕತೆಯೆಂದರೆ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು, ಅಕ್ಷಗಳೊಂದಿಗೆ ಪರಿಚಿತತೆ – ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಧನಾತ್ಮಕ ಭಾಗಗಳು - ಮತ್ತು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು. ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಮರುಪರಿಶೀಲಿಸುತ್ತದೆ. ಅವರು ಪ್ರೌಢ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವ ಕೆಲವು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಿಗೆ (ಅಥವಾ ಪ್ರಮೇಯಗಳಿಗೆ) ಇದು ಅಡಿಪಾಯವನ್ನು ಹಾಕುತ್ತದೆ.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಲ್ಲಿನ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದರ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಸಮ ಬಾಹುಗಳು, ಲಂಬ ಕೋನಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಒಳ ಅರಿವನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆರಂಭಿಕ ಹಂತವಾಗಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಜಾಲಕ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು (ಅಂದರೆ, ಬಿಂದುಗಳ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೊಂದಿಗೆ) ಬಳಸಬೇಕೆಂದು ನಾವು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಚನೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕಣ್ಣಳತೆಯ ಅಂದಾಜನ್ನು ಬಳಸಬೇಕೆಂದು ನಾವು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದಂತೆ ಒಳ ಅರಿವನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತವೆ. ಇದು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಮತ್ತು ಅದು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುತ್ತದೆ.

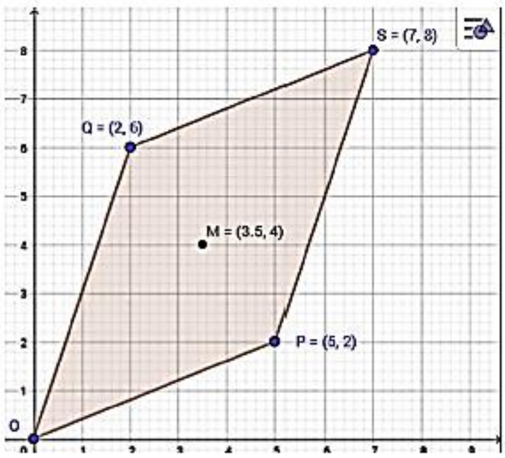
ಇಡೀ ತರಗತಿಗೆ ಇದನ್ನು ಬೋಧಿಸಿದಾಗ, ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು P, Q ಮತ್ತು S ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಒಂದೊಂದು ಗುಂಪನ್ನು ದಾಖಲಿಸಬಹುದು. ನಂತರ, ಈ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಸಂಯೋಜಿಸಬಹುದು. ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರೇ ಮಾಡಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು P, Q ಮತ್ತು S ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಗುಂಪಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಈ ಕೋಷ್ಟಕ ದತ್ತಾಂಶದಿಂದ, ಈ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ ಎಂಬುದರ ಮಾದರಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು. P, Q ಮತ್ತು S ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಕೋಷ್ಟಕ-1 ಮೌಲ್ಯಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದೊಂದೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಬಹಳ ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಗಮನಿಸಿ.

P	Q	S
(5, 2)	(2, 6)	(7, 8)
(3, 8)	(5, 7)	(8, 15)
(4, 2)	(7, 3)	(11, 5)
⋮	⋮	⋮

ನಾವು ಸುಲಭವಾದ ಆಯ್ಕೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿದಾಗಲೆಲ್ಲಾ, ನಾವು ಜಾಲಕ ಬಿಂದುಗಳೆಂದೇ ಅರ್ಥೈಸುತ್ತೇವೆ. ಇತರ ತರ್ಕಬದ್ಧ ಆಯ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಮತ್ತು ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡರೆ, ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಾಗ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ಕೇಳಬೇಕು.

ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಪ್ರಮುಖ ವಿಚಾರಗಳಲ್ಲಿ ಸದಿಶ ಸಂಕಲನ (ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ) ಸೇರಿವೆ ಇದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿದೆ (ಚಿತ್ರ-4ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).



ಚಿತ್ರ-4

1. ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳು

1.1. ಸದಿಶ ಸಂಕಲನ: ಅಂದರೆ, P = (a, b) ಮತ್ತು Q = (c, d), ನಂತರ S = (a + c, b + d)

1.2. ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ: OS ನ ಛೇದಕ ಮತ್ತು

$$PQ = \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$$ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ,

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು S ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇರುತ್ತವೆ.

1.3. ಲಂಬ ಕೋನಗಳು ⇒ P ಮತ್ತು Q ಅಕ್ಷಗಳ ಮೇಲೆ ಇರಬೇಕು, ಸಮ ಬಾಹುಗಳು ⇒ P = (a, b) ಮತ್ತು Q = (b, a) ಸುಲಭ ಆಯ್ಕೆಗಳು ಅಂದರೆ,

(i) P = (a, 0), Q = (0, b) ಅಥವಾ P = (0, a), Q = (b, 0)

(ii) P = (a, b), Q = (b, a)

(iii) P = (a, 0), Q = (0, a) ಅಥವಾ P = (0, a), Q = (a, 0)

ಗಮನಿಸಿ: P = (a, b) ಆದಾಗ a, b ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, , ಮತ್ತೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಬಹುದು, Q ಬಿಂದುವಿಗಾಗಿ (c, d) ≠ (b, a) ಅಂದರೆ, OP = OQ ಅಥವಾ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. ಕೇಂದ್ರ O ಮತ್ತು OP ತ್ರಿಜ್ಯದೊಂದಿಗೆ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು, ಆದರೆ ಇದು (b, a) ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಜಾಲಕ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹೋಗದಿರಬಹುದು. ಭಾಗಲಬ್ಧ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಅದು ಹಾದುಹೋಗದಿರುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯಿದೆ.

1.4. O, P ಮತ್ತು Q ಏಕರೇಖಾತ್ಮಕ (collinear) ವಾಗಿರುವಾಗ.

2. ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು ಇನ್ನಷ್ಟು

2.1. P = (a, b) ಆಗಿದ್ದರೆ, Q = (−b, a) ಅಥವಾ Q = (b, −a) - ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಚಿಹ್ನೆ ಬದಲಾಗಿದೆ, ಮೊದಲಿನಂತೆ S = P + Q ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು. P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳ ಪ್ರವಣತೆ (slope) ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನೆರವಾಗುತ್ತದೆ.

2.2. 1.3 ರಂತೆಯೇ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸುಲಭ ಆಯ್ಕೆಗಳು, ಅಂದರೆ P = (a, b) ಆದಾಗ ನಂತರ Q = (b, a)

2.3. 2.1ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ Qನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ∠POQನ್ನು ಲಂಬಕೋನವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ, ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಗಳಿಂದಲೂ ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾಗಿರುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿ ಇಲ್ಲ ಆದರೆ Q ಗೆ (−b, a), (−2b, 2a), (−3b, 3a)… ಅಥವಾ (b, −a), (2b, −2a), (2b, −3a)… ನಂತಹ ಹೆಚ್ಚಿನ ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ, ಅಂದರೆ (-nb, na) ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ $n \neq 0$

ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಸದಿಶ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

3. ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಮೇಲಿನದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.
4. ΔOPQ ನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಇರುವ ಮೂರು ಸಂಭಾವ್ಯ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತದೆ.

   $S_1 = P + Q = (a + c, b + d)$, $S_2 = Q - P = (c - a, d - b)$, $S_3 = P - Q = (a - c, b - d)$

   ಹಾಗೂ O, P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ S_2 S_3, S_3 S_1 ಮತ್ತು S_1 S_2 ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

   ∴ ΔOPQ ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಂದ Δ S_1 S_2 S_3 ರಚಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ.
5. ಸದಿಶ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದ 4 ನ್ನು ಮೂಲದಿಂದ ದೂರವಿರಿಸುತ್ತದೆ.

ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಲಾಗಿದೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಚೌಕ ಜಾಲದ ಮೇಲೆ ರಚಿಸುವ ಅಥವಾ ದೃಶ್ಯೀಕರಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಂಡಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಒಳ ಅರಿವನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧಗಳಿಗೆ ಗಮನ ಹರಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ಅನುಭವ ದೊರೆತಾಗ ಮಾತ್ರ, ನಂತರ ಬರುವ ಸೂತ್ರಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗುತ್ತವೆ.

1. ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು

   1.1. P = (a, 0) ಮತ್ತು Q = (c, d) ಆಗಿದ್ದರೆ, ∠OPQ ದೊಡ್ಡದು, ಸಮ ಅಥವಾ 90 ° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂಬ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯನ್ನು ಇದು ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ವೇಳೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ $c > a$, $c = a$ ಮತ್ತು $c < a$ ಆಗಿದ್ದರೆ, “c”ಯೊಂದಿಗೆ ∠OPQ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದು ಲಘುಕೋನ, ಲಂಬಕೋನ ಅಥವಾ ಅಧಿಕಕೋನವಾಗಿದ್ದು "d" ಯಿಂದ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿದೆ.

   1.2. ಅಕ್ಷಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುವುದು.

2. ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು

   2.1. P = (a, 0) ಆಗಿದ್ದರೆ Q = (a/2, d) ಇಲ್ಲಿ $d > 0$

   2.2. ΔOPQ ನ ಎತ್ತರ = d, ಅಂದರೆ Q ನ Y – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ.

   2.3. ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಪಾದ OPಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಪಾದದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ಹೇಗೆ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತದೆ.

   ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, 2.3.3 ಮತ್ತು 2.3.4 ರಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧದ ಲಘುಕೋನ ಸಮದ್ವಿಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸೆರೆಹಿಡಿಯಬಹುದು. 2.3.1 ಕ್ಕೆ OP > OQ ಅಂದರೆ, ಲಂಬಕೋನ

ಸಮದ್ವಿಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು 2.3.2 ಕ್ಕೆ ಅಧಿಕಕೋನ ಸಮದ್ವಿಬಾಹುಗಳು. 2.3.4 ಕ್ಕೆ OP <OQ. ಉಳಿದ ಪ್ರಕರಣ 2.3.3 ಕ್ಕೆ ಎರಡೂ ಪ್ರಕರಣಗಳು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಕಾರಣ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿದೆ. OP = OQ ಗಾಗಿ ಕಟ್-ಆಫ್ ಯಾವುದು, ಯಾವ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನವು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ, ಆ ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವೇನು, ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೇರೇಪಿಸುವುದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿರಬಹುದು,.

3. 1 ಮತ್ತು 2 ಕ್ಕಾಗಿ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

4. ಅಕ್ಷಗಳ ಋಣಾತ್ಮಕ ಭಾಗಗಳಿಗೆ 1 ಮತ್ತು 2 ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

5. ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು - ಇನ್ನಷ್ಟು
   - 5.1. ಚತುರ್ಥಕ 1.3 (ii) ನಂತಹ ಸುಲಭ ಆಯ್ಕೆ.
   - 5.2. ಚತುರ್ಥಕ 1.3 (iii) ಕ್ಕೆ ಹೋಲುತ್ತದೆ.
   - 5.3. P = (a, a) ಆದಾಗ ಮತ್ತು 2 ಕ್ಕೆ ಮತ್ತೆ ಸಂಪರ್ಕಿಸಿದಾಗ ಚತುರ್ಥಕ 1.4 ಕ್ಕೆ ಹೋಲುತ್ತದೆ.

6. ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುತ್ತದೆ.
   - 6.1. P = (0, b) ಆಗಿದ್ದರೆ Q = (± b, 0) ಮತ್ತು ∠OPQ = 45 °. ಏಕೆ?
   - 6.2. Q = (a, -a) ಅಥವಾ Q = (-a, a) ಅಂದರೆ X ಅಥವಾ Y - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ P ಯ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವು ಕ್ರಮವಾಗಿ POQ ಲಂಬ ಕೋನವನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ.

7. ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ದೂರವಿರುವುದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುತ್ತದೆ, ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಅಸಮಬಾಹು ಮತ್ತು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆಯ ಅರಿವನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಲು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಪ್ರಕಾರದ ವರ್ಗೀಕರಣವನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಪ್ರಕಾರದ ತ್ರಿಭುಜದ ವರ್ಗೀಕರಣವನ್ನು ಸೇರಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅದರ ಶೃಂಗಗಳಂತೆ ಕೇವಲ ಜಾಲಕ ಬಿಂದುಗಳೊಂದಿಗೆ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಸಾಧನೆಗಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಸಂಚಿಕೆಯನ್ನು ನೋಡಿ!